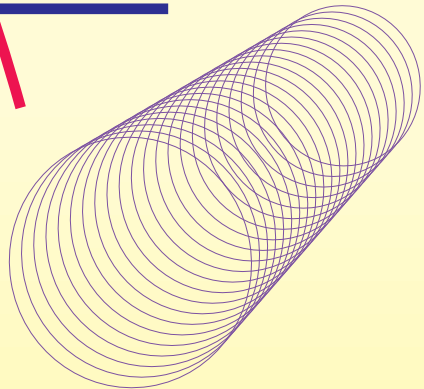
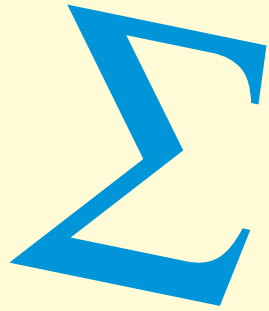
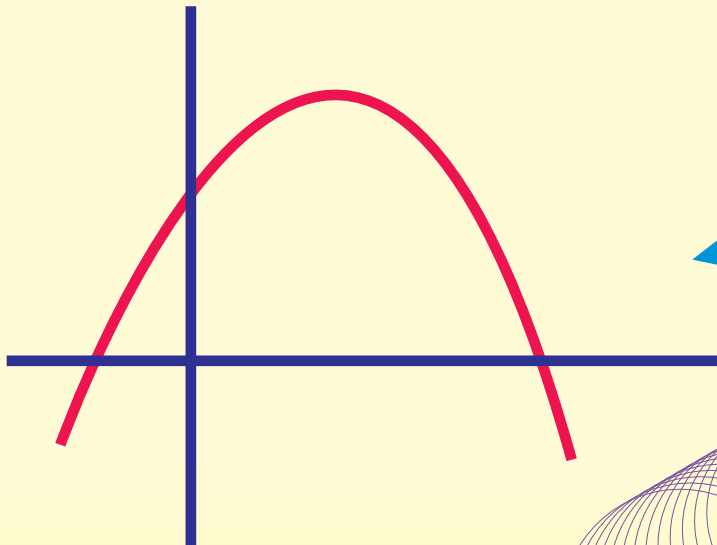


Buku Referensi



Dasar-Dasar

edisi pertama

Rancangan

Percobaan

Sigit Nugroho, Ph.D.

UNIB Press

**DASAR-DASAR
RANCANGAN PERCOBAAN**

Sanksi Pelanggaran Pasal 72

Undang-Undang Nomor 19 Tahun 2002 tentang Hak Cipta

1. Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 2 ayat (1) atau Pasal 49 ayat (1) dan (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah)
2. Barangsiapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau Hak Terkait sebagaimana dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

Dasar-dasar Rancangan Percobaan

Sigit Nugroho, Ph.D.
Universitas Bengkulu



UNIB Press
Bengkulu
2008

DASAR-DASAR RANCANGAN PERCOBAAN

Sigit Nugroho, Ph.D.

ISBN : 978-979-9431-34-9 256hal.

Cetakan Pertama. Edisi 1. 2008.

Penyeleksi Naskah : Fachri Faisal

Editor : Jose Rizal

Desain Sampul : Ratna Astuti Nugrahaeni

©Sigit Nugroho,Ph.D. 2008

Hak Cipta dilindungi undang-undang.

Diterbitkan pertama kali oleh **UNIB Press**, Jalan WR Supratman, Bengkulu.

Dilarang keras menerjemahkan, memotokopi, atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari penerbit.

Kata Pengantar

Buku yang berjudul “**Rancangan Percobaan**” ini diperlukan sebagai landasan, pedoman atau rujukan bagi para mahasiswa yang ingin meneliti dengan menggunakan rancangan percobaan dalam analisisnya, para calon peneliti, peneliti atau siapa saja yang ingin mendalami konsep rancangan percobaan dengan baik dan benar.

Diawali dengan memberikan penjelasan tentang konsep dasar dan berbagai terminologi yang digunakan dalam Rancangan Percobaan yang ada dalam Bab Pendahuluan, kemudian berturut-turut disajikan tentang beberapa macam rancangan lapangan dasar seperti: Rancangan Acak Lengkap, Rancangan Acak Kelompok Lengkap dan Rancangan Bujur Sangkar Latin. Untuk tujuan perbandingan antar nilai rata-rata atau pendugaan selang, diberikan berbagai konsep yang tertuang dalam Bab Inferensia setelah Anova. Berbagai rancangan perlakuan disajikan dalam beberapa Bab, seperti: Percobaan Faktorial, Rancangan Petak Terpisah serta Percobaan Tersarang yang juga mencakup aspek tentang rancangan sampling. Untuk dapat menggambarkan hubungan fungsional satu variabel dengan satu atau lebih variabel lainnya diberikan teknik regresi. Hal lain yang diberikan adalah tentang analisis peragam dan sistem pembauran.

Tulisan ini jauh dari sempurna oleh sebab itu perlu saran dan kritik yang membangun dari para pengguna. Ucapan terima kasih penulis sampaikan sebelum dan sesudahnya kepada mereka yang memberikan masukan baik berupa saran atau kritik yang membangun. Penulis sampaikan kepada istri, *Mucharromah Ph.D.*, dan anak-anak, *Shofa Ulfiyati Nugraheni* dan *Ratna Astuti Nugraheni*, yang telah dengan penuh pengertian dan sabar memberikan motivasi serta dorongan guna penyelesaian tulisan ini. Kepada rekan-rekan sejawat yang telah memberikan masukan-masukan untuk usaha penerbitan, penulis ucapkan terima kasih. Kepada semua pengguna, juga diucapkan terima kasih.

Bengkulu, 20 Juli 2008

Penyusun



Sigit Nugroho, Ph.D.

Oentoek:

Mucharromah Nugroho, Ph.D.,
Shofa Ulfiyati Nugrahaeni, dan
Ratna Astuti Nugrahaeni

Daftar Isi

KATA PENGANTAR	V
DAFTAR ISI	VII
PENDAHULUAN	1
Pengantar	1
Program Percobaan	2
Sekilas tentang Teori Sebaran	5
Beberapa Terminologi dalam Rancangan Percobaan	6
Rancangan Percobaan Dasar	10
Model Tetap, Acak dan Campuran	11
Uji Normalitas	11
Uji Lilliefors	12
Q-Q Plot	12
Uji kemiringan dan kelancipan	13
Uji Saphiro-Wilk	13
Uji D'Agostino	14
Uji Anderson-Darling	15
Uji Kehomogenan Ragam	15
Uji Hartley	15
Uji Bartlett	15
Transformasi Data	16
Aturan Pengisian Koeffisien Nilai Harapan Kuadrat Tengah	20
Latihan	22

RANCANGAN ACAK LENGKAP	24
Keuntungan dan Kerugian	24
Model Rancangan Acak Lengkap	25
Asumsi dalam RAL	27
Rasionalisasi Analisis Keragaman	27
Inferensia dalam Model Tetap	28
Inferensia dalam Model Acak	29
Rancangan Acak Lengkap Dengan Anak Contoh	31
Anak contoh sama pada tiap satuan percobaan	31
Penghitungan Jumlah Kuadrat	32
RAL Dengan Anak Contoh Ulangan Tak Sama	32
Latihan	36
INFERENSIA PASCA ANALISIS KERAGAMAN	40
Laju Kesalahan	41
Uji Least Significant Difference (LSD)	42
Uji Fisher LSD	43
Metode Benferroni	44
Metode Peubah Ganda-t	45
Uji Tukey HSD	46
Uji Student-Newman-Keull	47
Uji Duncan-New-Multiple-Range	47
Uji Scheffe	48

Uji Dunnett	48
Prosedur Hsu	49
Kontras Rataan	51
Ortogonal Polinomial	52
Ortogonal Polinomial Interval Tak Sama	56
Latihan	57
RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP	60
Model Linier RAKL	61
Penghitungan Jumlah Kuadrat	62
Inferensia Model Tetap	63
Inferensia Model Acak	64
Nonadditifitas Blok dan Perlakuan	66
Nilai Hilang Dalam RAKL	67
Effisiensi RAKL terhadap RAL	69
Anak Contoh Dalam RAKL	70
Pembandingan Dua Nilai Rataan Bila Ada Data Hilang (RAKL)	71
Dua Data Hilang	72
Latihan	72
RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN	77
Pengacakan	78

Keuntungan dan Kerugian	78
Model Linier dan Asumsi	79
Notasi dan Penghitungan Jumlah Kuadrat	79
Prosedur Inferensia	80
Data Hilang Dalam RBSLD	81
Effisiensi RBSLD	82
Anak Contoh Dalam RBSLD	83
Rancangan Segi Empat Latin (RSEL)	84
Model Linier RSEL $t \times m$	84
Penghitungan Jumlah Kuadrat	85
Latihan	87
PERCOBAAN FAKTORIAL	91
Beberapa Istilah Dalam Percobaan Faktorial	91
Keuntungan dan Kerugian	93
Percobaan Dua Faktor	93
Inferensia Model Tetap	96
Inferensia Model Acak dan Campuran	98
Beberapa Aplikasi Percobaan Berfaktor	99
Latihan	99
RANCANGAN PETAK TERPISAH	103

Model Linier Rancangan Petak Terpisah	104
Analisa Keragaman	105
Modifikasi Rancangan Petak Terpisah Sederhana	107
Rancangan Petak Terpisah tanpa Ulangan	108
Rancangan Petak Terpisah Ganda	109
Rancang Blok Terpisah	110
Simpangan Baku untuk Perbandingan Dua Rataan	113
Latihan	114
ANALISIS REGRESI LINIER SEDERHANA DAN KORELASI	117
Model Linier	117
Kriteria Garis “Terbaik”	119
Kegunaan dan Interpretasi Persamaan Regresi	121
Intersep dan Slope	121
Regresi Melalui Titik Pusat	123
Pengukuran Kesalahan dalam Pendugaan	123
Pengujian Parameter Regresi	126
Analisis Keragaman Regresi Linier Sederhana	128
Koeffisien Determinasi	129
Analisis Korelasi	130
Pengujian Hipotesis tentang Koeffisien Korelasi	131

Latihan	132
REGRESI LINIER BERGANDA	135
Model Regresi Linier Berganda	135
Pendugaan Parameter	136
Prosedur Doo-Little	138
Prosedur Akar	141
Interpretasi Hasil	143
Koeffisien Korelasi	147
Kurva respon	149
Penentuan Nilai Maksimum	150
Percobaan dua variabel bebas	151
Latihan	155
ANALISIS PERAGAM	158
Peran Peubah Peragam	159
Model dan Asumsi	161
Analisis Peragam RAL	162
Rataan Perlakuan Terkoreksi	167
Latihan	169
PERCOBAAN TERSARANG	171
Model Linier dan Asumsi	172
Penghitungan Jumlah Kuadrat	173

Pengujian Hipotesis	174
Percobaan Faktorial-Tersarang	176
Latihan	178
RANCANGAN CROSS-OVER	181
Definisi, Asumsi dan Model	181
Rancangan Cross-Over Dua Periode	183
RCO Dengan Periode Waktu Lebih dari Dua	190
Catatan Khusus	195
SISTEM PEMBAURAN	197
Berbagai Pertimbangan Rancangan	198
Pengaruh Terbaaur	199
Percobaan Faktorial 2² dalam Rancangan Blok Tak Lengkap	201
Percobaan Faktorial 2³ dalam Rancangan Blok Tak Lengkap	203
Catatan Khusus	205
DAFTAR PUSTAKA	206
LAMPIRAN	208

Pendahuluan

Dalam bab ini akan dibicarakan mengenai konsep-konsep dasar rancangan percobaan. Beberapa terminologi dan asumsi yang mendasari teori akan dibicarakan juga.

Pengantar

Metode penelitian ilmiah digunakan dalam ilmu-ilmu seperti pertanian, biologi, teknik, kimia, transportasi, bisnis, ekonomi, perlindungan alam, sosiologi, sejarah, dan berbagai ilmu lingkungan – sudah barang tentu tiap disiplin ilmu yang dapat disebut namanya.

Semua kegiatan riset atau penelitian dapat secara sah dikatakan ilmiah, memiliki suatu ciri umum. Informasi yang didapatkan dari aktivitas penelitian diturunkan dari percobaan-percobaan yang secara obyektif direncanakan dan dirancang sesuai dengan prinsip-prinsip beralasan logis yang mencakup: definisi yang singkat dan dapat dipertahankan, tujuan yang jelas, asumsi-asumsi yang jelas, pengembangan beberapa model yang cocok, pengumpulan data yang sesuai dan teknik analisis yang benar, serta laporan hasil yang obyektif.

Penelitian masa kini bersifat dinamis dan multidisiplin. Masalah penelitian biasanya kompleks, dan jawabnya kadang memerlukan usaha bersama para ilmuwan dan peneliti yang berpengalaman luas dan mencakup beberapa disiplin ilmu.

Percobaan merupakan “kendaraan” yang secara rasional dapat digunakan untuk mendapatkan informasi yang baru, yang selanjutnya dapat digunakan untuk mengembangkan teori baru dan bahkan menyangkal pendapat atau teori yang lama. Karena percobaan adalah unsur kunci dalam proses ilmiah, sangatlah penting para peneliti memiliki pengetahuan umum tentang merancang, melakukan dan menganalisis percobaan.

Program Percobaan

Percobaan dilaksanakan untuk mendapatkan informasi tentang populasi. Informasi yang diperoleh tersebut dapat digunakan antara lain :

1. Inferensia tentang parameter populasi
2. Membuat keputusan tentang hipotesis yang telah dibuat, dan
3. Merencanakan riset berikutnya.

Salah satu aspek utama rancangan percobaan adalah mengenai efisiensi, yaitu melakukan percobaan sehingga menghasilkan informasi yang maksimum dengan biaya seminimum mungkin (diukur dengan jumlah pengamatan, waktu yang digunakan, serta bahan yang digunakan). Dalam banyak hal, rancangan yang optimal sulit didapatkan atau tidak unik, dan pemilihan rancangan percobaan tergantung pada pertimbangan peneliti. Sangatlah beralasan bahwa peneliti harus memiliki latar belakang yang cukup dalam hal rancangan percobaan sehingga pemilihan rancangan percobaan yang efisien dapat dilakukan secara bijaksana.

Informasi yang didapatkan dari percobaan terencana dapat digunakan secara induktif. Dengan demikian, generalisasi dibuat tentang populasi dari informasi yang ada dalam suatu contoh acak dari populasi yang diambil. Hampir semua percobaan, pengaruh yang diteliti juga digabung dengan kekuatan lain yang ada diluar kendali percobaan. Karena kekuatan luar inilah, inferensia dan keputusan yang tergambar dari contoh acak kadang mengandung kesalahan. Yang dapat dilakukan oleh peneliti dalam hal ini adalah berusaha mengurangi kesalahan yang dapat dikendalikan.

Percobaan yang dirancang kurang sempurna atau dilakukan dengan asal-asalan biasanya menghasilkan informasi yang tidak relevan atau tidak diinginkan. Untuk pencapaian informasi yang relevan dan teliti, suatu percobaan ilmiah sangat diperlukan. Percobaan semacam ini dapat membantu lebih dini peneliti kepada suatu pengertian yang lebih dalam dari fenomena yang diteliti.

Untuk meyakinkan bahwa semua informasi digunakan secara efektif, langkah-langkah berikut harus digunakan dalam perencanaan dan pelaksanaan suatu percobaan ilmiah :

1. **Memformulasikan rencana penelitian.** Disini termasuk pernyataan singkat dari masalah yang harus dijawab dan tujuan penelitian. Peneliti ingin mempelajari apa dan bagaimana.
2. **Memilih faktor-faktor yang akan digunakan.** Semua faktor yang penting harus dimasukkan; akan tetapi terlalu banyak faktor akan membuat percobaan sukar dikelola atau sukar dilakukan. Dapatkah beberapa faktor dihilangkan tanpa secara serius mempengaruhi rencana penelitian ? Harus dipertimbangkan kisaran dan nilai-nilai faktor. Untuk mencerminkan dampak dari suatu faktor, perlu penelitian dilakukan pada berbagai taraf.
3. **Memilih variabel yang diukur.** Suatu variabel diukur jika memberikan informasi tentang fenomena yang sedang diteliti (diamati). Variabel-variabel yang penting dipertahankan, sementara yang kurang penting dapat dibuang pada setiap analisis. Biaya pengukuran tiap variabel harus dibobot sesuai dengan kepentingan.
4. **Menentukan ruang lingkup inferensia.** Menentukan gugus populasi dimana inferensia akan dilakukan.
5. **Memilih materi percobaan.** Jenis dan jumlah materi percobaan yang diperlukan kemungkinan tergantung pada tujuan, faktor, ruang lingkup, dana peneliti, ketersediaan bahan dan lain sebagainya.

6. **Memilih rancangan percobaan.** Rancangan percobaan dipilih dengan cara mengalokasikan faktor-faktor ke dalam materi percobaan (satu percobaan).
7. **Memformulasikan model.** Membuat model statistik yang menggambarkan pengamatan yang diharapkan dari rencana percobaan. Model harus mencakup semua faktor dan komponen yang menggambarkan semua pengamatan.
8. **Mengumpulkan data.** Penanganan hati-hati harus dilatih guna meyakinkan bahwa seluruh rencana percobaan (khususnya pengacakan) dihitung dengan benar dan pengamatan tersebut dicatat dengan benar dan tepat.
9. **Menganalisis data.** Tergantung pada model dan rancangan, perhitungan seperlunya dapat dilakukan. Percobaan yang kompleks atau berukuran besar mungkin memerlukan komputer guna pengolahan data.
10. **Menarik kesimpulan dan menginterpretasikan.** Langkah ini merupakan langkah yang paling penting. Implikasi praktis dari hasil percobaan harus disajikan dengan jelas dan obyektif bersama dengan catatan penting yang berkenaan dengan percobaan dan hasil. Pembatasan penelitian harus diberikan.

Perlu diketahui bahwa keempat langkah pertama berkenaan dengan rencana percobaan, tiga langkah berikutnya menggambarkan fase rancangan, dan tiga langkah terakhir merupakan fase analisis.

Dalam Percobaan, peubah acak (random variable) digunakan untuk menunjuk aspek penting dari fenomena yang dipelajari. Variabel-variabel terpilih untuk pengukuran dapat digunakan untuk analisis secara langsung. Bila tidak digunakan langsung, variabel terukur mungkin perlu ditransformasi (logaritma, akar kuadrat, arc sinus dan sebagainya) atau digabung (rasio, hasil kali, selisih atau jumlah) untuk menghasilkan peubah acak yang diinginkan. Suatu

peubah acak dapat merupakan fungsi pengamatan percobaan, selama fungsi tersebut menghasilkan nilai numerik yang mengikuti suatu sebaran peluang.

Sekilas tentang Teori Sebaran

Variabel X menyebar menurut sebaran *Normal* dengan rata-ran μ dan ragam σ^2 , dilambangkan dengan $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Fungsi kepekatatan peluang sebaran normal tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1.1)$$

dimana $-\infty < X < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$, dan $\sigma^2 > 0$.

Bila variabel tersebut kita transformasi dengan $Z = (X - \mu) / \sigma$, maka Z akan menyebar normal dengan rata-ran 0 dan ragam 1, dituliskan dengan $Z \sim N(0,1)$.

Bila Z_1, Z_2, \dots, Z_n menyebar saling bebas menurut sebaran normal dengan rata-ran 0 dan ragam 1, maka

$$\sum_{i=1}^n Z_i^2 \sim \chi_{(n)}^2 \quad (1.2)$$

yang merupakan total dari kuadrat Z , menyebar menurut sebaran Kai-Kuadrat (*Chi-Square*) dengan derajat bebas n .

Bila $Z \sim N(0,1)$ dan $Y \sim \chi_{(n)}^2$, dimana Z dan Y menyebar saling bebas, maka

$$\frac{Z}{\sqrt{\frac{Y}{n}}} \sim t_{(n)} \quad (1.3)$$

Pendahuluan

menyebar menurut sebaran *t-student* dengan derajat bebas n .

Bila $U \sim \chi^2_{(m)}$ dan $V \sim \chi^2_{(n)}$ serta U dan V saling bebas, maka

$$\frac{U/m}{V/n} \sim F_{m,n} \quad (1.4)$$

menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas m dan n .

Oleh karena itu, sudah cukup jelas bahwa biasanya agar uji yang kita lakukan sah, terutama didalam rancangan percobaan, perlu adanya asumsi Normalitas.

Beberapa Terminologi dalam Rancangan Percobaan

Suatu *percobaan* merupakan suatu penelaahan ilmiah terencana yang dirancang untuk meneliti satu atau lebih populasi. Beberapa kondisi yang mencirikan suatu populasi disebut *perlakuan*; jadi setiap perlakuan secara khas mendefinisikan suatu populasi. Suatu *kontrol* adalah istilah yang digunakan untuk perlakuan baku atau standar, yang dimasukkan dalam suatu percobaan sehingga ada referensi dimana perlakuan lain dapat dibandingkan. Pada beberapa percobaan, kontrol merupakan perlakuan boneka atau perlakuan semu dimana tidak terdapat penerapan perlakuan tersebut kedalam satuan percobaan.

Aspek yang dipelajari dalam suatu percobaan tunggal disebut *faktor*. Sedangkan kategori yang berbeda dalam suatu faktor disebut *taraf* suatu faktor.

Perlakuan diberikan pada satuan percobaan yang sudah ditentukan. Suatu *satuan percobaan* adalah bagian atau unit terkecil yang diberikan perlakuan tunggal, asalkan dua unit yang sama dapat diberikan perlakuan yang berbeda. Dalam banyak percobaan mungkin tidak praktis untuk mengukur atau mengamati keseluruhan satuan percobaan. Sifat alami dari perlakuan dan satuan percobaan

juga dapat mengakibatkan pengamatan tidak praktis. Tiapanak gugus dari satuan yang diukur dan diamati disebut *satuan respon* atau *satuan penarikan contoh*. Beberapa satuan respon mungkin dapat dipilih secara acak dari tiap satuan percobaan untuk pengamatan. Bila keseluruhan satuan percobaan diamati, satuan respon tentu merupakan satuan percobaan tersebut.

Dalam kebanyakan situasi percobaan dasar, tiap populasi adalah gugus konsep pengukuran dari satuan percobaan yang menerima perlakuan yang sama. Populasi perlakuan ini kadang dicirikan dengan nilai rata-rata dan ragamnya. Oleh karenanya, diasumsikan bahwa populasi-populasi perlakuan secara kasar memiliki ragam yang sama. Bila asumsi ini beralasan, maka analisis dan inferensia tentang rata-rata populasi akan lebih mudah apabila ragam populasi sama.

Analisis Keragaman (ANOVA) merupakan proses pembagian total keragaman pengamatan percobaan kedalam porsi sumber-sumber keragaman yang ada. Dari ANOVA kita dapat menduga keragaman populasi perlakuan dengan suatu kuantiti yang disebut Galat Percobaan (*Experimental Error*) yang menunjukkan besarnya keragaman yang diakibatkan oleh semua sumber keragaman yang tak terhitung. Hal ini dapat terjadi karena berbagai hal, seperti:

- (1). Perbedaan-perbedaan sifat alami
- (2). Kurang keseragaman dalam pengulangan percobaan dan
- (3). unsur-unsur lainnya.

Suatu gugus satuan percobaan dimana tiap perlakuan muncul satu kali disebut *ulangan* dari perlakuan. Beberapa ulangan diperlukan guna penghitungan Galat Percobaan.

Suatu *hipotesis* statistika merupakan pernyataan tentang fungsi peluang dari satu atau lebih peubah acak atau suatu pernyataan tentang populasi dimana satu atau lebih sampel diambil. Hipotesis dikatakan sederhana apabila pernyataan menunjukkan populasi secara lengkap. Bila tidak, hipotesis dikatakan majemuk. Hipotesis nol (*Null hypothesis*) merupakan hipotesis yang dipelajari, sedangkan hipotesis tandingan (*Alternative hypothesis*) merupakan

Pendahuluan

konklusi yang dicapai jika hipotesis nol ditolak. Suatu *uji hipotesis* merupakan aturan yang memungkinkan seseorang membuat kesimpulan apakah hipotesis nol harus diterima atau ditolak berdasarkan nilai pengamatan statistik uji, yang merupakan fungsi dari gugus peubah acak pengamatan. *Daerah kritis* atau *daerah penolakan* R untuk suatu uji adalah anak gugus dari bilangan nyata yang diasumsikan dengan statistik uji untuk pengujian tertentu yang mengakibatkan penolakan hipotesis nol. Nilai kritis atau titik kritis statistik uji merupakan batas dari daerah penolakan R .

Kesalahan tipe I, $\alpha(\theta)$, terjadi apabila hipotesis nol ditolak jika ternyata hipotesis nol benar atau dengan perkataan lain: menolak hipotesis nol yang benar. *Kesalahan tipe II*, $\beta(\theta)$, merupakan kegagalan menolak hipotesis nol yang salah. Untuk statistik uji T dengan $H_0: \theta \in \omega$ versus $H_1: \theta \in \Omega - \omega$, maka $\alpha(\theta) = P(T \in R | \theta \in \omega)$ dan $\beta(\theta) = P(T \notin R | \theta \in \Omega - \omega)$. Nilai batas atas terkecil atau supremum dari $\alpha(\theta)$ untuk semua $\theta \in \omega$ disebut dengan ukuran uji (*size of the test*). Taraf nyata (*level of significance*) merupakan nilai nominal yang telah dipilih terlebih dahulu sebagai batas bagi $\alpha(\theta)$, yang mungkin tak akan pernah didapatkan apabila fungsi peluang yang dipelajari atau dipakai adalah diskret. Kuasa uji (*power of test*) adalah peluang bahwa statistik uji akan menghasilkan nilai yang akan berada pada daerah penolakan, yang dilambangkan dengan $P_\omega(\theta) = P(T \in R)$. Terdapat hubungan antara kuasa uji dengan kesalahan tipe II yang dapat dituliskan sebagai berikut: $P_\omega(\theta) = 1 - \beta(\theta)$.

Kemampuan suatu percobaan untuk mendeteksi perbedaan-perbedaan populasi disebut *sensitifitas* suatu percobaan. Kesempatan untuk mendeteksi perbedaan-perbedaan yang lebih kecil meningkat bila sensitifitas meningkat, dan ini terjadi apabila kesalahan percobaan menurun.

Ukuran dari suatu percobaan, diukur dengan jumlah ulangan, sangat tergantung pada tingkat sensitifitas yang diinginkan. Sebaiknya, sensitifitas tergantung pada ukuran perbedaan-perbedaan yang harus dideteksi dan ukuran kesalahan percobaan. Tipe dan

jumlah perlakuan juga berpengaruh terhadap banyaknya ulangan yang diperlukan.

Akurasi atau ketepatan menunjuk ke dekatnya suatu dugaan terhadap nilai sebenarnya. Dengan demikian akurasi adalah suatu ukuran yang berhubungan dengan bias, dimana untuk suatu parameter θ dan penduga T , didefinisikan sebagai

$$\text{Bias} = E(T) - \theta \quad (1.5)$$

dimana E melambangkan nilai harapan. Sedangkan presisi atau ketelitian menunjuk ke kemampuan ulang pengukuran yang berhubungan dengan kesalahan percobaan.

Untuk suatu gugus perlakuan, biasanya terdapat sejumlah rencana percobaan yang berlainan. Lay-out percobaan, termasuk pengaturan satuan percobaan dan alokasi perlakuan kedalam satuan percobaan dinamakan Rancangan Percobaan, atau disingkat Rancangan. Namun demikian, pemilihan rancangan harus hati-hati dan jangan asal menerima apapun yang terjadi tanpa rencana.

Salah satu tujuan utama penelitian percobaan adalah untuk meyakinkan bahwa populasi-populasi perlakuan memiliki parameter yang sama atau berbeda, terutama mengenai rataannya. Untuk mendeteksi perbedaan-perbedaan nyata antar rataan perlakuan, kita harus gunakan rancangan percobaan yang paling sensitif; yaitu rancangan yang memiliki kesalahan percobaan yang paling kecil.

Bilamana percobaan menjadi semakin rumit, semakin banyak komponen yang harus dimasukkan ke dalam model. Beberapa komponen mungkin diperlukan untuk menghitung atau mengukur keragaman pengkelasan (grouping) dari satuan percobaan, keragaman perlakuan, dan keragaman penarikan contoh. Ketiganya menunjuk kepada aspek rancangan penelitian ilmiah, yaitu:

- (1). Rancangan Percobaan.
- (2). Rancangan Perlakuan.
- (3). Rancangan Respon (Sampling).

Komponen rancangan perlakuan adalah yang paling penting. Dengan adanya hal tersebut, kita dapat melakukan inferensia tentang populasi perlakuan, dimana hal ini tergantung pada tipe perlakuan yang ada dalam percobaan. Secara umum, perlakuan dikelompokkan dalam dua kelas, yaitu:

- (1). Perlakuan tak terstruktur, dan
- (2). Perlakuan terstruktur.

Percobaan yang menggunakan perlakuan terstruktur, dapat diklasifikasikan dalam beberapa cara seperti berikut:

1. **Dihubungkan oleh struktur variabel spesifik.** Perlakuan-perlakuan yang ada dalam kelas ini dapat digambarkan sebagai perlakuan-perlakuan yang rataannya dapat dihubungkan dengan fungsi regresi. Dengan kata lain, rataannya tersebut memiliki suatu hubungan spesifik dan terdefinisi dengan yang lain:
2. **Memiliki struktur faktorial.** Hal ini dapat dibentuk dari dua atau lebih faktor-faktor yang berbeda.
3. **Memiliki struktur gradien.** Perlakuan dimana terdapat perbedaan taraf yang menaik.
4. **Memiliki struktur kelompok.** Bila perlakuan dapat dikelompokkan kedalam dua atau lebih group (gugus) yang dicirikan oleh adanya kesamaan sifat.

Rancangan Percobaan Dasar

Kebanyakan rancangan percobaan dapat dikatakan sebagai modifikasi atau pengembangan dari rancangan-rancangan dasar. Rancangan dapat dikembangkan karena adanya kebutuhan untuk menangani situasi penelitian yang lebih kompleks. Tiga rancangan percobaan dasar adalah:

- (1). Rancangan Acak Lengkap.
- (2). Rancangan Acak Kelompok Lengkap.
- (3). Rancangan Bujur Sangkar Latin.

Model Tetap, Acak dan Campuran

Jika suatu percobaan dilakukan dengan menggunakan semua perlakuan yang ada, inferensia akan terbatas pada perlakuan tersebut. Situasi ini menunjuk gugus inferensia tetap atau fixed dan model liniernya disebut model berpengaruh tetap atau model tetap. Model ini yang paling banyak dilakukan, karena kebanyakan percobaan dirancang untuk meneliti suatu gugus perlakuan tertentu.

Dalam situasi lain, kita mungkin menginginkan untuk membuat inferensia tentang gugus perlakuan lebih besar dari apa yang digunakan dalam percobaan. Perlakuan yang digunakan dalam percobaan merupakan suatu contoh acak dari semua perlakuan yang ada. Model linier percobaan tipe ini disebut model berpengaruh acak (random) atau model acak. Bila kita ingin melakukan inferensia tentang interval temperatur, tetapi kita hanya menggunakan sepuluh titik temperatur (suhu) dalam suatu percobaan, maka temperatur merupakan faktor acak. Faktor hari atau lingkungan sering digolongkan kedalam faktor acak, kecuali kita pilih taraf spesifik dimana percobaan harus dilakukan.

Bila model linier terdiri dari komponen-komponen, model disebut sebagai:

- (1) Model Tetap, bila semua komponen berpengaruh tetap.
- (2) Model Acak, bila semua komponen berpengaruh acak.
- (3) Model Campuran, bila beberapa komponen berpengaruh tetap dan beberapa komponen lain berpengaruh acak.

Uji Normalitas

Untuk uji normalitas dapat digunakan uji Goodness of fit dari type Kolmogorov-Smirnov yang dikenal dengan uji Lilliefors.

Uji Lilliefors

Data diambil dari sebuah contoh acak berukuran n (X_1, X_2, \dots, X_n) dari sebuah fungsi sebaran yang tak diketahui, $F(x)$ Apabila

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

sebagai penduga μ , dan

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

sebagai penduga bagi σ , serta

$$Z_i = \frac{X_i - \bar{X}}{s} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Statistik uji Lilliefors untuk menguji H_0 : contoh acak mempunyai sebaran normal dengan rata-rata dan ragam yang tak diketahui versus H_1 : fungsi sebaran dari nilai-nilai X_i tidak normal, dapat dituliskan sebagai berikut:

$$L = \sup_x |F^*(x) - S(x)| \tag{1.6}$$

dimana $F^*(x)$ adalah fungsi sebaran normal baku, dan $S(x)$ fungsi sebaran empiris berdasarkan data. Tabel quantil statistik uji Lilliefors dapat dilihat di Conover (1971).

Q-Q Plot

Cara ini relatif lebih mudah, yaitu dengan menggunakan plot tentang quantil-quantil. Sudah barang tentu penggunaan komputer lebih memudahkan dalam pengujian ini. Beberapa paket statistik sudah tersedia fasilitas ini. Q-Q Plot membandingkan fungsi sebaran sampel dengan fungsi sebaran teoritisnya. Fungsi sebaran tersebut dapat berasal dari chi-square, gamma, beta, dan normal. Untuk melihat kecocokan antara sebaran sampel dan teoritis adalah dengan

melihat grafiknya linier atau tidak walaupun kedua sebaran memiliki parameter skala dan lokasi yang tak sama. Jika skala berbeda, maka slope atau garis kemiringannya tidak satu; jika lokasinya berbeda, maka grafik tidak melewati titik pusat.

Uji kemiringan dan kelancipan

Untuk menguji normalitas data dapat juga dengan menguji koefisien kemiringannya (*skewness*) dan kelancipan (*kurtosis*). Koefisien kemiringan data dapat dicari dengan rumus berikut:

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{\sqrt{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right\}^{\frac{3}{2}}} \quad (1.7)$$

dan koefisien kelancipannya adalah

$$\beta_2 = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left\{ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right\}^2} \quad (1.8)$$

Bila populasi normal maka nilai $\sqrt{\beta_1} \sim N\left(0, \frac{6}{n}\right)$ dan $\beta_2 \sim N\left(3, \frac{24}{n}\right)$. Untuk tiap kriteria dapat digunakan uji t-student.

Uji Saphiro-Wilk

Statistik uji ini ($2 \leq n \leq 50$) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i^{(n)} x_{(i)} \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.9)$$

dimana $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ merupakan pengamatan tertata, dan bebas dari skala dan titik pusat. Karena $-a_i^{(n)} = a_{n-i+1}^{(n)}$ maka $a_{k+1}^{(2k+1)} = 0$ dan, untuk $n = 2k$ atau $2k + 1$.

$$\sum_{i=1}^n a_i^{(n)} x_{(i)} = \sum_{i=1}^k a_{n-i+1}^{(n)} (x_{(n-i+1)} - x_{(i)})$$

sehingga

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^k a_{n-i+1}^{(n)} (x_{(n-i+1)} - x_{(i)}) \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.10)$$

Uji D'Agostino

Untuk $n > 50$ D'Agostino memberikan statistik uji

$$D = \frac{\left(\sum_{i=1}^n \left[i - \frac{1}{2}(n+1) \right] x_{(i)} \right)}{n^{\frac{3}{2}} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.11)$$

dimana $\frac{\sqrt{n} \left[D - (2\sqrt{\pi})^{-1} \right]}{0.02998598} \sim N(0,1)$

Uji Anderson-Darling

Bila $z_i = \Phi\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)$ dan Φ merupakan fungsi sebaran kumulatif normal baku. Statistik uji Anderson-Darling dapat dituliskan sebagai berikut:

$$A_n^2 = -\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (2i-1) \{ \log z_i + \log(1 - z_{n+1-i}) \} - n \right] \quad (1.12)$$

Masih terdapat beberapa uji normalitas lainnya, seperti uji Lin-Mudholkar, dan uji Andrew.

Uji Kehomogenan Ragam

Terdapat beberapa uji kehomogenan ragam yang dikenal. Namun hanya ada dua yang akan disajikan disini.

Uji Hartley

Uji ini mensyaratkan bahwa ukuran sampel tiap perlakuan harus sama, dengan demikian bila ada t perlakuan maka $n_1 = n_2 = \dots = n_t = n$. Sedang ujinya berdasarkan statistik-uji

$$F_{\max} = \frac{\max_i [s_i^2]}{\min_i [s_i^2]} \quad (1.13)$$

kita tolak $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_t^2$, bila $F_{\max} > F_{\alpha; n-1, n-1}$ dimana α merupakan taraf uji.

Uji Bartlett

Uji ini tidak mensyaratkan bahwa ukuran contoh tiap perlakuan harus sama. Statistik uji yang digunakan adalah:

Pendahuluan

$$U = \frac{1}{C} \left[v \ln s^2 - \sum_{i=1}^t v_i \ln s_i^2 \right] \quad (1.14)$$

dimana

$$v_i = n_i - 1; v = \sum_{i=1}^t v_i; s^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^t v_i s_i^2; C = 1 + \frac{1}{3(t-1)} \left[\sum_{i=1}^t \frac{1}{v_i} - \frac{1}{v} \right]$$

kita tolak $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_t^2$, bila $U > \chi_{\alpha; t-1}^2$

Transformasi Data

Transformasi data merupakan usaha untuk memperbaiki normalitas dan heterogenitas ragam. Dengan teknik ini, data dikonversi menjadi skala yang baru dalam suatu gugus data baru, yang diharapkan memenuhi kehomogenitas ragam. Analisis dengan data hasil transformasi masih tetap sah.

Misalkan suatu peubah acak Y yang merupakan peubah respon dalam suatu percobaan dengan rata-rata μ , dan ragam σ_y^2 yang dapat diekspresikan sebagai fungsi dari μ :

$$\sigma_y^2 = f(\mu) \quad (1.15)$$

Kita ingin menentukan sebuah fungsi $\Psi(Y)$ untuk mentransformasi Y ke suatu peubah acak baru Z , dimana

$$Z = \Psi(Y) \quad (1.16)$$

sedemikian rupa sehingga ragam dari Z setidaknya akan bebas dari μ .

Dengan menggunakan ekspansi Taylor

$$Z \cong \Psi(\mu) + (Y - \mu)\Psi'(\mu) \quad (1.17)$$

dimana Ψ' adalah turunan dari Ψ . Karena

$$E(Y - \mu) = 0$$

kita dapatkan

$$E(Z) = \Psi(\mu)$$

dan kira-kira

$$\sigma_z^2 = E[(Y - \mu)\Psi'(\mu)]^2 = [\Psi'(\mu)]^2 \sigma_y^2 = [\Psi'(\mu)]^2 f(\mu)$$

atau

$$[\Psi'(\mu)]^2 = \frac{\sigma_z^2}{f(\mu)}; \quad [\Psi'(\mu)] = \frac{\sigma_z}{[f(\mu)]^{\frac{1}{2}}}$$

Dengan mengintegrasikan fungsi terakhir ini, dengan menggantikan μ dengan Y , kita peroleh

$$\Psi(Y) = \sigma_z \int [f(Y)]^{\frac{1}{2}} dY \quad (1.18)$$

Transformasi data yang sesuai tergantung pada tipe hubungan ragam dan ratahan. Tiga jenis transformasi yang paling sering digunakan adalah sebagai berikut:

1. **Transformasi Logaritma.** Transformasi ini paling cocok digunakan apabila simpangan baku proporsional terhadap ratahan atau dimana pengaruh-pengaruh bersifat multiplikatif. Kondisi semacam ini biasanya dijumpai dalam data yang memiliki jangkauan yang amat luas. Untuk beberapa populasi mungkin kita dapatkan hubungan

$$\sigma_y^2 = C^2 \mu^2 \quad (1.19)$$

sehingga dengan cara yang sama diperoleh

$$\sigma_z^2 = E[(Y - \mu)\Psi'(\mu)]^2 = [\Psi'(\mu)]^2 \sigma_y^2 = [\Psi'(\mu)]^2 C^2 \mu^2$$

atau

$$[\Psi'(\mu)]^2 = \frac{\sigma_z^2}{C^2 \mu^2}; \quad [\Psi'(\mu)] = \frac{\sigma_z}{C\mu}$$

Dengan mengintegrasikan fungsi terakhir ini, dengan menggantikan μ dengan Y , kita peroleh

$$\Psi(Y) = \sigma_z \int [CY]^{-1} dY = \frac{\sigma_z}{C} \ln(Y) + D \quad (1.20)$$

dimana C dan D adalah konstanta. Sehingga transformasi yang cocok adalah $Z = \ln(Y)$. Bila gugus data mencakup nilai-nilai yang kecil (<10), gunakan $\ln(Y+1)$.

2. **Transformasi Akar Kuadrat.** Untuk data dimana proporsi munculnya suatu kejadian sangat kecil atau sering disebut tipe Poisson, dan data yang merupakan presentase antara 0% dan 30% atau antara 70% dan 100%. Atau bila ragam data proportional terhadap rata-rata. Bila sebaran dari Y menurut Poisson, maka kita dapatkan

$$\sigma_y^2 = f(\mu) = \mu \quad (1.21)$$

Dengan mengintegrasikan fungsi terakhir ini, dengan menggantikan μ dengan Y , kita peroleh

$$\Psi(Y) = \int [Y]^{-\frac{1}{2}} dY = \sqrt{Y} + C \quad (1.22)$$

dimana C konstanta. Sehingga transformasi yang cocok adalah $Z = \sqrt{Y}$. Bila hampir semua data kecil nilainya (<10), maka transformasi yang digunakan adalah $\sqrt{Y + 0.5}$.

3. **Transformasi Arc-sin.** Transformasi Arc-sin atau angular cocok digunakan bila data dalam bentuk proporsi, data yang didapat dari penghitungan, dan data dalam bentuk fraksi

atau persentase. Bila sebaran peubah Y adalah binomial dan Y merupakan jumlah sukses atau berhasil dari n tindakan dengan peluang konstan p, maka

$$E[Y] = np, \quad \sigma_y^2 = np(1-p)$$

sehingga dengan cara yang sama diperoleh

$$f(\mu) = \mu \left(1 - \frac{\mu}{n}\right) \quad (1.23)$$

Dengan mengintegrasikan fungsi terakhir ini, dengan menggantikan μ dengan Y, kita peroleh

$$\Psi(Y) = \sigma_z \int \left[Y \left(1 - \frac{Y}{n}\right) \right]^{\frac{1}{2}} dY = 2\sqrt{n}\sigma_z \arcsin \sqrt{\frac{Y}{n}} + C \quad (1.24)$$

dimana D adalah konstanta. Sehingga transformasi yang cocok adalah $Z = \arcsin \sqrt{\frac{Y}{n}}$, bila kita pilih $C = 0$ dan $\sigma_z^2 = \frac{1}{4n}$. Bila terdapat nilai 0% harus diganti dengan $\frac{1}{4n}$, dan nilai 100% harus diganti dengan $100 - \frac{1}{4n}$, dimana n adalah banyaknya satuan dimana penghitungan persentase didasarkan (penyebut yang digunakan dalam penghitungan persentase).

Tidak semua data persentase perlu ditransformasi; dan arcsin bukan satu-satunya transformasi yang mungkin. Oleh karena itu, **aturan** berikut mungkin berguna dalam pemilihan transformasi yang tepat untuk data persentase yang diturunkan dari data penghitungan.

1. Data persentase diantara 30% - 70% tidak perlu ditransformasi.

Pendahuluan

2. Data persentase diantara 0% - 30% atau 70% - 100%, tapi bukan keduanya, gunakan transformasi akar.
3. Data persentase yang tidak mengikuti aturan 1 dan aturan 2, gunakan transformasi arc-sin.

Aturan Pengisian Koeffisien Nilai Harapan Kuadrat Tengah

Langkah-langkah dalam penentuan koeffieien NHKT ini dapat dituliskan seperti dibawah ini, dimana teladan menggunakan percobaan dua faktor, A Tetap dan B Acak.

1. Tulis variabel-variabel dalam model yang digunakan dalam baris-baris berurut kebawah

A_i			
B_j			
AB_{ij}			
$\epsilon_{k(ij)}$			

2. Tulis subskrip dalam model yang digunakan pada kolom; diatasnya dituliskan F bila taraf dari faktor adalah tetap atau R bila acak. Juga tuliskan pada bagian paling atas yaitu jumlah pengamatan untuk tiap subskrip.

Sumber Keragaman	a	b	n
	F	R	R
	i	j	k
A_i			
B_j			
AB_{ij}			
$\epsilon_{k(ij)}$			

3. Untuk tiap baris yang ada dalam model, tulis jumlah pengamatan dibawah kolom subskrip, pada subskrip yang tak sama dalam baris.

Sumber Keragaman	a	b	n
	F	R	R
	i	j	k
A_i		b	n
B_j	a		n
AB_{ij}			n
$\epsilon_{k(ij)}$			

4. Untuk subskrip yang berada dalam tanda kurung, tuliskan angka 1 dibawah kolom subskrip yang juga ada pada tanda kurung

Sumber Keragaman	a	b	n
	F	R	R
	i	j	k
A_i		b	n
B_j	a		n
AB_{ij}			n
$\epsilon_{k(ij)}$	1	1	

5. Isikan sel-sel yang kosong dengan angka 0 dan 1, tergantung apakah subskrip tersebut menunjukkan faktor dengan pengaruh tetap atau acak.

Sumber Keragaman	a	B	n
	F	R	R
	i	j	k
A_i	0	b	n
B_j	a	1	n
AB_{ij}	0	1	n
$\epsilon_{k(ij)}$	1	1	1

6. Untuk mendapatkan NHKT tiap faktor yang ada dalam model:
 - (a). Tutup kolom(-kolom) yang mencakup subskrip yang tidak diberi tanda kurung dalam model (sebagai teladan, untuk A_i tutup kolom i ; untuk $\epsilon_{k(ij)}$ tutup kolom k).
 - (b). Kalikan bilangan-bilangan tak tertutup (sisa setelah ditutup) dalam tiap baris. Tiap hasil perkalian adalah koefisien NHKT dari faktor yang bersangkutan didalam model, asalkan subskrip tersebut juga subskrip pada bagian yang NHKT-nya dicari/ditentukan.

Dengan menutup kolom i kita dapatkan hasil perkalian berturut-turut adalah bn , n , n , dan 1 . Tetapi n yang pertama tidak kita gunakan karena tidak terdapat subskrip i , dalam hal ini karena yang bersangkutan adalah B_j . Akhirnya dengan cara yang sama untuk kolom j dan k , tabel analisis keragaman percobaan dua faktor, A tetap dan B acak adalah sebagai berikut:

Sumber Keragaman	NHKT
A_i	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2 + nb\phi_\alpha$
B_j	$\sigma_\epsilon^2 + na\sigma_\beta^2$
AB_{ij}	$\sigma_\epsilon^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$
$\epsilon_{k(ij)}$	σ_ϵ^2

Latihan

1. Dalam bidang ilmu yang anda pelajari, tulislah dengan lengkap pernyataan tentang suatu masalah yang dengan yakin anda dapat teliti.

2. Dalam permasalahan diatas, tuliskan variabel tak bebas (*dependent variable*) yang akan anda amati dan bagaimana anda mengukurnya.
3. Dalam permasalahan diatas juga, tuliskan variabel-variabel yang mungkin mempengaruhi variabel tak bebas dan terangkan bagaimana anda akan menggunakan tiap variabel tersebut.
4. Bagaimana anda siapkan lay-out dari data yang anda kumpulkan ?
5. Langkah apa yang perlu anda lakukan terlebih dahulu terhadap data yang anda peroleh sebelum dianalisis dengan alat analisis tertentu ?

Rancangan Acak Lengkap

Dalam percobaan menggunakan Rancangan Acak Lengkap (RAL), sebanyak n satuan percobaan diperlukan. Satuan-satuan percobaan tersebut diusahakan seseragam mungkin kondisinya, sehingga tidak ada sumber keragaman lain yang dapat dikendalikan.

Setiap perlakuan harus secara acak dialokasikan ke beberapa satuan percobaan. Apabila perlakuan ke- i muncul n kali dalam percobaan tersebut, biasanya disebut n ulangan untuk perlakuan ke- i . Rancangan acak lengkap yang menggunakan n untuk perlakuan ke- i dan dari tiap satuan percobaan hanya diamati satu kali disebut Rancangan Acak Lengkap Dasar.

Salah satu persyaratan penggunaan RAL adalah satuan percobaan haruslah seseragam mungkin untuk mengurangi kesalahan. Dalam situasi percobaan bagaimana, persyaratan macam itu dapat dipenuhi? Dalam berbagai percobaan, mungkin terdapat banyak faktor tercakup yang keseragaman sempurna tidak akan didapatkan. Dapatkah peneliti melakukan sesuatu untuk meningkatkan derajat keseragaman?

Seorang peneliti yang menginginkan menggunakan RAL harus menguji terlebih dahulu semua faktor atau sumber keragaman yang mungkin menyebabkan satuan percobaan tidak seragam, dan harus mengambil langkah-langkah yang tepat guna mempertahankan kehomogenan satuan percobaan. Bila hal ini tidak dimungkinkan, peneliti harus mempertimbangkan untuk menggunakan rancangan percobaan lainnya.

Keuntungan dan Kerugian

RAL merupakan rancangan percobaan yang paling sederhana dan mempunyai beberapa keuntungan. Keuntungan yang penting diantaranya mencakup:

1. **Keluwesannya.** Tidak ada pembatasan dalam hal banyaknya perlakuan ataupun banyaknya ulangan dalam perlakuan.

2. **Kemudahan dalam analisis.** Dari beberapa rancangan, RAL sangatlah mudah untuk dianalisis, bahkan dengan ulangan tiap perlakuan yang tidak sama.
3. **Memberikan derajat bebas maksimum untuk pendugaan Galat Percobaan.** Hal ini penting khususnya untuk percobaan yang menggunakan jumlah satuan percobaan yang kecil atau percobaan-percobaan yang keragaman faktor luarnya (extraneous variation) besar.

Sedangkan kerugian utama dari RAL adalah rancangan ini relatif tidak efisien bila ada rancangan percobaan lain yang lebih tepat. Hal ini bersumber dari fakta bahwa semua keragaman yang tidak kita ketahui (serta keragaman faktor luar yang dapat dikendalikan) tercakup dalam galat percobaan.

Model Rancangan Acak Lengkap

Model matematis rancangan acak lengkap dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{j(i)} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, t \quad j = 1, 2, \dots, r_i \quad (2.1)$$

dimana Y_{ij} = pengamatan ke-j pada perlakuan ke-i, μ = rata-rata total =

$$\frac{\sum_{i=1}^t r_i \mu_i}{\sum_{i=1}^t r_i}, \quad \tau_i = \text{pengaruh perlakuan ke-i} = \mu_i - \mu, \quad \text{dan} \quad \varepsilon_{ij} =$$

penyimpangan pengamatan ke-(ij) dari rata-rata perlakuan, yang juga disebut komponen residu atau galat percobaan = $Y_{ij} - \mu_i$.

Penduga kuadrat terkecil dari parameter μ dan τ_i didapatkan dengan cara meminimumkan jumlah dari kuadrat galat percobaan, yaitu

$$\min \left[\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} \varepsilon_{ij}^2 \right] = \min \left[\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \mu - \tau_i)^2 \right] \quad (2.2)$$

Dengan kalkulus, didapatkan dari menurunkan fungsi diatas terhadap μ dan τ_i , kita dapatkan

$$-2 \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\tau}_i)^2 = 0$$

dan

$$-2 \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \hat{\mu} - \hat{\tau}_i)^2 = 0$$

untuk $i = 1, 2, \dots, t$.

Melalui penyederhanaan, akhirnya kita dapatkan

$$\begin{aligned} n\hat{\mu} + \sum_{i=1}^t r_i \hat{\tau}_i &= Y_{..} \\ r_i \hat{\mu} + r_i \hat{\tau}_i &= Y_{i.} \end{aligned} \quad (2.3)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, t$.

Persamaan-persamaan terakhir adalah persamaan normal untuk RAL Dasar. Tetapi t persamaan terakhir dan persamaan sebelumnya membentuk sistem persamaan singular, dengan kata lain tak ada penyelesaian atau jawab yang unik. Oleh karenanya, perlu adanya kendala yaitu

$$\sum_{i=1}^t r_i \hat{\tau}_i = 0 \quad (2.4)$$

Dengan kendala tersebut penduga kuadrat terkecil bagi μ dan τ_i masing-masing berturut-turut adalah

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{..} \quad \text{dan} \quad \hat{\tau}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..} \quad (2.5)$$

Asumsi dalam RAL

1. μ adalah konstanta tetap, sama untuk semua perlakuan pengamatan.
2. ε_{ij} menyebar normal dan saling bebas dengan nilai tengah nol dan ragam σ_{ε}^2 .
3. Untuk model tetap : semua τ adalah konstanta tetap yang memenuhi $\sum_{i=1}^t r_i \tau_i = 0$. Untuk model acak : semua τ menyebar normal dengan rata-rata nol dan ragam σ_{τ}^2 ; semua τ dan ε juga menyebar saling bebas.

Asumsi (2) dapat diperinci menjadi normalitas dan kehomogenan ragam dari populasi perlakuan. Bila asumsi dilanggar atau tidak dapat dipenuhi, kita harus mencari analisis lain seperti teknik statistik-nonparametrik, yaitu dengan Uji Kruskal-Wallis.

Rasionalisasi Analisis Keragaman

$$JK[\text{Perlakuan}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$JK[\text{Galat}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

$$JK[\text{Total}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$JK[\text{Total}] = JK[\text{Perlakuan}] + JK[\text{Galat}]$$

Rumus penyederhanaan dari yang ada diatas adalah:

$$\begin{aligned}
 JK[Total] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{r_i} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{n} \\
 JK[Perlakuan] &= \sum_{i=1}^t \frac{Y_{i.}^2}{r_i} - \frac{Y_{..}^2}{n}
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Tabel Analisis Keragaman untuk RAL

Sumber Keragaman	db	JK	KT	NHKT
Perlakuan	t-1	JK[P]	KT[P]	$\sigma_{\epsilon}^2 + f(\tau)$
Galat	n-t	JK[G]	KT[G]	σ_{ϵ}^2
Total	n-1	JK[T]		

dimana Kuadrat Tengah = Jumlah Kuadrat / derajat bebas, dan

$f(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^t r_i \tau_i^2}{t-1}$ bila model tetap, dan $f(\tau) = \frac{n - \sum_{i=1}^t r_i^2/n}{t-1} \sigma_{\tau}^2$ bila model acak.

Inferensia dalam Model Tetap

Apabila perlakuan ke-i mendefinisikan populasi yang menyebar normal dengan rataan μ_i dan ragam σ_{τ}^2 , biasanya dituliskan dengan $\tau_i \sim N(\mu_i, \sigma_{\tau}^2)$, maka inferensia yang mungkin tentang rataan perlakuan mencakup satu atau lebih dari hal berikut:

1. Pengujian kesamaan rataan perlakuan secara simultan.

2. Pengujian atau pendugaan selang dari perbandingan perlakuan tertentu.
3. Pengujian atau pendugaan selang dari rataan perlakuan pasangan.

Untuk hal (1), hipotesis pengujiannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_t \\
 H_1 &: \text{paling sedikit ada } \mu_i \neq \mu_j; i \neq j = 1, 2, \dots, t
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

atau dalam bentuk

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t \\
 H_1 &: \text{paling sedikit ada } \tau_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, t
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Dalam praktek, F hitung yang nilainya < 1 akan dijumpai. Dua penyebab yang mungkin adalah adanya fluktuasi penarikan contoh acak dan model yang digunakan kurang cocok. Sebagai akibat dari adanya fluktuasi penarikan contoh, akan terdapat kemungkinan bahwa kuadrat tengah perlakuannya lebih rendah daripada yang diduga, sedangkan kuadrat galatnya lebih tinggi dari pada yang diduga. Akibat dari penggunaan model yang kurang cocok, menyebabkan kuadrat tengah galat percobaan mencakup keragaman yang dihilangkan dari model yang lebih tepat.

Inferensia dalam Model Acak

Dengan menggunakan model acak, perlakuan-perlakuan yang digunakan dalam percobaan digunakan untuk mencegah inferensia tentang populasi. Kita tertarik bukan hanya pengaruh perlakuan tertentu yang ada dalam percobaan, melainkan suatu keragaman dari sebaran semua pengaruh perlakuan. Kita tahu

Rancangan Acak Lengkap

bahwa pengaruh-pengaruh perlakuan untuk asumsi model acak adalah $\tau \sim N(0, \sigma_\tau^2)$. Sehingga hipotesis pengujian kita adalah

$$H_0 : \sigma_\tau^2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \sigma_\tau^2 > 0 \quad (2.9)$$

Penduga parameter-parameter yang digunakan adalah:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = KT[Galat]$$

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{KT[Perlakuan] - KT[Galat]}{r_0} \quad ; \quad r_0 = \frac{n - \sum_{i=1}^t r_i^2 / n}{t - 1} \quad (2.10)$$

Selang Kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ bagi σ_ε^2 adalah

$$\frac{n-t}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-t}} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 < \sigma_\varepsilon^2 < \frac{n-t}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-t}} \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.11)$$

Selang Kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ bagi σ_τ^2 adalah

$$\frac{\nu}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; \nu}} \hat{\sigma}_\tau^2 < \sigma_\tau^2 < \frac{\nu}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; \nu}} \hat{\sigma}_\tau^2 \quad (2.12)$$

dimana

$$\nu = \frac{(KT[Perlakuan] - KT[Galat])^2}{\frac{(KT[Perlakuan])^2}{t-1} + \frac{(KT[Galat])^2}{n-t}} \quad (2.13)$$

Rancangan Acak Lengkap Dengan Anak Contoh

Bila satu gugus perlakuan dianalisis pada tiap satuan percobaan tidak memperdulikan berapa besarnya satuan percobaan, kita gunakan Rancangan Acak Lengkap Dasar. Bila beberapa anak gugus dipilih secara acak pada setiap satuan percobaan, maka kita gunakan Rancangan Acak Lengkap Dengan Anak Contoh. Dengan perkataan lain, tiap satuan percobaan dilakukan pengamatan lebih dari satu kali. Apabila kita memiliki satuan percobaan yang besar, kita mungkin perlu gunakan rancangan ini. Dalam hal lain, penarikan anak contoh digunakan untuk mempelajari keragaman dalam satuan percobaan itu sendiri.

Anak contoh sama pada tiap satuan percobaan

Misalkan kita memiliki r satuan percobaan untuk tiap perlakuan dan s penarikan contoh per satuan percobaan, sehingga bila ada sebanyak t perlakuan kita punya sejumlah rst pengamatan.

Model Rancangan Acak Lengkap Dengan Anak Contoh

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{j(i)} + \delta_{k(ij)} \quad ; \quad i = 1, \dots, t \quad j = 1, \dots, r \quad k = 1, \dots, s \quad (2.14)$$

dimana Y_{ijk} adalah pengamatan pada anak contoh ke- k , satuan percobaan ke- j pada perlakuan ke- i ; μ adalah rata-rata total; τ_i adalah pengaruh perlakuan ke- i ; $\varepsilon_{j(i)}$ merupakan keragaman antar satuan percobaan dalam perlakuan ke- i ; dan $\delta_{k(ij)}$ merupakan keragaman dalam satuan percobaan, antar anak contoh, dalam satuan percobaan yang sama. Tambahkan asumsi (dari RAL Dasar) adalah : $\delta_{k(ij)}$ menyebar menurut sebaran normal $N(0, \sigma_s^2)$, serta $\varepsilon_{j(i)}$ dan $\delta_{k(ij)}$ menyebar saling bebas.

Penghitungan Jumlah Kuadrat

$$\begin{aligned}
 JK[Perlakuan] &= \frac{1}{rs} \sum_{i=1}^t Y_{i..}^2 - \frac{Y_{...}^2}{rst} \\
 JK[Galat Percobaan] &= \frac{1}{s} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij.}^2 - \frac{1}{rs} \sum_{i=1}^t Y_{i..}^2 \\
 JK[Galat Sampling] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^s Y_{ijk}^2 - \frac{1}{s} \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r Y_{ij.}^2 \\
 JK[Total] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^s Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{rst}
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Tabel Analisis Keragamannya dapat dituliskan sebagai berikut:

Sumber Keragaman	db	NHKTT	NHKTA
Perlakuan	t-1	$\sigma_{\delta}^2 + s\sigma_{\epsilon}^2 + rs\phi_{\tau}$	$\sigma_{\delta}^2 + s\sigma_{\epsilon}^2 + rs\sigma_{\tau}^2$
Galat Percobaan	t(r-1)	$\sigma_{\delta}^2 + s\sigma_{\epsilon}^2$	$\sigma_{\delta}^2 + s\sigma_{\epsilon}^2$
Galat Sampling	rt(s-1)	σ_{δ}^2	σ_{δ}^2
Total	n-1		

RAL Dengan Anak Contoh Ulangan Tak Sama

Nilai hilang atau jumlah ulangan tak sama dapat terjadi pada tiap tahapan rancangan. Terdapat 3 macam kemungkinan :

1. Jumlah satuan percobaan tiap perlakuan tidak sama, tetapi jumlah satuan penarikan contoh tiap satuan percobaan sama.
2. Jumlah satuan percobaan tiap perlakuan sama, tetapi jumlah satuan penarikan contoh tiap satuan percobaan tidak sama.

3. Baik jumlah satuan percobaan tiap perlakuan maupun satuan penarikan contoh tiap satuan percobaan tidak sama.

Misalkan n_{ij} melambangkan banyaknya satuan penarikan contoh pada satuan percobaan ke-(ij); maka

$$\begin{aligned}
 JK[\text{Perlakuan}] &= \sum_i \frac{Y_{i..}^2}{\sum_j n_{ij}} - \frac{Y_{...}^2}{\sum_i \sum_j n_{ij}} \\
 JK[\text{Galat Percobaan}] &= \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij.}^2}{n_{ij}} - \sum_i \frac{Y_{i..}^2}{\sum_j n_{ij}} \\
 JK[\text{Galat Sampling}] &= \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \sum_i \sum_j \frac{Y_{ij.}^2}{n_{ij}} \\
 JK[\text{Total}] &= \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{...}^2}{\sum_i \sum_j n_{ij}}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Tabel Analisis Keragaman

Sumber Keragaman	db	NHKT
Perlakuan	t-1	$\sigma_\delta^2 + c_1 \sigma_\varepsilon^2 + c_2 \phi_\tau$
Galat Percobaan	$\sum_i r_i - t$	$\sigma_\delta^2 + c_3 \sigma_\varepsilon^2$
Galat Sampling	$\sum_i \sum_j n_{ij} - \sum_i r_i$	σ_δ^2
Total	$\sum_i \sum_j n_{ij} - 1$	

Rancangan Acak Lengkap

Untuk kasus (1) $c_1 = c_3 = s$ dan $c_2 = \frac{1}{t-1} \left[n_{..} - s \sum_i \frac{r_i^2}{r} \right]$. Untuk kasus

$$(2) \text{ dan } (3) \quad c_1 = \frac{1}{t-1} \left[\sum_i \sum_j \frac{n_{ij}^2}{n_i} - \sum_i \sum_j \frac{n_{ij}^2}{n_{..}} \right], \quad c_2 = \frac{1}{t-1} \left[n_{..} - \sum_i \frac{n_i^2}{n_{..}} \right],$$

$$c_3 = \frac{1}{t-1} \left[n_{..} - \sum_i \sum_j \frac{n_{ij}^2}{n_i} \right].$$

Untuk (1), uji yang digunakan untuk mengetahui pengaruh perlakuan adalah seperti yang biasa digunakan atau dipakai dalam kebanyakan analisis keragaman karena $c_1 = c_3$. Tetapi untuk (2) dan (3) tidak ada uji yang pasti guna menguji perbedaan pengaruh perlakuan. Prosedur SATTERTHWAITES digunakan untuk mendekati uji tersebut. Kita cari dahulu kuadrat tengah galat percobaan 'sintetis' yang mempunyai NHKT $\sigma_\delta^2 + c_1 \sigma_\epsilon^2$. Sebut saja, misalnya M, dimana

$$M = \frac{c_1}{c_3} KT[Galat Perlakuan] + \left(1 - \frac{c_1}{c_3} \right) KT[Galat Sampling] = \sigma_\delta^2 + c_1 \sigma_\epsilon^2 \quad (2.17)$$

dengan derajat bebas pendekatan

$$db^* = \frac{M^2}{\frac{\left(\frac{c_1}{c_3} KT[Galat Perlakuan] \right)^2}{\sum_i r_i - t} + \frac{\left(\left(1 - \frac{c_1}{c_3} \right) KT[Galat Sampling] \right)^2}{\sum_i \sum_j n_{ij} - \sum_i r_i}} \quad (2.18)$$

Teladan. Seorang ahli rumput-rumputan menguji empat stimulator pertumbuhan akar. Tiap stimulator diaplikasikan untuk ke delapan plot rumput turf. Terdapat enam plot rusak karena kesalahan mekanis. Dua contoh berukuran sama diambil secara acak dari 26 plot tersisa, dan berat akarnya diukur sebagai respon (dalam gram).

Plot	Stimulator			
	I	II	III	IV
1	4.3	3.9	3.8	3.7
	4.8	4.1	3.4	3.9
2	4.0	3.8	3.6	3.5
	4.3	3.3	3.1	3.4
3	4.3	3.7	3.5	3.6
	3.8	3.4	3.7	4.1
4	4.2	3.6	3.2	3.8
	4.7	3.2	3.7	3.5
5	4.3	3.0	3.4	3.6
	4.5	3.7	3.0	3.9
6	3.9		3.2	4.2
	4.2		3.6	4.0
7	4.4		3.3	
	4.0		3.5	
8	4.6			
	4.1			

Dari data diatas dapat dihitung hal-hal seperti berikut:

$$Y_{...} = 197.3$$

$$\text{Faktor Koreksi} = (197.3)^2 / 52 = 748.6$$

$$\text{JK [Total]} = (4.3^2 + \dots + 4.0^2) - 748.6 = 9.81$$

$$\text{JK [Perlakuan]} = \left(\frac{68.4^2}{16} + \dots + \frac{45.2^2}{12} \right) - 748.6 = 6.08$$

$$\text{JK [Galat Percobaan]} = (9.1^2 + \dots + 8.2^2) / 2 - \text{FK} - \text{JK [Perlakuan]} = 1.74$$

$$\text{JK [Galat Sampling]} = 9.81 - 6.08 - 1.74 = 1.99$$

Analisis Keragaman

Sumber Keragaman	db	JK	KT	NHKT
Stimulator	3	6.08	2.03	$\sigma_{\delta}^2 + 2\sigma_{\epsilon}^2 + 12.87\phi_{\tau}$
Galat Percobaan	22	1.74	0.08	$\sigma_{\delta}^2 + 2\sigma_{\epsilon}^2$
Galat Sampling	26	1.99	0.08	σ_{δ}^2

Dengan $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4$ lawan $H_1 : \text{sedikitnya } \tau_i \neq \tau_j \text{ untuk } i \neq j = 1,2,3,4$

$F_{hitung} = (2.03) / (0.08) = 25.70 \sim F_{3,22}$.

Apabila model yang digunakan adalah acak, artinya stimulator yang digunakan dipilih secara acak dari sejumlah stimulator, serta inferensia dilakukan untuk keseluruhan populasi stimulator, maka ϕ_{τ} digantikan dengan σ_{τ}^2 , serta hipotesis pengujiannya adalah $H_0 : \sigma_{\tau}^2 = 0$ lawan $H_1 : \sigma_{\tau}^2 > 0$

Latihan

1. Seorang mahasiswa Agronomi membagi sepetak tanah menjadi beberapa petak berukuran 10m x 10m dan melabelinya seperti berikut:

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

Gunakan tabel bilangan acak untuk mengalokasikan suatu gugus yang terdiri dari 5 perlakuan yang muncul dalam jumlah yang sama dalam tiap anak petak.

- (a) Ulangi hal serupa bila perlakuan 1 muncul dua kali lebih banyak daripada perlakuan lainnya.
2. Seorang mahasiswa Hortikultur mendapat izin untuk menggunakan sebagian kecil tanah di Kebun Percobaan

Universitas untuk penelitiannya. Usulan penelitian yang dia ajukan adalah mempelajari efek dari 6 macam dosis pupuk cair terhadap hasil kentang. Setiap dosis akan diaplikasikan untuk 5 petak tanaman kentang. Tiap petak akan diberi dosis yang sesuai setiap dua minggu. Pada waktu ia mengukur tanah tersebut, ia dapatkan luasan $38.1\text{m} \times 6.1\text{m}$ cukup untuk 126 baris; tiap baris pancangnya 6.1m dengan jarak baris 0.3 m. Ia dapatkan benih kentang berkualitas tinggi dan menanamnya keseluruhan 126 baris.

- (a) Bagaimana ia menyusun satuan percobaannya? Jelaskan. Asumsikan bahwa tanah yang ia pakai cukup kecil, sehingga keseragaman tanah dapat terpenuhi.
 - (b) Praktik yang dapat diterima dalam penelitian semacam ini adalah menggunakan hasil dari 2.42 m barisan tanaman kentang per satuan percobaan. Bagaimana mendapatkannya? Jelaskan.
 - (c) Berikan model analisis statistik yang ia gunakan berdasarkan jawaban anda terhadap dua item diatas pada nomor ini.
3. Seorang mahasiswa kehutanan mendapatkan proyek untuk meneliti 5 varietas baru tanaman pinus. Ia dengan hati-hati dan sungguh-sungguh merencanakan sebuah percobaan rumah kaca untuk menentukan varietas nama yang pertumbuhan tahunannya paling besar. Setelah empat tahun berlalu, ia menganalisis secara statistik hasil penelitiannya dan merekomendasikan bahwa varietas B adalah yang terbaik. Hasil penelitiannya sangat mengejutkan sehingga 10 perusahaan perkayuan menanam varietas yang ia anjurkan pada separuh lahan yang mereka miliki. Setelah empat tahun, delapan dari sepuluh perusahaan perkayuan tersebut mengadu bahwa pohon pinus varietas B tersebut hanya 75% setinggi varietas pinus lama yang telah lama mereka tanam. Beberapa prinsip penelitian yang baik telah dilanggar dalam

percobaan diatas dan juga rekomendasinya. Berikan pelanggaran-pelanggaran dan jelaskan secara singkat mengapa hal tersebut terjadi.

4. Berikut adalah data tentang kandungan asam askorbat dari tiga varietas buah Peach masak yang ditanam di daerah tertentu. Semua pengukuran dikonversi ke dalam mg/100g buah Peach.

Varietas 1	Varietas 2	Varietas 3
5.34	7.12	6.28
5.58	6.89	6.01
5.26	6.93	6.27
5.47	6.82	6.15
5.39	7.06	6.38
5.50	6.80	6.40
5.42	6.91	6.12
5.47	6.76	6.24
5.71	6.97	6.31
5.62	6.88	6.37

- (a) Berikan model linier untuk percobaan berikut. Jelaskan tiap term yang anda gunakan dalam model. Asumsikan model tetap.
- (b) Berikan asumsi yang cukup untuk inferensia yang sah dengan model ini.
- (c) Buatlah tabel analisis keragaman model ini.
- (d) Uji apakah ketiga varietas memiliki rata-rata kandungan asam askorbat yang sama.
- (e) Berikan tabel beda rata-rata dan simpangan bakunya.
- (f) Carilah selang kepercayaan 95% bagi $\mu_2 - \mu_3$.
5. Seorang insinyur teknik industri meneliti empat metode pelapisan kabel secara elektronik. Sejumlah 40 kabel yang

seragam dan sama panjangnya dilapisi secara elektronik, 10 buah untuk setiap metode. Banyaknya “bintil noda” dihitung untuk tiap kabel seperti berikut:

Metode 1	Metode 2	Metode 3	Metode 4
0	1	3	3
1	2	1	6
1	1	2	2
0	2	2	4
2	3	3	2
0	1	4	5
0	1	2	3
1	2	3	5
0	1	1	4
1	2	2	4

- (a) Lakukan transformasi yang sesuai dan berikan tabel Analisis Keragaman untuk data diatas.
- (b) Uji apakah rata-rata “bintil noda” keempat metode sama.

Inferensia Pasca Analisis Keragaman

Pertama kali kita batasi dahulu untuk faktor yang mempunyai pengaruh tetap (*fixed*). Bila uji Anova gagal mendeteksi perbedaan-perbedaan nyata antar perlakuan, ini berarti percobaan tidak memiliki bukti yang cukup untuk menyatakan adanya perbedaan antar perlakuan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa populasi perlakuan mempunyai nilai rata-rata yang sama; dengan lain perkataan : semua perlakuan yang digunakan mempunyai pengaruh yang sama.

Bila uji Anova menunjukkan perbedaan nyata antar perlakuan, kita tentu ingin mengetahui perlakuan mana yang menunjukkan perbedaan dengan perlakuan lainnya. Oleh karenanya, perlu dilakukan uji setelah Anova atau sering disebut dengan uji lanjut setelah Anova.

Untuk menguji perbedaan nyata dua nilai tengah, misalkan:

$$H_0 : \mu_i = \mu_j \quad \text{vs} \quad H_1 : \mu_i \neq \mu_j \quad (3.1)$$

dapat digunakan statistik uji-t, dimana statistik ujinya adalah:

$$t_{hit} = \frac{\bar{Y}_i - \bar{Y}_j}{\sqrt{KT[Galat] \cdot \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_j} \right)}} \quad (3.2)$$

dengan daerah penolakan : Tolak H_0 bila $t_{hit} > t_{\alpha/2; db \text{ Galat}}$.

Mengapa kita tidak lakukan uji seperti diatas untuk keseluruhan pasangan atau kombinasi yang mungkin untuk menentukan perbedaan nyata dari perlakuan ? Uji t diatas tidak saling bebas karena semua berdasarkan penghitungan dari satu gugus data, yaitu tergantung dari nilai Kuadrat Tengah Galat-nya. Sebagai konsekuensinya akan sangat sukar untuk menentukan laju kesalahan tipe I dan II.

Karena jumlah teknik uji-lanjut sangat banyak dan karena hanya beberapa teknik memiliki laju kesalahan yang dapat ditentukan

dengan mudah, permasalahan analisis uji lanjut agak kontroversial. Sebagai tambahan, keinginan pribadi juga sebagai penyebab kontroversi tersebut. Beberapa jurnal menghendaki uji tertentu, sebagai persyaratan dalam uji lanjut.

Laju Kesalahan

Salah satu cara untuk mengevaluasi dan membandingkan prosedur perbandingan ganda adalah dengan menghitung laju kesalahan (*error rates*). Jika dalam suatu selang kepercayaan tidak terdapat nilai yang sebenarnya dari kuantiti yang diduga, maka akan kita dapatkan kesalahan. Sama halnya jika kita menguji suatu hipotesis, satu kesalahan terjadi biarpun hipotesis yang benar ditolak ataupun hipotesis yang salah diterima.

Laju kesalahan perbandingan (*Comparisonwise Error Rate*) merupakan rasio dari jumlah kesalahan perbandingan yang dibuat dalam inferensia terhadap banyaknya semua perbandingan. Laju kesalahan percobaan (*Experimentwise Error Rate*) merupakan rasio banyaknya percobaan dimana sedikitnya ada satu kesalahan terhadap banyaknya perbedaan yang dilakukan/dianalisis. Hal ini dapat diartikan sebagai peluang melakukan paling sedikit satu kesalahan dalam satu percobaan apabila tidak ada perbedaan antar perlakuan.

Untuk mencegah atau mengurangi terlalu banyaknya perbandingan nyata hanya karena suatu kebetulan dalam suatu percobaan tunggal, biasanya diusahakan agar *Experimentwise Error Rate* tetap pada suatu taraf, misalnya 5% (atau 0.05). Apabila kita ingin menjawab banyak pertanyaan dari satu percobaan tunggal, ide yang terbaik adalah dengan cara mengendalikan *Experimentwise Error Rate*.

Inferensia lanjut bila faktor memiliki pengaruh acak adalah dengan mencari penduga, baik titik maupun selang, dari keragaman faktor tersebut. Hal ini umum digunakan karena inferensia yang kita lakukan adalah untuk mengetahui tentang populasi perlakuan dengan

hanya menggunakan beberapa perlakuan yang ada dimana sebelumnya telah kita pilih secara acak.

Uji Least Significant Difference (LSD)

Uji LSD atau Beda Nyata Terkecil ini mungkin yang paling banyak dilakukan karena paling mudah diterapkan. Uji ini membandingkan tiap rata-rata perlakuan dengan rata-rata perlakuan yang lain secara berpasangan. LSD_α untuk membandingkan μ_i terhadap μ_j adalah:

$$LSD_\alpha = t_{\frac{\alpha}{2}; dbGalat} \sqrt{KT [Galat] \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (3.3)$$

dimana n_i dan n_j adalah banyaknya pengamatan perlakuan ke- i dan ke- j , berturut-turut.

Kita akan menyatakan bahwa H_1 benar apabila beda kedua nilai dugaan untuk kedua rata-rata tersebut lebih besar dari LSD_α . Prosedur ini mempunyai *Comparisonwise Error Rate* (CER) = α . Selang kepercayaan $(1 - \alpha)100\%$ bagi $\mu_i - \mu_j$ adalah

$$(\hat{\mu}_i - \hat{\mu}_j) \pm LSD_\alpha \quad (3.4)$$

Berikut ini adalah *Experimentwise Error Rate* (EER) untuk prosedur LSD

t	2	3	4	6	10
EER	0.05	0.12	0.21	0.37	0.63

Uji Fisher LSD

Uji ini dilakukan seperti dalam LSD yang baru saja kita bahas, hanya bila uji-F dalam Anova nyata (signifikan). Nilai EER mendekati α . Namun demikian, ada kemungkinan kita tolak $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_t$ dan tidak menolak $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$ untuk $i \neq j$. Juga benar bahwa prosedur ini mungkin tidak mendeteksi beberapa perbedaan antar pasangan perlakuan dimana sebetulnya terdapat perbedaan. Dengan perkataan lain, perbedaan-perbedaan antar pasangan perlakuan dapat terjadi, tetapi persamaan dari perlakuan lainnya dapat menyebabkan uji-F tidak nyata. Yang penting, prosedur ini tidak membolehkan kita membuat perbandingan individu tanpa terlebih dahulu mendapatkan uji F nyata.

Secara umum, Fisher-LSD ini dapat digunakan untuk menguji

$H_0 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i = 0$ lawan $H_1 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i \neq 0$, dan kita gunakan kriteria

penolakan :

Tolak H_0 , jika :

$$\left| \sum_{i=1}^t c_i \hat{\mu}_i \right| > t_{\frac{\alpha}{2}; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[Galat] \cdot \sum_{i=1}^t \frac{c_i^2}{n_i}} \quad (3.5)$$

Prosedur ini memungkinkan untuk pengujian hipotesis tentang kesamaan beberapa rata-rata perlakuan, meskipun ulangan yang digunakan tidak sama.

Teladan. Nilai rataan perlakuan berikut diambil dari 6 pengamatan. Kuadrat Tengah Galat = 4,76 ditentukan dengan menggunakan Anova (db Galat 20)

Perlakuan	A	B	C	D
Rataan	30.5	30.3	35.7	33.0

Nilai $t_{0.025;20} = 2.086$. Jadi $LSD_{0.05} = 2.63$.

	Y_B	Y_A	Y_D
Y_C	5.4*	5.2*	2.7*
Y_D	2.7*	2.5	
Y_A	0.2		

*berbeda nyata pada taraf 5%.

Perlakuan ke-3 (C) menunjukkan adanya pengaruh yang berbeda dengan perlakuan lainnya pada taraf 5%. Sedangkan perlakuan ke-1 (A) tidak menunjukkan adanya perbedaan dengan perlakuan ke-2 (B) dan ke-4 (D).

Metode Benferroni

Meskipun prosedur ini mungkin paling jarang digunakan, kadang dapat merupakan yang terbaik. Merupakan prosedur yang baik apabila peneliti ingin membuat sejumlah kecil perbandingan. Direkomendasikan menggunakan prosedur ini untuk *pembandingan terencana* bilamana uji F untuk kesamaan rata-rata tidak nyata.

Misalkan ingin dilakukan sebanyak p perbandingan. Perbandingan ke- q dinyatakan berbeda dengan nol, yaitu $\sum c_{iq} \mu_i \neq 0, q = 1, 2, \dots, p$ jika

$$\left| \sum_{i=1}^t c_{iq} \hat{\mu}_i \right| > t_{\frac{\alpha}{2p}, db \text{ Galat}} \sqrt{KT[Galat] \sum_{i=1}^t \frac{c_{iq}^2}{n_i}} \quad (3.6)$$

Uji ini memberikan EER lebih kecil atau sama dengan α dan $CER = \frac{\alpha}{p}$. Biasanya $EER \ll \alpha$. Nilai $t_{\frac{\alpha}{2p}, db \text{ Galat}}$ untuk beberapa nilai α, p dan $db \text{ Galat}$ dapat dilihat pada **tabel Bonferroni ***.

Metode Peubah Ganda-t

Metode ini atau *Multivariate-t method* merupakan metode yang baik untuk digunakan bila peneliti harus membandingkan suatu gugus bebas linier dari kombinasi linier tentang nilai-nilai μ_i . Jadi prosedur ini tidak dapat digunakan untuk gugus kombinasi linier yang tidak bebas linier. Batasan ini mencegah seseorang untuk menggunakan metode untuk membuat semua perbandingan yang mungkin antar pasangan rata-rata, karena gugus semua perbandingan yang mungkin antar rata-rata bukan merupakan suatu gugus yang bebas linier.

Jika peneliti ingin membuat *p perbandingan bebas linier*, maka ia akan menyimpulkan bahwa perbandingan ke- q akan tidak sama dengan nol, atau $\sum c_{iq}\mu_i \neq 0$, $q = 1, 2, \dots, p$ jika

$$\left| \sum_{i=1}^t c_{iq} \hat{\mu}_i \right| > t_{\frac{\alpha}{2}, p, db\ Galat} \sqrt{KT[Galat] \sum_{i=1}^t \frac{c_{iq}^2}{n_i}} \quad (3.7)$$

dimana nilai $t_{\frac{\alpha}{2}, p, db\ Galat}$ diberikan pada tabel **multivariat-t** pada referensi yang sama seperti metode sebelum ini.

Metode ini memiliki $EER \leq \alpha$. Jika kombinasi linier $\sum_{i=1}^t c_{iq} \hat{\mu}_i$ juga bebas secara statistik untuk $q = 1, 2, \dots, p$ maka $ERR = \alpha$. Jika gugus perbandingan yang dipelajari saling bebas linier, maka metode ini akan selalu lebih baik daripada metode Benferroni.

Uji Tukey HSD

Secara umum uji ini dapat digunakan untuk menguji hipotesis berikut $H_0 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i = 0$ lawan $H_1 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i \neq 0$, dengan daerah penolakan : Tolak H_0 , jika

$$\left| \sum_{i=1}^t c_i \hat{\mu}_i \right| > q_{\alpha; t; db\ Galat} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^t |c_i| \sqrt{\frac{KT[Galat]}{n}} \tag{3.8}$$

dimana nilai $q_{\alpha; t; db\ Galat}$ dapat dilihat pada tabel **studentized range**. Untuk membandingkan rata-rata berpasangan rata-rata $H_0 : \mu_i = \mu_j$ lawan $H_1 : \mu_i \neq \mu_j$, maka $\frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^t |c_i| = 1$, sehingga kita dapatkan daerah penolakan : Tolak H_0 , jika

$$\left| \hat{\mu}_i - \hat{\mu}_j \right| > q_{\alpha; t; db\ Galat} \cdot \sqrt{\frac{KT[Galat]}{n}} \tag{3.9}$$

Uji ini memiliki EER $\leq \alpha$. Sebagai ilustrasi dari data sebelumnya, dengan banyaknya perlakuan = 4 maka $q_{0.05; 4; 20} = 3.96$ dan $HSD_{0.05; 4; 20} = 3.53$

	Y_B	Y_A	Y_D
Y_C	5.4*	5.2*	2.7
Y_D	2.7	2.5	
Y_A	0.2		

* berbeda nyata pada taraf 5%

Perlakuan ke-4 (D) tidak menunjukkan adanya perbedaan dengan perlakuan lainnya; perlakuan ke-3 (C) memberikan pengaruh yang berbeda dari perlakuan ke-1 (A) dan ke-2 (B).

Uji Student-Newman-Keull

Uji ini mirip seperti uji Tukey-HSD, hanya disini yang kita bandingkan adalah **sekelompok perlakuan tertata**. Misalnya $\alpha = 0.05$ dan db Galat = 20 kita dapatkan tabel berikut :

t	2	3	4
$q_{0.05;t;20}$	2.95	3.58	3.96
$SNK_{0.05}$	2.63	3.19	3.53

Dengan demikian kita dapatkan

	Y_B	Y_A	Y_D
Y_C	5.4*	5.2*	2.7
Y_D	2.7	2.5	
Y_A	0.2		

* berbeda nyata pada taraf 5%

Hanya perlakuan ke-3 (C) yang menunjukkan pengaruh yang berbeda terhadap perlakuan ke-1 (A) dan ke-2 (B).

Uji Duncan-New-Multiple-Range

Dengan cara yang sama seperti pada SNK, hanya disini nilai $q_{\alpha; t; dbGalat}$ diganti dengan $q_{\alpha^*; t; dbGalat}^*$ yang nilainya dapat diperoleh dengan menggunakan **tabel Duncan**. Misalkan dengan $\alpha = 0.05$ dan db Galat = 20, kita dapatkan tabel berikut

T	2	3	4
$q_{\alpha^*; t; 20}^*$	2.95	3.10	3.18
$DNMR_{0.05}$	2.63	2.76	2.83

Dengan demikian kita dapatkan

	Y_B	Y_A	Y_D
Y_C	5.4*	5.2*	2.7
Y_D	2.7	2.5	
Y_A	0.2		

* berbeda nyata pada taraf 5%.

Hanya perlakuan ke-3 yang menunjukkan pengaruh yang berbeda terhadap perlakuan ke-1 (A) dan ke-2 (B).

Uji Scheffe

Uji ini direkomendasikan apabila kita ingin membuat **banyak perbandingan tak terencana**, yaitu perbandingan-perbandingan yang sebelumnya kita belum rencanakan dalam merancang percobaan. Uji ini memiliki EER $\ll \alpha$.

Untuk pengujian $H_0 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i = 0$ lawan $H_0 : \sum_{i=1}^t c_i \mu_i \neq 0$,

dengan daerah penolakan : Tolak H_0 , jika

$$\left| \sum_{i=1}^t c_i \hat{\mu}_i \right| > \sqrt{(t-1) \cdot F_{\alpha, t-1; db Galat} \cdot KT[Galat] \cdot \sum_{i=1}^t \frac{c_i^2}{n_i}} \quad (3.10)$$

Uji Dunnett

Uji ini tepat digunakan untuk **membandingkan pengaruh tiap perlakuan yang digunakan dengan kontrol** atau **perlakuan baku** (standar). Jadi yang diuji adalah pasangan tiap perlakuan dengan kontrol. Uji ini memiliki nilai EER = α .

Tiap rataan perlakuan diuji terhadap kontrol dengan membandingkan perbedaan rataan yang sesuai dengan D dimana

$$D = d_{t-1; \alpha; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[\text{Galat}] \cdot \left(\frac{1}{n_k} + \frac{1}{n_p} \right)} \quad (3.11)$$

dimana $d_{t-1; \alpha; db \text{ Galat}}$ dapat diperoleh dengan menggunakan **tabel Dunnet**, n_p adalah banyaknya pengamatan perlakuan ke-p, dan n_k adalah banyaknya pengamatan perlakuan kontrol.

Untuk melakukan pengujian $H_0 : \mu_k = \mu_i ; i = 1, 2, \dots, t$ (tidak termasuk kontrol) lawan $H_1 : \mu_k \neq \mu_i$ digunakan daerah penolakan : Tolak H_0 bila $|\mu_k - \mu_i| > D$.

Prosedur Hsu

Untuk sejumlah situasi percobaan, tujuan utamanya adalah menentukan perlakuan “terbaik”. Pertama kita artikan bahwa perlakuan “terbaik” adalah perlakuan yang memiliki rataan terbesar. Sebagai tambahan untuk mengetahui perlakuan terbaik, perlu diketahui juga bila mungkin adanya perlakuan lain yang dapat digunakan sebagai pengganti terbaik.

Prosedur ini memberikan:

1. Suatu koleksi perlakuan, satu diantaranya berasal dari populasi yang memiliki rataan “terbesar”. Sebut saja C.
2. Selang Kepercayaan Bersama antara rataan populasi terbesar dan tiap rataan populasi yang lain.

Langkah-langkahnya adalah seperti berikut:

1. Untuk tiap rataan perlakuan Y_i , hitung

$$M_i = \max_{h \neq i} [Y_h] \quad (3.12)$$

dan

$$K_i = M_i - d_{t-1; \alpha; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[Galat] \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)} \quad (3.13)$$

2. Perlakuan ke-i ditempatkan ke dalam C yaitu gugus yang mencakup perlakuan terbaik, bila $Y_i > K_i$.

Untuk membuat Selang Kepercayaan Bersama pasangan perbedaan rata-rata terbesar, kita hitung selang $(0, D_i)$ dimana

$$D_i = \max \left[0, M_i - \bar{Y}_i + d_{t-1; \alpha; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[Galat] \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)} \right] \quad (3.14)$$

Apabila perlakuan “terbaik” merupakan nilai respon “terendah”, seperti misalnya kerusakan terkecil, penurunan kotoran, pengurangan kadar kolesterol, dll.

Langkah-langkahnya adalah seperti berikut:

1. Untuk tiap rata-rata perlakuan, Y_i , hitung

$$m_i = \min_{h \neq i} [Y_h] \quad (3.15)$$

dan

$$k_i = m_i + d_{t-1; \alpha; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[Galat] \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)} \quad (3.16)$$

2. Perlakuan ke-i ditempatkan ke dalam C* yaitu gugus yang mencakup perlakuan terbaik, bila $Y_i < k_i$.

Untuk membuat Selang Kepercayaan Bersama pasangan perbedaan rata-rata terbesar, kita hitung selang $(0, D_i^*)$ dimana

$$D_i^* = \max \left[0, \bar{Y}_i - m_i + d_{i-1; \alpha; db \text{ Galat}} \sqrt{KT[\text{Galat}] \cdot \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_{i'}} \right)} \right] \quad (3.17)$$

Kontras Rataan

Suatu **kontras** adalah suatu kombinasi linier dari rata-rata dimana jumlah koefisien sama dengan nol. Dengan demikian, untuk konstanta c_1, c_2, \dots, c_k yang tak semuanya nol.

$$\Theta = \sum_i c_i \mu_i \quad (3.18)$$

adalah kontras jika $\sum_i c_i = 0$.

Setiap kontras memiliki satu derajat bebas, karena setiap kontras menggambarkan aspek linear dari beberapa rata-rata, suatu “dimensi tunggal informasi tentang keseluruhan rata-rata”.

Penduga tak bias dari kontras $\Theta = \sum_i c_i \mu_i$ dan penduga ragamnya berturut-turut adalah

$$\hat{\Theta} = \sum_i c_i \bar{Y}_i$$

$$\text{var}(\hat{\Theta}) = KT[\text{Galat}] \sum_i \frac{c_i^2}{r_i} \quad (3.19)$$

dimana r_i adalah banyaknya ulangan dimana rata-rata perlakuan ke- i dihitung.

Untuk menguji $H_0 : \Theta = 0$ lawan $H_1 : \Theta \neq 0$ digunakan statistik uji F, yang dituliskan sebagai

$$F_{hit} = \frac{JK[Kontras]/1}{JK[Galat]/db Galat} \tag{3.20}$$

dimana

$$JK[Kontras] = \frac{\hat{\Theta}^2}{\sum_i \frac{c_i^2}{r_i}} \tag{3.21}$$

Dua kontras Θ_p dan Θ_q dikatakan ortogonal, bila $\sum_i \frac{c_{i_p} c_{i_q}}{r_i} = 0$, atau bila semua r_i sama, jika $\sum_i c_{i_p} c_{i_q} = 0$.

Suatu gugus $t-1$ kontras ortogonal sedemikian rupa sehingga jumlah dari nilai jumlah kuadratnya sama dengan jumlah kuadrat perlakuan disebut suatu gugus ortogonal lengkap dari suatu kontras perlakuan.

Ortogonal Polinomial

Banyak percobaan yang dirancang untuk menentukan sifat alamiah suatu kurva respon bila taraf faktor menunjukkan adanya peningkatan jumlah dari faktor tersebut. Bila terdapat kenaikan taraf yang sama antara taraf yang berurutan dari suatu faktor, suatu penyandian sederhana biasa digunakan untuk analisis.

Ortogonal Polinomial adalah persamaan sedemikian rupa sehingga tiap persamaan berhubungan dengan suatu pangkat dari peubah bebas, misalnya X , X^2 , atau X^3 dan tak saling berkorelasi atau ortogonal. Untuk keperluan ortogonal polinomial peubah X berjarak sama, kita gunakan hal berikut:

$$\begin{aligned} \xi_0 &= 1, \forall x \\ \xi_1 &= \frac{(x_i - \bar{x})}{d} \\ \xi_2 &= \xi_1^2 - \frac{n^2 - 1}{12} \\ \xi_3 &= \xi_1 \xi_2 - \frac{(n^2 - 4)}{15} \xi_1 \\ \xi_{k+1} &= \xi_1 \xi_k - \frac{k^2(n^2 - k^2)}{4(4k^2 - 1)} \xi_{k-1} \end{aligned} \tag{3.22}$$

Koeffisien dan Pembagi untuk Ortogonal Polinomial dalam regresi (taraf berjarak sama).

Jml Perl	Der Polinom	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	$\sum_i c_i^2$	λ
2	1	-1	+1				2	2
3	1	-1	0	+1			2	1
	2	+1	-2	+1			6	3
4	1	-3	-1	+1	+3		20	2
	2	+1	-1	-1	+1		4	1
	3	-1	+3	-3	+1		20	10/3
5	1	-2	-1	0	+1	+2	10	1
	2	+2	-1	-2	-1	+2	14	1
	3	-1	+2	0	-2	+1	10	5/6
	4	+1	-4	+6	-4	+1	70	35/12

Cara penyajian lain adalah dalam bentuk koding seperti berikut:

$$Y'_u = A_0 \xi_0 + A_1 \xi_1 + \dots + A_k \xi_k \tag{3.23}$$

dimana

$$\begin{aligned} \xi'_0 &= 1 ; \xi'_1 = \lambda_1 u ; \xi'_2 = \lambda_2 \left[u^2 - \frac{k^2 - 1}{12} \right] \\ \xi'_3 &= \lambda_2 \left[u^3 - u \left(\frac{3k^2 - 7}{20} \right) \right] \\ \xi'_4 &= \lambda_4 \left[u^4 - \frac{u^2}{14} (3k^2 - 13) + \frac{3}{560} (k^2 - 1) (k^2 - 9) \right] \\ \xi'_5 &= \lambda_5 \left[u^5 - \frac{5u^3}{18} (k^2 - 7) + \frac{u}{1008} (15k^4 - 230k^2 + 407) \right] \end{aligned} \tag{3.24}$$

dimana k adalah banyaknya taraf suatu faktor, X misalnya dan untuk j = 0, 1, 2, ..., k

$$A_j = \frac{\sum_i \sum_j Y_{ij} \xi'_j}{\sum_i \sum_j (\xi'_j)^2} = \frac{\text{Kontras}}{r \sum_i c_{ij}^2} \tag{3.25}$$

dimana $u = \frac{(x - \bar{x})}{d}$.

Teladan : Dari percobaan tentang dosis obat (mg) terhadap waktu reaksi (mili detik) diperoleh data seperti berikut:

X	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
u	-2	-1	0	+1	+2
	26	28	28	32	38
	28	26	30	33	39
	29	30	31	31	38

Untuk keperluan penghitungan Jumlah Kuadrat, kita hitung dahulu total pengamatan tiap-tiap perlakuan, $Y_i = \sum_{j=1}^3 Y_{ij}$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, yang dapat disajikan seperti di bawah ini:

X	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
Total	83	84	89	96	115
Ulangan	3	3	3	3	3

Dengan demikian, total keseluruhan (grand total) nilai pengamatannya adalah

$$\sum_{i=1}^5 Y_i = 83+84+89+96+115 = 467.$$

$$FK = \text{Faktor Koreksi} = (467)^2/15$$

$$JK \text{ Total} = (26^2 + 28^2 + \dots + 38^2) - FK = 249.73$$

$$JK \text{ Dosis} = (83^2 + 84^2 + \dots + 115^2)/3 - FK = 229.73$$

$$JK \text{ Galat} = JK \text{ Total} - JK \text{ Sosis} = 20.00$$

Analisis Keragaman

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F_{hit}
Dosis	4	229.73	57.42	28.72**
Galat	10	20.00	2.00	
Total	14	249.73		

Der Polinom	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	$\sum_i c_i^2$	λ	Kontras	JK
	83	84	89	96	115				
Linier	-2	-1	0	+1	+2	10	1	76	192.53**
Kuadratik	+2	-1	-2	-1	+2	14	1	38	34.38**
Kubik	-1	+2	0	-2	+1	10	5/6	8	2.13
Kuartik	+1	-4	+6	-4	+1	70	35/12	12	0.69

Untuk selanjutnya, karena derajat polinomial paling tinggi yang nyata adalah 2, maka kita cari

$$Y_u' = A_0\xi_0' + A_1\xi_1' + A_2\xi_2'$$

dengan $A_0 = 31.13$; $\xi'_0 = 1$; $A_1 = \frac{76}{(3)(10)} = 2.53$; $\xi'_1 = u$;

$A_2 = \frac{38}{(3)(14)} = 0.90 = 0.90$; $\xi'_2 = (u^2 - 2)$. Sehingga, kita dapatkan

$$Y'_u = 29.33 + 2.53u + 0.90u^2$$

Ortogonal Polinomial Interval Tak Sama

Perbedaan antara Ortogonal Polinomial berjarak (interval) sama dan tak sama adalah dalam hal *penurunan gugus yang sesuai dari kontras yang saling ortogonal berderajat bebas tunggal*. Tidak seperti koefisien kontras berjarak sama yang telah baku, koefisien kontras berjarak tak sama ini harus diturunkan untuk tiap kasus. Namun demikian, bila koefisien kontras telah didapatkan, prosedur penghitungannya sama untuk keduanya. Untuk lebih mudahnya kita berikan teladan berikut.

Misalkan didalam suatu penelitian tentang pemupukan nitrogen, digunakan dosis 0, 60, 90, dan 120 kg N per hektar. Bila kita koding, angka tersebut berturut-turut menjadi 0, 2,3, dan 4.

Kemudian kita hitung ke tiga gugus koefisien ortogonal polinomial yang sesuai dengan derajat polinomialnya: linier, kuadratik, dan kubik.

$$\begin{aligned} L_i &= a + X_i \\ Q_i &= b + cX_i + X_i^2 \\ C_i &= d + eX_i + fX_i^2 + X_i^3 \end{aligned} \tag{3.26}$$

dimana nilai-nilai a, b, c, d, e, dan f diduga dengan menggunakan keenam persamaan berikut yang sekaligus merupakan asumsi-asumsi yang digunakan:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^t L_i &= 0 & ; & \quad \sum_{i=1}^t Q_i = 0 \\
 \sum_{i=1}^t C_i &= 0 & ; & \quad \sum_{i=1}^t L_i Q_i = 0 \\
 \sum_{i=1}^t L_i C_i &= 0 & ; & \quad \sum_{i=1}^t Q_i C_i = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

dan untuk selanjutnya digunakan dengan cara yang sama seperti dalam kasus ortogonal polinomial berjarak sama.

Latihan

1. Dari sebuah analisis keragaman, diperoleh hal berikut:
 KT[Perlakuan] = 221.1 dengan 3 derajat bebas
 KT[Galat Percobaan] = 28.08 dengan 16 derajat bebas.
 Misalkan dengan ulangan yang sama banyaknya, diperoleh ratan perlakuan seperti berikut:

$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$	$\bar{y}_{4.}$
22	32	16	25

Pasangan manakah yang menunjukkan perbedaan yang nyata rataan perlakuan bila digunakan taraf uji 1% dengan

- (a) Fisher LSD
 - (b) Tukey HSD
 - (c) DNMR
 - (d) Dunnet bila perlakuan nomor 1 adalah kontrol
2. Banyaknya 'bahan asing' tersisa dari minuman beralkohol yang diperdagangkan diukur untuk tiap delapan contoh yang diambil secara acak dari tiap metode filtrasi yang digunakan.

Bila terdapat empat macam metode filtrasi dan diperoleh rata-rata, dalam mg/100cc

Met-1	Met-2	Met-3	Met-4
14.875	15.988	15.862	16.050

dimana $KT[\text{Galat Percobaan}] = 0.19$. Dari analisis keragaman diperoleh bahwa terdapat beda sangat nyata ($\alpha = 0.01$) antar rata-rata perlakuan. Analisis beda rata-rata pasangan perlakuan dengan

- (a) Tukey HSD dengan $\alpha = 0.05$
- (b) SNK dengan $\alpha = 0.05$
- (c) Scheffe dengan $\alpha = 0.05$
- (d) Dunnett bila perlakuan nomor 4 adalah kontrol dengan $\alpha = 0.05$

3. Seorang ahli penyakit tanaman mempelajari 4 macam herbisida yang dapat dideskripsikan sebagai berikut

Herbisida	Deskripsi
1	2% BA, Cair
2	2% BA, Bubuk
3	5% BA, Cair
4	2% BA, Bubuk

Bila percobaan dilakukan dengan RAL dengan 8 satuan percobaan tiap perlakuan

- (a) Berikan satu gugus koefisien kontras ortogonal yang berarti dan lengkap
- (b) Jelaskan dari tiap kontras ortogonal yang anda buat dengan kata-kata (untuk perbandingan apa)
- (c) Misalkan μ_1, μ_2, μ_3 dan μ_4 berturut-turut adalah rata-rata 4 perlakuan. Berikan hipotesis nol bagi tiap kontras yang anda bikin.

4. Seorang biologis meneliti retardasi pertumbuhan suatu bakteri tertentu bila diberikan panas. Empat macam temperatur pemanasan digunakan : 90°F , 105°F , 120°F , dan 135°F . Delapan kultur bakteri diberikan untuk tiap temperatur dan setelah beberapa saat, kehilangan berat dicatat. Dari analisis keragaman diperoleh $KT[\text{Galat Percobaan}] = 4.07$. Rataan kehilangan berat (dalam gram) :

90°F	105°F	120°F	135°F
8.3	6.4	9.1	9.8

Lakukan analisis trend (ortogonal polinomial) dari data kehilangan berat di atas.

5. Carilah nilai a , b , c , d , e dan f dari permasalahan ortogonal polinomial dengan interval tak sama secara umum bila digunakan 4 taraf serta secara khusus bila taraf yang digunakan adalah 0, 60, 90, dan 120.
6. Carilah nilai a , b , c , d , e , dan f dari permasalahan ortogonal polinomial dengan interval tak sama secara umum bila digunakan 4 taraf serta secara khusus bila taraf yang digunakan adalah 0, 10, 20, dan 40.

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

Suatu **Blok** atau suatu **Kelompok** adalah grup satuan percobaan yang memberikan atau memiliki pengaruh seragam pada suatu variabel respon. Suatu kelompok **lengkap** adalah suatu grup satuan percobaan yang homogen dimana t perlakuan yang ada muncul dalam jumlah yang sama.

Blok-blok haruslah dibuat sedemikian rupa sehingga satuan percobaan dari dua blok yang berlainan sedapat mungkin heterogen. Dengan demikian bila kondisi ini terpenuhi, kita sudah berusaha untuk menaikkan tingkat ketelitian percobaan. Dapat disimpulkan bahwa **pemblokkan** (*blocking*) adalah suatu bentuk dari **pengendalian kesalahan dalam rancangan percobaan**.

Cara ini ideal untuk mendapatkan informasi homogenitas atau heterogenitas satuan percobaan adalah dengan uji coba keseragaman yaitu suatu *uji pendahuluan* dimana semua satuan percobaan dikenakan atau diberikan kondisi yang sama. Pengaruh tiap satuan percobaan dapat ditentukan dan digunakan dalam formasi blok-blok tersebut. Pemblokkan adalah suatu ciri dari satuan rancangan percobaan (atau rancangan lapangan) dan *bukan* ciri suatu rancangan perlakuan.

Kita asumsikan bahwa suatu percobaan dirancang untuk meneliti sebanyak t perlakuan. Untuk itu haruslah tersedia t satuan percobaan pada tiap blok; sejumlah t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak ke satuan percobaan dalam tiap blok. Ini menunjukkan suatu pembatasan pada proses pengacakan dimana tidak terdapat kebebasan lengkap dalam pengalokasian perlakuan-perlakuan tersebut. Semua perlakuan dipaksa ada dan dalam jumlah yang sama dalam tiap blok.

Keuntungan Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) :

1. Analisis dapat dilakukan dengan mudah dan langsung.
2. Hasil lebih akurat, bila pemblokkan benar.
3. Sensitivitas naik.
4. Fleksibel atau luwes. Tidak ada batasan jumlah perlakuan dan atau blok.

Kerugian RAKL:

1. Bila jumlah perlakuan sangat banyak, blok-blok yang homogen mungkin sukar didapatkan. Semakin banyak satuan percobaan tiap blok, semakin besar kemungkinan satuan percobaan-satuan percobaan yang heterogen.
2. Jika blok dan perlakuan berinteraksi, RAKL tidak tepat bila digunakan.

Model Linier RAKL

Model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, r \quad j = 1, 2, \dots, t \quad (4.1)$$

dimana Y_{ij} adalah pengamatan pada blok ke- i dan perlakuan ke- j , μ adalah rata-rata umum, β_i pengaruh blok ke- i , τ_j pengaruh perlakuan ke- j , dan ε_{ij} adalah galat percobaan.

Setiap kombinasi Blok-Perlakuan mendefinisikan suatu populasi dari kemungkinan kombinasi pengamatan. Agar inferensia valid, maka ε_{ij} menyebar bebas identik menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk tiap i dan j . Untuk model tetap, perlu ditambahkan asumsi bahwa $\sum_j \tau_j = 0$ dan $\sum_i \beta_i = 0$. Untuk model acak, tambahan asumsinya adalah setiap τ_i menyebar bebas identik menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\tau^2)$. β_j menyebar bebas identik, menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\beta^2)$, serta semua β , τ , dan ε menyebar saling bebas.

Dengan cara yang sama seperti dalam Rancangan Acak Lengkap, kita dapatkan penduga bagi blok ke- i dan perlakuan ke- j , berturut-turut adalah:

$$\hat{\beta}_i = \bar{Y}_i - \bar{Y}_{..} \quad \text{dan} \quad \hat{\tau}_j = \bar{Y}_j - \bar{Y}_{..} \quad (4.2)$$

Penghitungan Jumlah Kuadrat

Model RAKL ini merupakan pengembangan sederhana dari RAL, dengan memasukkan komponen tambahan untuk pemblokkan. Sebagai konsekuensinya, analisis keragaman untuk percobaan RAKL harus terdapat satu sumber keragaman tambahan karena adanya pemblokkan.

$$JK[Total] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt}$$

$$JK[Blok] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2 = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^r Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt} \quad (4.3)$$

$$JK[Perlakuan] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_j - \bar{Y}_{..})^2 = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^t Y_j^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt}$$

$$JK[Galat] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t (Y_{ij} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_j + \bar{Y}_{..})^2$$

Tabel Anova untuk RAKL

Sumber Keragaman	db	JK	KT	NHKTT	NHKTA
Blok	r-1	JK[B]			
Perlakuan	t-1	JK[P]	KT[P]	$\sigma_\epsilon^2 + r\phi_\tau$	$\sigma_\epsilon^2 + r\sigma_\tau^2$
Galat	(r-1)(t-1)	JK[G]	KT[G]	σ_ϵ^2	σ_ϵ^2
Total	rt-1	JK[T]			

Inferensia Model Tetap

Bila asumsi dipenuhi, inferensia tentang perlakuan adalah yang utama. Pengujian-pengujian hipotesis, pembuatan selang kepercayaan, perbandingan berganda (dan/atau ortogonal) adalah inferensia yang umumnya dilakukan. Adanya faktor blok tidak mempunyai pengaruh langsung pada proses inferensia, kecuali terdapat beberapa nilai hilang atau adanya asumsi yang tak dipenuhi.

Untuk pengujian dengan taraf uji α , $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_t$ lawan $H_1 : \text{sedikitnya ada } \mu_i \neq \mu_j \text{ untuk } i \neq j \text{ (1,2,...,t)}$ digunakan statistik uji:

$$F_{hit} = \frac{KT[\text{Perlakuan}]}{KT[\text{Galat Percobaan}]} \sim F_{\alpha; t-1, (r-1)(t-1)} \quad (4.4)$$

Dalam RAKL, perbedaan rata-rata perlakuan pengamatan ke- i dan ke- h dan simpangan bakunya, berturut-turut dapat dituliskan sebagai berikut

$$\bar{Y}_i - \bar{Y}_h \quad \text{dan} \quad s_{\bar{Y}_i - \bar{Y}_h} = \sqrt{\frac{2 \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]}{r}} \quad (4.5)$$

Sehingga Selang Kepercayaan $100(1 - \alpha)\%$ bagi $\mu_i - \mu_h$ dapat ditentukan dengan menggunakan rumus berikut:

$$(\bar{Y}_i - \bar{Y}_h) \pm t_{\frac{\alpha}{2}; (r-1)(t-1)} \cdot s_{\bar{Y}_i - \bar{Y}_h} \quad (4.6)$$

dimana $t_{\frac{\alpha}{2}; (r-1)(t-1)}$ adalah titik persentase atas sebesar $\alpha/2$ dari sebaran t dengan derajat bebas $(t-1)(r-1)$.

Inferensia Model Acak

Bila suatu percobaan yang dilakukan mengasumsikan pengaruh perlakuan acak, maka inferensia tentang keragaman komponen perlakuan σ_{τ}^2 adalah yang dikehendaki. Untuk menguji $H_0 : \sigma_{\tau}^2 = 0$ lawan $H_1 : \sigma_{\tau}^2 > 0$ dilakukan dengan menggunakan statistik uji yang sama seperti dalam kasus model tetap.

Teladan. Di dalam tahap awal sebuah pemrosesan serat alami seperti katun dan wol diperlukan pembersihan. Seorang ahli teknologi industri pertanian meneliti empat macam proses pembersihan untuk wol. Karena wol diterima dari tempat yang berbeda-beda (peternakan, penyalur, dlsb.), maka tempat dimana wol diambil digunakan sebagai blok atau kelompok. Diperoleh wol dari lima tempat yang berbeda. Setelah debu dan kotoran yang tak diinginkan diambil, wol dari satu tempat asal dicampur, dan dalam jumlah yang sama diberikan ke tiap pemrosesan. Kehilangan berat (mg) setelah dibersihkan dan dikeringkan dapat dilihat seperti berikut:

Pembersihan	Asal				
	1	2	3	4	5
1	21	36	25	18	22
2	26	38	27	17	26
3	16	25	22	18	21
4	28	35	27	20	24

Kita asumsikan bahwa kehilangan berat Y_{ij} dapat direpresentasikan sebagai jumlah dari empat komponen: rataan umum, pengaruh asal, pengaruh proses yang digunakan, dan pengaruh galat percobaan. Dalam bentuk model dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1,2,3,4,5 \quad j = 1,2,3,4 \quad (4.7)$$

Peneliti tersebut hanya tertarik dengan empat macam proses pembersihan ini, oleh karena itu asumsi pengaruh perlakuan bersifat tetap. Pengaruh asal mungkin dapat bersifat acak, bila kita pilih 5 dari sejumlah lebih dari lima kemungkinan tempat pengambilan wol.

Penghitungan jumlah kuadrat dalam teladan ini adalah sebagai berikut:

$$\text{Faktor Koreksi} = \text{FK} = 492^2/20 = 12103.2$$

$$\text{JK}[\text{Total}] = 21^2+36^2+\dots+24^2 - \text{FK} = 724.8$$

$$\text{JK}[\text{Asal}] = (91^2+134^2+101^2+73^2+93^2)/4 - \text{FK} = 500.8$$

$$\text{JK}[\text{Pembersihan}] = (122^2+134^2+102^2+134^2)/5 - \text{FK} = 136.8$$

$$\text{JK}[\text{Galat}] = 724.8 - 500.8 - 136.8 = 87.2$$

Tabel Anova Pemrosesan Wol

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F	NHKT
Asal	4	500.8	125.2		
Pembersihan	3	136.8	45.6	6.25*	$\sigma_\varepsilon^2 + 5\phi_r$
Galat	12	87.2	7.3		σ_ε^2
Total	19	724.8			

Terdapat cukup bukti untuk menyatakan bahwa cara pembersihan memberikan pengaruh terhadap kehilangan berat. Tabel beda dua rataan pembersihan wol diatas adalah sebagai berikut:

i	h	$\bar{y}_i - \bar{y}_h$
1	2	-2.4
1	3	4.0
1	4	-2.4
2	3	6.4
2	4	0
3	4	-6.4

Simpangan baku beda dua nilai rata-rata perlakuan proses pembersihan adalah

$$s_{\bar{y}_i - \bar{y}_h} = \sqrt{2(7.3)/5} = 1.71$$

Sehingga, selang kepercayaan 99% bagi beda dua nilai rata-rata pemrosesan ke-4 dan ke-3 adalah:

$$(\bar{y}_i - \bar{y}_h) \pm t_{0.005;12} s_{\bar{y}_i - \bar{y}_h} = 6.4 \pm 3.05(1.71) = (1.20 ; 11.60)$$

Nonadditifitas Blok dan Perlakuan

Asumsi penting yang diperlukan untuk keabsahan analisis dengan RAKL adalah “tidak adanya interaksi antara blok dan perlakuan”. Ini setara dengan perkataan bahwa pengaruh blok dan perlakuan bersifat additif. Bila tidak additif, maka modelnya akan

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + (\beta\tau)_{ij} + \varepsilon_{ij} \tag{4.8}$$

dimana $(\beta\tau)_{ij}$ adalah interaksi antara blok i dan perlakuan j . Untuk menguji H_0 : Blok dan perlakuan bersifat additif lawan H_1 : Blok dan Perlakuan bersifat nonadditif, perlu didapatkan nilai-nilai berikut:

$$JK[\text{Nonadditifitas}] = \frac{rt \left[\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..}) (\bar{Y}_j - \bar{Y}_{..}) \right]}{JK[\text{Perlakuan}] JK[\text{Blok}]} \tag{4.9}$$

JK [Sisa Galat Percobaan] = JK [Galat Percobaan] – JK [Nonadditifitas]; db Nonadditifitas = 1 dan db Sisa Galat Percobaan = $q = (r-1)(t-1) - 1$. Statistik uji yang digunakan adalah:

$$F_{1,q} = \frac{JK[\text{Nonadditifitas}]}{JK[\text{Sisa Galat Percobaan}]/q} \tag{4.10}$$

Nilai Hilang Dalam RAKL

RAKL yang dibahas disini menggunakan asumsi bahwa tiap perlakuan hanya diamati satu kali dalam tiap blok. Kadang kala, satu atau lebih pengamatan hilang dari gugus data. Hal ini mungkin terjadi, misalnya bila : (1) seekor binatang yang digunakan dalam percobaan mati sebelum percobaan selesai; (2) satu plot hanyut karena banjir; (3) satu perlakuan yang salah diterapkan dalam satuan percobaan yang bukan semestinya; dan beberapa alasan lain. Tiap nilai yang hilang merusak keseimbangan RAKL. Beberapa kontras perlakuan akan terkontaminasi dengan pengaruh blok. Sehingga perlu diambil langkah-langkah untuk meminimumkan pengaruh data yang hilang, khususnya dalam inferensia mengenai perlakuan.

Satu prosedur yang dapat diterima untuk analisis percobaan dengan “beberapa” nilai hilang adalah dengan menyisipkan nilai dugaan yang meminimumkan Jumlah Kuadrat Galat Percobaan. Bila banyak data yang hilang, maka disarankan agar mempertimbangkan penghilangan “beberapa” perlakuan atau blok dalam usaha pembentukan analisis yang “lebih baik”.

Untuk data hilang tunggal dalam RAKL, prosedurnya adalah sebagai berikut:

1. sisipkan sembarang nilai, misalnya M , untuk data yang hilang
2. tentukan nilai M yang meminimumkan JK Galat Percobaan
3. sisipkan nilai tersebut, dan hitung semua JK yang digunakan dalam Anova
4. kurangi db total dan db Galat Percobaan dengan Satu

Namun demikian prosedur ini membuat JK Perlakuan berbias keatas. Tapi, dengan mudah melalui perhitungan sederhana kita dapatkan JK Perlakuan Terkoreksi. Bila data yang hilang adalah Y_{gh} , yaitu nilai pengamatan yang dikenai perlakuan ke- h dan blok- g , kita definisikan hal-hal berikut:

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

T_h : total semua pengamatan yang tak hilang perlakuan ke-h

B_g : total semua pengamatan yang tak hilang blok ke-g

G : total semua pengamatan tak hilang. Dengan demikian nilai M yang meminimumkan JK Galat Percobaan adalah

$$M = \frac{r \cdot B_g + t \cdot T_h - G}{(r-1)(t-1)} \quad (4.11)$$

JK Perlakuan, setelah nilai M disisipkan, dihitung seperti biasa, namun perlu dikoreksi dengan bias, dimana

$$Bias = \frac{[B_g - (t-1)M]^2}{t(t-1)} \quad (4.12)$$

Teladan. Meneruskan dari teladan sebelumnya dalam bab ini. Bila terdapat satu data yang hilang misalnya, sehingga datanya menjadi

Pembersihan	Asal				
	1	2	3	4	5
1	21	M	25	18	22
2	26	38	27	17	26
3	16	25	22	18	21
4	28	35	27	20	24

Maka $T_1 = 86$, $B_2 = 98$ dan $G = 456$. Kemudian dengan mudah M dicari dan kita dapatkan $M = 31.5$. Penghitungan selanjutnya adalah seperti pada teladan sebelumnya setelah memasukkan nilai M dan menghitung kembali total tiap perlakuan dan blok.

Faktor Koreksi = $FK = 487.5^2/20 = 11882.81$

JK [Total] = $12524.25 - FK = 641.44$

JK [Asal] = $12307.56 - FK = 424.75$

JK [Pembersihan] = $12024.45 - FK = 141.64$

JK [Galat] = $641.44 - 424.75 - 141.64 = 75.05$

Koreksi Bias = $[98 - 3(31.5)]^2/4(3) = 1.02$

$$\text{Rancangan Acak Kelompok Lengkap} \\ \text{JK [Pembersihan Terkoreksi]} = 141.64 - 1.02 = 140.62$$

Tabel Anova Pemrosesan Wol

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F hit	NHKT
Asal	4	424.75			
Pembersihan	3	140.62	46.87	6.87**	$\sigma_{\varepsilon}^2 + 5\phi_{\varepsilon}$
Galat	11	75.05	6.82		σ_{ε}^2

Effisiensi RAKL terhadap RAL

Apakah RAKL lebih baik daripada RAL? Apakah tambahan waktu untuk pemblokkan dan penghitungan tambahan sangat berguna? Ini perlu diketahui apabila kita ingin menggunakan rancangan yang sama, untuk mengantisipasi pengulangan dalam percobaan dimasa mendatang. Hal ini banyak dijumpai dalam penelitian bidang psikologi, teknik produksi, agronomi, dan lain sebagainya.

Apabila pemblokkan dilakukan secara efektif, kita berharap inferensia yang lebih teliti dengan RAKL daripada dengan RAL. Cara terbaik untuk membandingkan keduanya adalah dengan membandingkan inferensia kedua rancangan dimana tiap rancangan menggunakan perlakuan dan satuan percobaan yang sama.

Salah satu cara membandingkan ketelitian dua rancangan percobaan adalah dengan membandingkan keragaman rata-rata perlakuan kedua rancangan tersebut. Jumlah pengamatan tiap perlakuan harus sama untuk kedua rancangan, sehingga setara dengan itu, kita bandingkan KT Galat Percobaan kedua perlakuan tersebut. Sebagai konsekuensi kita harus menduga KT Galat Percobaan untuk RAL yang harus dapat dilakukan dengan materi percobaan yang sama. Dengan demikian penduga bagi KT Galat Percobaan RAL dari RAKL adalah :

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

$$KT[GP^*] = \frac{(r-1)KT[Blok] + r(t-1)KT[Galat Percobaan]}{rt-1} \quad (4.13)$$

Effisiensi relatif RAKL terhadap RAL didefinisikan sebagai

$$ER(RAKL/RAL) = \frac{(r-1)KT[Blok] + r(t-1)KT[Galat Percobaan]}{(rt-1)KT[Galat Percobaan]} \quad (4.14)$$

Apabila nilai ER ini lebih besar dari pada satu, ini berarti RAKL lebih efisien daripada RAL. Nilai ER dapat diinterpretasikan sebagai rasio ulangan perlakuan kedua rancangan untuk memberikan keragaman rata-rata perlakuan yang sama.

Teladan. Dengan menggunakan data pada teladan sebelumnya diperoleh $KT [Galat Percobaan] = 7.3$, $KT [Asal] = 125.2$ dengan 4 derajat bebas, serta perlakuan pembersihan dengan derajat bebas 3. Dengan demikian

$$ER (RAKL/RAL) = \frac{(4)(125.2) + (5) (3) (7.3)}{(19) (7.3)} = 4.4$$

Nilai 4.4 atau 440% menunjukkan bahwa RAKL jauh lebih efisien dari pada RAL. Diperlukan 4.4 kali ulangan perlakuan dengan RAL untuk mendapatkan keragaman rata-rata perlakuan yang sama bila menggunakan RAKL. Tidaklah mengherankan bila kita lihat tabel awal anova dalam kasus ini, maka total keragaman terbesar datangnya dari keragaman Asal, atau $KT [Asal]$.

Anak Contoh Dalam RAKL

Bila dalam satu satuan percobaan diamati sebanyak s kali, model RAKL Dengan Anak Contoh adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} + \delta_{ijk} \quad (4.15)$$

$$i = 1, \dots, r \quad ; \quad j = 1, \dots, t \quad ; \quad k = 1, \dots, s$$

ε mengukur keragaman rata-rata pengamatan satuan percobaan dan juga keragaman galat percobaan. Sedangkan δ mengukur keragaman dalam satuan percobaan (antar anak contoh tersebut) dan juga keragaman galat penarikan contoh.

Asumsi yang perlu ditambahkan untuk model di atas adalah: semua ε menyebar bebas identik $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$; semua δ menyebar identik $N(0, \sigma_\delta^2)$; semua ε dan δ menyebar saling bebas.

Tabel Anova dalam RAKL Dengan Anak Contoh (Model Tetap)

Sumber Keragaman	db	NHKT
Blok	r-1	
Perlakuan	t-1	$\sigma_\delta^2 + s\sigma_\varepsilon^2 + rs\phi_\tau$
Galat Percobaan	(r-1)(t-1)	$\sigma_\delta^2 + s\sigma_\varepsilon^2$
Galat Sampling	rt(s-1)	σ_δ^2
Total	rts-1	

Pembandingan Dua Nilai Rataan Bila Ada Data Hilang (RAKL)

Untuk membandingkan dua nilai rata-rata, perlu diketahui galat baku beda dua nilai rata-rata. Galat baku beda dua nilai rata-rata perlakuan dengan satu nilai hilang dengan perlakuan lain adalah

$$s_{\bar{y}_j - \bar{y}_{j'}} = \sqrt{KT[\text{Galat Percobaan}] \cdot \left[\frac{2}{r} + \frac{t}{r(r-1)(t-1)} \right]} \quad (4.16)$$

Dua Data Hilang

Misalkan dua data yang hilang tersebut adalah Y_{ki} (nilai pengamatan pada blok k perlakuan ke-i) dan misalkan Y_{gh} (nilai pengamatan blok g perlakuan ke h), dengan penduga berturut-turut adalah A dan B. Langkah pendugaan nilai-nilai tersebut adalah sebagai berikut: nilai $A_0 = (Y_{k.} + Y_{.i})/2$, kemudian hitung

$$B = \frac{r \cdot B_g + t \cdot T_h - Y_{..}^*}{(r-1)(t-1)}$$

$$A = \frac{r \cdot B_k + t \cdot T_i - Y_{..}^*}{(r-1)(t-1)} \tag{4.17}$$

hingga konvergensi tercapai.

Galat baku perbandingan dua rataan perlakuan, dimana masing-masing terdapat data hilang, digunakan formula

$$s_{\bar{Y}_i - \bar{Y}_{i'}} = \sqrt{KT[\text{Galat Percobaan}] \cdot \left[\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{i'}} \right]} \tag{4.18}$$

dimana r_i dan $r_{i'}$ adalah “jumlah ulangan efektif” dengan

$$r_i = \begin{cases} 1 & , \quad \text{kedua perlakuan ada} \\ \frac{t-2}{t-1} & , \quad \text{perlakuan } i \text{ ada dan } i' \text{ tak ada} \\ 0 & , \quad \text{perlakuan } i \text{ tak ada} \end{cases} \tag{4.19}$$

Latihan

1. Seorang ahli holtikultura mengadakan suatu percobaan lapang untuk mempelajari pengaruh perlakuan fungisida yang diterapkan ke dalam petak-petak dimana azalea ditumbuhkan. Fungisida-fungisida diaplikasikan ke dalam

Rancangan Acak Kelompok Lengkap petak sebelum inokulasi dalam susunan empat blok lengkap. Tanaman yang seragam diinokulasi, ditumbuhkan, dan setelah beberapa minggu dicabut dan ditimbang berat akarnya (dalam gram), yang hasilnya dapat dilihat pada tabel 4.1.

- (a) Buat Tabel Anova bila model campuran dengan pengaruh fungisida tetap dan pengaruh blok acak.
- (b) Uji kesamaan rataaan berat akar akibat pengaruh perlakuan fungisida.
- (c) Berikan simpangan baku beda dua nilai rataaan perlakuan.

Tabel 4.1 Berat akar (gram) akibat pengaruh fungisida

Blok	Fungisida				
	1	2	3	4	5
1	14	21	19	22	24
2	13	18	14	21	18
3	11	23	18	22	17
4	10	21	15	18	17

Tabel 4.2 Pengaruh Irigasi dan Pemupukan pada Retensi Air

Perlakuan	Blok		
	1	2	3
a_1b_1	2	3	3
	3	2	4
a_1b_2	3	4	5
	2	4	4
a_1b_3	4	5	5
	6	4	5
a_2b_1	3	2	3
	2	3	3
a_2b_2	4	3	3
	3	5	4
a_2b_3	6	5	6
	4	6	5

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

- (d) Bila blok adalah lokasi, kebun-kebun percobaan Universitas, asumsi RAKL mana yang dapat menjadi perhatian ahli holtikultur tersebut?
- (e) Bila nilai pengamatan pada blok ke-3 dan perlakuan fungisida ke-4 hilang, hitung nilai dugaannya dan buat analisis keragaman setelah adanya koreksi bias.
- (f) Misalnya perlakuan fungisida tersebut adalah sbb:
 - 1 kontrol, tanpa fungisida
 - 2 Fungisida T
 - 3 Fungisida N, 1 oz
 - 4 Fungisida N, 2 oz
 - 5 Fungisida N, 3 ozlakukan pengujian dengan kontras ortogonal yang paling

berarti.

- 2. Seorang ahli tanaman sedang mempelajari pengaruh irigasi dan pemupukan terhadap retensi air pada daun tanaman tembakau. Dengan menggunakan dua taraf irigasi (rendah dan sedang) dan tiga taraf pemupukan (rendah, sedang dan tinggi). Keenam kombinasi perlakuan diacak dalam tiga blok lengkap dan setelah sepuluh minggu, dua contoh daun diambil secara acak dari tiap petak untuk dianalisis. Nilai retensi air dapat dilihat pada tabel 4.2 (setelah dikoding dengan mengkurangkan nilai konstanta).
 - (a) Berikan model linier model percobaan diatas. Terangkan dengan kalimat anda sendiri tiap term dari model yang anda gunakan.
 - (b) Berikan Anova lengkap dengan asumsi bahwa perlakuan berpengaruh tetap.
 - (c) Uji komponen perlakuan dengan taraf uji 5%. Interpretasikan hasilnya.

3. Seorang ahli tanaman sedang mempelajari pengaruh 5 inokulan pada legum yang sering digunakan. Ia memiliki 37 pot rumah kaca dimana cukup terdapat tegakan untuk legum. Ia sudah diberi tempat di rumah kaca tersebut (diantara kolega yang sedang melakukan penelitian di rumah kaca). Ia telah menuliskan masalah-masalah seperti berikut:

Tabel 4.3 Pengaruh vitamin baru pada tikus, ayam dan biri-biri dalam percobaan rancangan acak lengkap

Perlakuan	Blok 1	Blok 2	Blok 3	Blok 4
Tikus-kontrol	0.18	0.30	0.28	0.44
Tikus-vitamin	0.32	0.40	0.42	0.46
Ayam-kontrol	2.00	3.00	1.80	2.80
Ayam-vitamin	2.50	3.30	2.50	3.30
Biribiri-kontrol	108.00	140.00	135.00	165.00
Biribiri-vitamin	127.00	153.00	148.00	176.00

Tabel 4.4 Banyaknya kepik lygus dengan menggunakan 10 insektisida

Perlakuan	Blok 1	Blok 2	Blok 3	Blok 4
A	7	5	4	1
B	6	1	2	1
C	6	2	1	0
D	0	1	2	0
E	1	0	1	2
F	5	14	9	15
G	8	6	3	6
H	3	0	5	9
I	4	10	13	5
J	6	11	5	2
K	8	11	2	6

- (i) ruangan yang tersedia saling tidak berhubungan, dalam 6 tempat yang berbeda dalam rumah kaca.
- (ii) dalam setiap tempat dapat menampung 7 pot,
- (iii) mesin pemanas terletak di tengah ruangan kaca,
- (iv) terdapat beberapa kaca yang retak karena di lempari anak-anak kecil, dan

Rancangan Acak Kelompok Lengkap

- (v) jalan masuk melalui ruangan penyimpanan yang tak berjendela yang berhubungan langsung dengan rumah kaca.

Rancang lay-out penelitian ahli tanaman ini, termasuk skema yang menunjukkan lokasi perlakuan dan kerangka tabel anova lengkap.

4. Gunakan uji Bartlett untuk menguji kehomogenan ragam uji nonadditivitas pada tabel 4.3. Lakukan transformasi dari data diatas sehingga analisis keragaman yang akan dilakukan valid atau sah.
5. Lakukan analisis keragaman bagi soal diatas setelah dilakukan transformasi.
6. Data pada tabel 4.4 menunjukkan banyaknya kepik lygus per 50 tangkapan. Lakukan transformasi yang sesuai, kemudian lakukan analisis keragaman setelah data ditransformasi.

Rancangan Bujur Sangkar Latin

Sedapat mungkin, informasi tentang perbedaan dalam materi percobaan harus dihubungkan (dimasukkan) ke dalam rencana percobaan. Apakah informasi tersebut akan meningkatkan kualitas inferensi? Ini tergantung dari kealamian (keaslian) informasi, pengalokasian satuan percobaan, dan sebagainya. Pemblokian adalah salah satu alat untuk mengendalikan kesalahan percobaan.

Pemblokian yang relatif dalam RAKL mungkin terjadi apabila kita memiliki informasi mengenai suatu aspek dari materi percobaan tersebut, yaitu informasi yang menunjuk ke satu sumber keragaman antar satuan percobaan yang digunakan. Tetapi bagaimana bila kita memiliki informasi tentang dua atau lebih aspek materi percobaan? Mungkinkah kita dapat menggunakan semua informasi itu secara efektif?

Coba perhatikan teladan berikut: Bila kita akan menggunakan suatu kebun percobaan dengan plot-plot dimana plot-plot tersebut berada pada teras yang berbeda, dan juga memiliki pH yang berbeda-beda pula, mungkin kita akan melakukan pemblokian berdasarkan teras dan pH. Atau bahkan menggunakan "*Double-blocking*" dimana kedua aspek tersebut digunakan secara bersama-sama. Atau perhatikan bila ada penambahan tingkat kesuburan baik dari arah Barat ke Timur maupun arah Selatan ke Utara.

Kita perhatikan satu percobaan yang memiliki t perlakuan dan terdapat t^2 satuan percobaan yang dapat dikelaskan dengan 2 faktor pemblokian. Inilah yang kita sebut dengan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasat (RBSLD).

Yang perlu diperhatikan adalah: t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak ke satuan percobaan dimana tiap perlakuan harus muncul dalam jumlah yang sama dalam tiap baris dan lajur.

Pengacakan

Misalkan huruf-huruf A, B, C dan seterusnya melambangkan perlakuan-perlakuan, suatu BSLD dapat didefinisikan sebagai suatu susunan berurutan dimana tiap huruf muncul sekali dalam tiap baris dan tiap lajur. Dengan demikian, pengacakan perlakuan ke dalam satuan percobaan dalam BSLD adalah setara dengan memilih secara acak suatu BSLD berukuran $t \times t$. Namun semua BSLD dari beberapa ukuran dapat dibangkitkan dari suatu gugus khusus, yaitu gugus yang mempunyai huruf-huruf dalam baris pertama dan lajur pertama dalam urutan alphabet. Ini semua disebut BSL dalam urutan baku.

Bila semua BSL $t \times t$ urutan baku didapatkan, maka pengacakannya adalah sebagai berikut:

- (1) pilih secara acak satu dari BS urutan baku
- (2) acak semua lajur dari BS terpilih
- (3) acak semua baris dari BS terpilih, kecuali baris pertama
- (4) tempatkan secara acak perlakuan ke huruf-huruf.

Keuntungan dan Kerugian

Keuntungan utama penggunaan RBSLD adalah:

1. Bila terdapat dua sumber keheterogenan yang dapat diidentifikasi antar satuan percobaan, perbandingan rataan perlakuan akan lebih akurat.
2. Lebih sensitif, karena adanya pemisahan keragaman baris dan lajur dari keragaman Galat percobaan.
3. Mudah dalam analisis
4. Beberapa RBSLD berukuran sama dapat dikombinasikan.

Kerugian utama penggunaan RBSLD adalah:

1. Jumlah baris, lajur, dan perlakuan harus sama. Kadang sulit mendapatkan blok yang homogen dalam “dua dimensi”, khususnya bila jumlah perlakuan besar.
2. Rancangan yang “berukuran kecil” hanya menghasilkan derajat bebas yang kecil untuk pendugaan keragaman galat percobaan. Semakin “besar” rancangan, mungkin terdapat heterogenitas dalam pemblokkan (baris dan/atau lajur).
3. RBSL tidak tepat bila baris, lajur dan perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak aditif.

Model Linier dan Asumsi

Model linier yang digunakan untuk menjelaskan pengamatan dari percobaan BSLD adalah :

$$Y_{ij} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \sum_{k=1}^t \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij} \quad i, j, k = 1, \dots, t \quad (5.1)$$

dimana Y_{ij} = pengamatan pada baris ke- i dan lajur ke- j , μ = rata-rata umum, ρ_i = pengaruh baris ke- i , γ_j = pengaruh lajur ke- j , ε_{ij} = galat percobaan, serta $\tau_{(k)} = \tau_k$ bila perlakuan ke- k berada pada posisi (i, j) dan serta $\tau_{(k)} = 0$ bila perlakuan ke- k tidak berada pada posisi (i, j) .

Inferensia akan sah apabila asumsi yang penting telah dipenuhi. Asumsi-asumsi dalam RBSL adalah sama dengan yang ada dalam RAKL dengan penambahan sedikit modifikasi.

Notasi dan Penghitungan Jumlah Kuadrat

Berikut ini adalah notasi yang akan digunakan dalam penghitungan Anova dalam RBSL.

Rancangan Bujur Sangkar Latin

$$\begin{aligned}
 Y_{..} &= \sum_i \sum_j Y_{ij} \quad ; \quad Y_{i.} = \sum_j Y_{ij} \quad ; \quad Y_{.j} = \sum_i Y_{ij} \\
 Y_{(k)} &= \sum_i \sum_j Y_{ij} \lambda_{(k)} \quad ; \quad \lambda_{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{bila perlakuan ke-} k \text{ pada posisi } (i, j) \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Penghitungan jumlah kuadrat berdasarkan formula berikut:

$$\begin{aligned}
 JK[Total] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Baris] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Perlakuan] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{(k)} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Lajur] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Galat] &= JK[T] - JK[B] - JK[P] - JK[L]
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Tabel Anova untuk RBSLD Model Acak

Sumber Keragaman	db	NHKT
Baris	t-1	
Lajur	t-1	
Perlakuan	t-1	$\sigma_{\epsilon}^2 + t\sigma_{\tau}^2$
Galat	(t-1)(t-2)	σ_{ϵ}^2
Total	t ² -1	

Prosedur Inferensia

Pada umumnya hampir tidak pernah dilakukan pengujian pengaruh baris dan lajur karena berbagai alasan. Inferensia mengenai perlakuan adalah yang sangat diutamakan.

Untuk model tetap, hipotesis yang ingin diuji adalah apakah semua perlakuan memberikan pengaruh yang sama ? Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{hit} = \frac{KT[Perlakuan]}{KT[Galat]} \sim F_{t-1, (t-1)(t-2)} \quad (5.4)$$

Apabila kita tolak hipotesis nol, maka uji lanjut setelah ANOVA dapat digunakan untuk menguji ataupun mengetahui perlakuan mana yang berbeda dengan perlakuan lainnya pada taraf uji tertentu.

Untuk menguji $H_0 : \mu_{(i)} = \mu_{(j)}$ lawan $H_1 : \mu_{(i)} \neq \mu_{(j)}$ dengan taraf uji α digunakan statistik uji

$$t_{hit} = \frac{\bar{Y}_{(i)} - \bar{Y}_{(j)}}{S_{\bar{Y}_{(i)} - \bar{Y}_{(j)}}} = \frac{\bar{Y}_{(i)} - \bar{Y}_{(j)}}{\sqrt{\frac{2KT[Galat Percobaan]}{t}}} \quad (5.5)$$

dengan daerah penolakan : Tolak H_0 bila $|t_{hit}| > t_{\alpha; (t-1)(t-2)}$.

Data Hilang Dalam RBSLD

Untuk satu nilai tunggal yang hilang dalam suatu RBSLD, nilai dugaan yang didapat dengan meminimisasi JK Galat Perlakuan adalah sebagai berikut:

$$M = \frac{t(R_g + C_h + T_u) - 2G}{(t-1)(t-2)} \quad (5.6)$$

dimana

Rancangan Bujur Sangkar Latin

R_g adalah total baris dimana terdapat nilai yang hilang

C_h adalah total lajur dimana terdapat nilai yang hilang

T_u total perlakuan dimana nilai yang hilang berada

G total keseluruhan nilai yang tak hilang

Dengan menyisipkan M ke dalam/pada tempatnya, dan setelah dihitung semua jumlah kuadrat sumber keragaman, maka jumlah kuadrat perlakuan berbias ke atas sebesar

$$Bias = \frac{[G - R_g - C_h - (t-1)T_u]^2}{(t-1)(t-2)^2} \quad (5.7)$$

setelah dikoreksi dengan bias, maka Kuadrat Tengah Perlakuan Terkoreksi dibagi dengan $t-1$, sebut saja KT Perlakuan*. Perlu diingat bahwa derajat bebas Total dan Galat Percobaan berkurang, masing-masing dengan 1. Uji tak bias (pasti) rataan perlakuan adalah

$$F_{hit} = \frac{KT[Perlakuan^*]}{KT[Galat Percobaan]} \sim F_{t-1, (t-1)(t-2)-1} \quad (5.8)$$

Effisiensi RBSLD

Konsep efisiensi untuk membandingkan RAKL terhadap RAL, telah dibahas di bagian terdahulu. Sekarang, bagaimana dengan efisiensi relatif RBSL itu sendiri ?

Selain menggunakan suatu RBSL, tentunya kita dapat menggunakan suatu RAKL atau suatu RAL, yang secara berturut-turut menggunakan satu pemblokkan atau tidak menggunakan pemblokkan sama sekali. Dengan demikian, terdapat tiga kemungkinan, yaitu Efisiensi RBSL relatif terhadap:

1. RAKL dengan hanya menggunakan pemblokkan lajur
2. RAKL dengan hanya menggunakan pemblokkan baris

3. RAL.

Kita asumsikan pengaruh perlakuan “boneka” untuk tiap pasangan rancangan yang dibandingkan.

$$ER(RBSL/RAKL \text{ Lajur}) = \frac{KT[\text{Baris}] + (t-1) \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]}{t \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]} \quad (5.9)$$

$$ER(RBSL/RAKL \text{ Baris}) = \frac{KT[\text{Lajur}] + (t-1) \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]}{t \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]} \quad (5.10)$$

$$ER(RBSL/RAL) = \frac{KT[\text{Baris}] + KT[\text{Lajur}] + (t-1) \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]}{(t+1) \cdot KT[\text{Galat Percobaan}]} \quad (5.11)$$

Anak Contoh Dalam RBSLD

Bila beberapa pengamatan dilakukan pada tiap satuan percobaan, maka kita gunakan RBSLD dengan anak contoh. Diasumsikan bahwa sub-satuan yang memberikan pengamatan (data) dipilih secara acak pada tiap satuan percobaan. Keragaman antar pengamatan pada tiap satuan terpilih dihitung sebagai komponen “galat penarikan contoh” di dalam model.

Dengan demikian, untuk t perlakuan dan s anak contoh per satuan percobaan, model liniernya adalah:

$$Y_{ijm} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \sum_{k=1}^t \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij} + \delta_{ijm} \quad i, j, k = 1, \dots, t \quad m = 1, \dots, s \quad (5.12)$$

dimana Y_{ij} = pengamatan pada baris ke- i dan lajur ke- j , μ = rata-rata umum, ρ_i = pengaruh baris ke- i , γ_j = pengaruh lajur ke- j , ε_{ij} = galat percobaan, δ_{ijm} = keragaman antar pengamatan pada satuan percobaan yang sama, serta $\tau_{(k)} = \tau_k$ bila perlakuan ke- k berada pada posisi (i,j) dan $\tau_{(k)} = 0$ bila perlakuan ke- k tidak berada pada posisi (i,j) .

Rancangan Segi Empat Latin (RSEL)

Kekurangan atau kelemahan utama RBSL adalah persyaratan jumlah baris, lajur dan perlakuan yang sama. Karenanya, RBSL ukuran kecil memiliki sedikit derajat bebas untuk Galat Percobaan, dan sama pada umumnya mempunyai tingkat ketepatan yang rendah. Bila jumlah baris atau lajur dapat dinaikkan, db Galat Percobaan naik dengan sendirinya, demikian pula tingkat ketepatan percobaan. Diasumsikan bahwa hanya satu faktor pemblokkan yang naik, tapi untuk tetap terjadi adanya keseimbangan, naiknya jumlah blok harus diimbangi dengan naiknya jumlah perlakuan. Untuk pembatasan, misalkan jumlah pemblokkan lajur sedemikian rupa sehingga memberikan susunan segi empat dari satuan percobaan berukuran $t \times mt$. Dengan adanya “*double blocking*” satuan percobaan, sebanyak t perlakuan dialokasikan secara acak ke satuan percobaan sedemikian rupa sehingga setiap perlakuan muncul satu kali dalam tiap lajur dan m kali dalam tiap baris. Rancangan yang memiliki struktur demikian disebut dengan Rancangan Segi Empat Latin (RSEL). Sebagai teladan adalah suatu RSEL 3×6 dengan 3 perlakuan, setelah melalui pengacakan, mungkin mempunyai lay-out lapangan seperti pada gambar.

Model Linier RSEL $t \times mt$

$$Y_{ij} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \sum_{k=1}^t \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij} \quad i, k = 1, \dots, t \quad j = 1, \dots, mt \quad (5.13)$$

dimana Y_{ij} = pengamatan pada baris ke- i dan lajur ke- j , μ = rata-rata umum, ρ_i = pengaruh baris ke- i , γ_j = pengaruh lajur ke- j , ε_{ij} = galat percobaan, serta $\tau_{(k)} = \tau_k$ bila perlakuan ke- k berada pada posisi (i,j) dan $\tau_{(k)} = 0$ bila perlakuan ke- k tidak berada pada posisi (i,j) .

Penghitungan Jumlah Kuadrat

Berikut ini adalah notasi yang akan digunakan dalam penghitungan Anova dalam RSEL.

$$\begin{aligned}
 Y_{..} &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} Y_{ij} \quad ; \quad Y_{i.} = \sum_{j=1}^{mt} Y_{ij} \quad ; \quad Y_{.j} = \sum_{i=1}^t Y_{ij} \\
 Y_{(k)} &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} Y_{ij} \lambda_{(k)} \quad ; \quad \lambda_{(k)} = \begin{cases} 1 & \text{bila perlakuan } k \text{ pada posisi } (i, j) \\ 0 & \text{selainnya} \end{cases} \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

Penghitungan jumlah kuadrat berdasarkan formula berikut:

$$\begin{aligned}
 JK[Total] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Baris] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Perlakuan] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} (\bar{Y}_{(k)} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (5.15) \\
 JK[Lajur] &= \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^{mt} (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 \\
 JK[Galat] &= JK[T] - JK[B] - JK[P] - JK[L]
 \end{aligned}$$

Tabel Anova untuk RSEL Model Acak

Sumber Keragaman	db	NHKT
Baris	t-1	$\sigma_{\varepsilon}^2 + mt\sigma_{\tau}^2$
Lajur	mt-1	
Perlakuan	t-1	
Galat	(t-1)(mt-2)	σ_{ε}^2
Total	mt^2-1	

Teladan. Sebuah perusahaan ingin meneliti kualitas bahan baku berasal dari 4 pabrik yang berbeda. Empat orang operator mesin dipilih untuk membuat komponen tertentu. Untuk melihat pengaruh pabrik terhadap kekuatan dari komponen dari bahan baku tersebut. Dalam satu hari setiap operator hanya menghasilkan satu komponen. Untuk keperluan itu digunakan RSEL 4 x 8.

Operator	1	2	3	4	5	6	7	8
I	B	C	A	D	D	C	A	B
	810	1080	700	840	840	1050	775	805
II	C	D	B	A	A	D	B	C
	1100	880	780	600	670	930	720	1035
III	D	A	C	B	C	B	D	A
	840	540	1055	830	980	700	810	610
IV	A	B	D	C	B	A	C	D
	650	740	1025	900	860	730	970	900

Perlakuan

A 5275

B 6245

C 8170

D 7135

Faktor Koreksi = $FK = (26825)^2/32 = 22.486.895$
 JK Hari = $(3400)^2 + \dots + (3350)^2/4 - FK = 19.986$
 JK Operator = $(6970)^2 + \dots + (6775)^2/8 - FK = 23.851$
 JK Pabrik = $(5275)^2 + \dots + (7135)^2/8 - FK = 573.451$
 JK Total = $(810)^2 + \dots + (900)^2 - FK = 698.530$
 JK Galat Percobaan = $698.530 - 19.986 - 23.851 - 573.451$
 =81.242

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F _{hit}	NHKT
Operator	3	23851	7950.3		
Hari	7	19986	2855.1		
Pabrik	3	573451	191150.3	42.4**	$\sigma_{\varepsilon}^2 + 8\sigma_{\tau}^2$
Galat	18	81242	4513.4		σ_{ε}^2
Total	31	698530			

$F_{3,18,(0,01)} = 0.037$.

Dapat disimpulkan bahwa terdapat cukup bukti untuk menyatakan bahwa rata-rata kekuatan bahan dari keempat pabrik berbeda pada taraf kepercayaan 1%.

Latihan

1. Seorang pemulia tanaman melakukan penelitian untuk membandingkan hasil dari tiga varietas baru dan varietas standar kacang tanah. Varietas-varietas itu diberikan ke plot-plot dalam sebuah susunan menurut bujur sangkar latin karena keadaan tanah yang memiliki sedikit kemiringan dari timur ke barat dan adanya perbedaan ketersediaan nitrogen dari utara ke selatan. Varietas dan hasil per plot (dalam kilogram) terlihat pada tabel 5.1.

Tabel 5.1 Hasil per plot percobaan kacang tanah

	Km ₁	Km ₂	Km ₃	Km ₄
N ₁	C 26.7	A 19.7	B 28.0	D 29.8
N ₂	A 23.1	B 20.7	D 24.9	C 29.0
N ₃	B 28.3	D 20.1	C 29.0	A 27.3
N ₄	D 25.1	C 17.4	A 28.7	B 34.1

- (a) Bila kita gunakan model tetap, buatlah tabel analisis keragaman secara lengkap.
 - (b) Apakah terdapat cukup bukti bahwa varietas memberikan pengaruh yang berarti terhadap hasil ?
 - (c) Misalkan varietas A adalah varietas standar, lakukan pengujian beda nilai rata-rata varietas B, C, dan D terhadap varietas A. Gunakan $\alpha = 0.05$.
 - (d) Apakah penggunaan RBSL dalam hal ini sudah efektif ? Tunjukkan.
2. Seorang profesor peternakan menggunakan tiga macam diet protein (rendah, sedang dan tinggi) untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh pada jumlah pakan yang dimakan dengan menggunakan ayam leghorn. Karena ruang yang terbatas, maka setiap kurungan harus disekat susun sedemikian rupa sehingga dari atas ke bawah tepat dibagi tiga ruangan dan dari depan ke belakang juga tepat dibagi tiga ruangan. Pengaturan ini membuat pemblokkan dua arah : (i) ketinggian kandang ternyata ada perbedaan temperatur, dan (ii) kedalaman juga mempengaruhi karena hanya ada satu jendela di bagian depan sebagai jalan masuk cahaya. Perlu diketahui bahwa temperatur dan cahaya dapat mempengaruhi banyak pakan yang dimakan. Sepuluh ayam diberikan pada tiap kandang. Total penambahan berat dihitung dan hasilnya dapat dilihat pada tabel 5.2.
- (a) Lengkapi tabel analisis keragaman bila digunakan model tetap.
 - (b) Uji kesamaan rata-rata penambahan berat akibat penambahan konsentrasi protein.

Tabel 5.2 Total penambahan berat percobaan diet ayam leghorn

Kedalaman	Ketinggian		
	Baris Bawah	Baris Tengah	Baris Atas
Baris Depan	S 96	T 81	R 106
Baris Tengah	T 94	R 116	S 114
Baris Belakang	R 100	S 91	T 89

3. Seorang ahli nutrisi melakukan suatu percobaan untuk menentukan penerimaan tentang kue yang dibakar dengan pengganti sukrosa, seperti *sweetening agent*. Terdapat enam resep yang dibentuk dengan mengkombinasikan 3 *sweetening agent* : (a) 100% sukrosa, (b) 75% sirop jagung berkadar fruktosa tinggi, 25% sukrosa, dan (c) 75% fruktosa kristal, 25% sukrosa dan 2 *leavening agent*: (a) baking soda, dan (b) baking soda plus "asam tambahan". Sebuah 6 penguji rasa (tester) digunakan untuk mengevaluasi ciri-ciri berbagai kue tersebut. Tiap satu dari enam hari percobaan, kue dibakar untuk tiap satu resep. Rancangan Bujur Sangkar Latin digunakan dengan pemblokkan Hari dan Penguji rasa. Misalkan Y adalah skor rasa.
- Apakah satuan percobaan yang digunakan dalam percobaan?
 - Berikan model linear dari percobaan ini. Terangkan tiap simbol yang anda gunakan dan berikan jangkauan dari subskrip yang anda gunakan.
 - Berikan tabel analisis keragaman parsial, SK, db, dan NHKT bilamana model bersifat tetap.
4. Untuk Rancangan Bujur Sangkar Latin berukuran $m \times m$, buktikan bahwa sebuah nilai yang hilang dapat diduga dengan

$$Y_{ijk} = \frac{m(T_{i..}^* - T_{.j.}^* + T_{..k}^*) - 2T_{...}^*}{(m-1)(m-2)}$$

Rancangan Bujur Sangkar Latin

dimana tanda bintang menunjukkan total baris, lajur, dan perlakuan dimana terdapat nilai yang hilang dan T^* ... merupakan total nilai pengamatan sebenarnya.

Percobaan Faktorial

Suatu faktor adalah merupakan satu gugus perlakuan; dan di dalam percobaan berfaktor, sembarang faktor dapat terdiri dari beberapa perlakuan. Sebagai teladan, jika “diet” merupakan suatu faktor yang digunakan dalam suatu percobaan, maka beberapa cara diet, misalnya, akan digunakan sebagai perlakuan; bila temperatur pemanggangan adalah suatu faktor, maka pemanggangan akan dilakukan pada beberapa macam temperatur.

Istilah level atau taraf menunjuk ke beberapa perlakuan pada sembarang faktor. Banyaknya faktor dan taraf yang mungkin dibandingkan dalam suatu percobaan tunggal terbatas dengan pertimbangan praktis. Dengan demikian, suatu percobaan berfaktor adalah suatu percobaan yang mungkin dari kombinasi berbagai taraf beberapa faktor. Istilah faktorial disini menunjuk kepada suatu rancangan perlakuan.

Beberapa Istilah Dalam Percobaan Faktorial

Untuk percobaan 2 faktor, dengan 2 taraf tiap faktor, yaitu Faktorial 2x2, kita gunakan notasi berikut

Faktor	A						
	Taraf	Bentuk Lengkap		Bentuk Singkat			
B	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2	
	b_1	a_1b_1	a_2b_1	(1)	a	00	10
	b_2	a_1b_2	a_2b_2	b	ab	01	11

Empat perbedaan, yaitu $a_2 - a_1$ pada tiap taraf B dan $b_2 - b_1$ pada tiap taraf A disebut dengan *Pengaruh-pengaruh sederhana*. Bila pengaruh-pengaruh sederhana diambil nilai rataannya, hasilnya disebut sebagai *Pengaruh-pengaruh Utama*.

Pengaruh sederhana A pada $b_1 = a_2b_1 - a_1b_1$

Pengaruh sederhana A pada $b_2 = a_2b_2 - a_1b_2$

Percobaan Faktorial

Pengaruh sederhana B pada $a_1 = a_1b_2 - a_1b_1$

Pengaruh sederhana B pada $a_2 = a_2b_2 - a_2b_1$

Pengaruh Utama faktor A = $\frac{1}{2}[(a_2b_2 - a_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_1)]$

Pengaruh Utama faktor B = $\frac{1}{2}[(a_2b_2 - a_2b_1) + (a_1b_2 - a_1b_1)]$

Dengan simbol matematis, pengaruh interaksi antara A dan B didefinisikan dengan

$$AB = \frac{1}{2} \left[(a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) \right] \quad (6.1)$$

Atau

$$AB = \frac{1}{2} \left[(a_2b_2 + a_1b_1) - (a_1b_2 + a_2b_1) \right] \quad (6.2)$$

Interaksi mengukur kegagalan pengaruh A, atau respon A, yang harus sama pada tiap taraf B, atau sebaliknya mengukur kegagalan pengaruh B, atau respon B, yang harus sama pada tiap taraf A.

Ada atau tidak adanya pengaruh-pengaruh utama tidak menyatakan tentang ada atau tidaknya interaksi. Ada atau tidak adanya interaksi tidak menyatakan ada atau tidak adanya pengaruh-pengaruh utama, tetapi menyatakan sesuatu tentang kehomogenan pengaruh-pengaruh sederhana.

Dengan adanya interaksi yang nyata, faktor-faktor menjadi tidak bebas satu dengan lainnya; pengaruh-pengaruh sederhana dari suatu faktor berbeda dan besarnya sembarang pengaruh sederhana tergantung pada taraf faktor yang lain dari faktor yang berinteraksi. Jika interaksi tidak nyata, dapat disimpulkan bahwa faktor-faktor bersifat saling bebas; pengaruh sederhana suatu faktor sama besarnya pada faktor yang lainnya.

Terdapat tiga kemungkinan dimana interaksi nyata dalam percobaan faktorial 2x2, sebagai berikut:

- (1). Interaksi nyata, kedua pengaruh utama tidak nyata
- (2). Interaksi dan salah satu pengaruh utama nyata
- (3). Interaksi dan kedua pengaruh utama nyata.

Keuntungan dan Kerugian

Beberapa keuntungan penting dalam percobaan faktorial adalah:

- (1) Fleksibilitas
- (2) Dapat digunakan di hampir semua rancangan percobaan
- (3) Interaksi berbagai faktor dapat diteliti lebih lanjut
- (4) Bila tidak ada interaksi (interaksi tidak nyata), suatu percobaan faktorial setara dengan percobaan faktor tunggal yang dilakukan secara simultan.

Kerugian percobaan faktorial mencakup:

- (1). Analisis akan lebih sulit bila terdapat data hilang
- (2). Apabila faktor yang digunakan semakin banyak, hasil percobaan mungkin lebih sulit untuk diinterpretasikan, lebih-lebih apabila interaksi tidak nyata
- (3). Karena sedikitnya harus ada 2 ulangan diperlukan untuk menduga keragaman galat percobaan, ukuran percobaan dapat menjadi besar apabila jumlah faktor ataupun taraf juga besar.

Percobaan Dua Faktor

Model dalam Rancangan Acak Lengkap

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \quad i = 1, \dots, a \quad j = 1, \dots, b \quad k = 1, \dots, r \quad (6.3)$$

dimana α_i = pengaruh taraf ke- i dari faktor A; β_j = pengaruh taraf ke- j dari faktor B; $(\alpha\beta)_{ij}$ = pengaruh interaksi taraf ke- i dari faktor A dan taraf ke- j faktor B. Model diatas dapat dikembangkan untuk percobaan berfaktor yang lain (3,4, dan sebagainya). Karena (lihat model diatas) $\alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij}$ sebetulnya merupakan penjabaran dari perlakuan τ_{ij} di dalam RAL. Oleh karenanya, faktorial menunjuk

Percobaan Faktorial

kepada rancangan perlakuan dan bukan rancangan percobaan (lapangan).

Asumsi tambahan dalam percobaan faktorial 2x2 dengan kedua faktor memiliki pengaruh tetap adalah

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = 0 \quad ; \quad \sum_{j=1}^b \beta_j = 0 \quad ; \quad \sum_{i=1}^a (\alpha\beta)_{ij} = \sum_{j=1}^b (\alpha\beta)_{ij} = 0 \quad (6.4)$$

Apabila kedua faktor memiliki pengaruh acak, asumsinya adalah semua α , β , dan $\alpha\beta$ menyebar bebas identik masing-masing berturut-turut menurut sebaran $N(0, \sigma_A^2)$, $N(0, \sigma_B^2)$, dan $N(0, \sigma_{AB}^2)$; dan semua α , β , dan $\alpha\beta$ menyebar saling bebas dan juga saling bebas terhadap komponen acak lain dalam model.

Untuk model campuran dengan faktor A tetap dan B acak, asumsinya adalah:

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = 0 = \sum_{i=1}^a (\alpha\beta)_{ij} \quad (6.5)$$

semua β dan $\alpha\beta$ menyebar bebas identik masing-masing berturut-turut menurut sebaran $N(0, \sigma_B^2)$ dan $N(0, \sigma_{AB}^2)$; dan semua β dan $\alpha\beta$ menyebar saling bebas dan juga saling bebas terhadap komponen acak lain dalam model.

Teladan. Dalam suatu penelitian tentang hasil polimer dengan menggunakan 3 jenis tekanan (80,100, dan 120) psi dan 3 jenis temperatur (100, 125 dan 150) derajat Celcius diperoleh data, dengan menggunakan 4 ulangan, sebagai berikut:

Temperatur (^o C)	Tekanan (psi)		
	80	100	120
100	14.2	15.3	14.7
125	16.1	18.2	17.5
150	15.4	15.9	15.1

Dapat kita lihat bahwa taraf dari tiap faktor (kuantitatif) berjarak sama dan oleh karenanya dianjurkan untuk memisah tiap sumber keragaman menjadi lebih rinci yaitu dengan metode ortogonal polinomial.

Sumber	db	
Tekanan (T)	2	1
T_L		
T_Q		
Temperatur (S)	2	1
S_L		
S_Q		
Interaksi (TS)	4	1
$T_L S_L$		
$T_L S_Q$		
$T_Q S_L$		
$T_Q S_Q$		

$$\text{Faktor koreksi (FK)} = (142.4)^2 / (36)$$

$$\text{JK Temperatur} = (44.2^2 + 51.8^2 + 46.4^2) / (12) - \text{FK}$$

$$\text{JK Tekanan} = (45.7^2 + 49.4^2 + 47.3^2) / 12 - \text{FK}$$

Temperatur	100	125	150	Pembagi
Total	44.2	51.8	46.4	
Linier	-1	0	+1	24
Kuadrat	+1	-2	+1	72

Untuk menghitung JK Interaksi, misalnya: $T_L S_Q$ perlu dicari dahulu koefisien kontrasnya sebagai berikut:

T_L	S_Q		
	+1	-2	+1
-1	-1	+2	-1
0	0	0	0
+1	+1	-2	+1

Dengan mengalikan koefisien kontras $T_L \times S_Q$ dengan total sub-kelas pada tabel Temperatur-tekanan, kita dapatkan JK $T_L \times S_Q$ dengan cara yang sama

$$JK[T_L \times S_Q] = \frac{[(-1)(14.2) + (+2)(15.3) + \dots + (+1)(15.1)]^2}{4[(-1)^2 + (+2)^2 + \dots + (+1)^2]}$$

Dengan cara yang sama kita dapat mencari JK Interaksi lainnya.

Inferensia Model Tetap

Pertama kali perhatikan pendugaan parameter perlakuan yang digunakan dalam model yang tertulis dalam persamaan (6.3), sebuah model percobaan berfaktor dalam RAL. Nilai penduga bagi pengaruh utama A, B dan interaksinya berturut-turut adalah:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_i &= \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...} \\ \hat{\beta}_j &= \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...} \\ (\hat{\alpha\beta})_{ij} &= \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...} \end{aligned} \tag{6.6}$$

Perbedaan rata-rata pengaruh utama dalam percobaan dua faktor adalah

$$\hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}_h = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{h..} \tag{6.7}$$

$$\hat{\beta}_j - \hat{\beta}_h = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.h.} \tag{6.8}$$

dengan galat baku bagi perbedaan itu, berturut-turut adalah:

$$S_{\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{h..}} = \sqrt{\frac{2MSE}{rb}} \quad (6.9)$$

$$S_{\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{.h.}} = \sqrt{\frac{2MSE}{ra}} \quad (6.10)$$

sedangkan perbedaan interaksi biasanya dilihat pada taraf a tertentu atau taraf b tertentu, seperti berikut:

$$\hat{\mu}_{ij} - \hat{\mu}_{ih} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{ih.} \quad (6.11)$$

$$\hat{\mu}_{ij} - \hat{\mu}_{hj} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{hj.} \quad (6.12)$$

dengan galat baku bagi perbedaan tersebut adalah

$$S_{\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{ih.}} = S_{\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{hj.}} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} \quad (6.13)$$

Apabila semua faktor memiliki pengaruh tetap, maka NHKT dari pengaruh utama ataupun interaksi memiliki dua komponen, yaitu : σ_{ε}^2 dan komponen sumber keragaman. Terlepas dari koefisiennya, komponen sumber keragaman itu dilambangkan dengan κ^2 dengan subskrip sama dengan simbol yang digunakan dalam sumber keragaman, yaitu abjad yang dipakai untuk melambangkan sumber keragaman yang dituliskan dalam tabel analisis keragaman. Untuk pengaruh utama A, misalnya, komponen sumber keragaman itu adalah

$$\kappa_A^2 = \sum_i \frac{\alpha_i^2}{a-1} \quad (6.14)$$

Percobaan Faktorial

dan untuk interaksi ABC, misalnya, komponen sumber keragamannya adalah

$$\kappa_{ABC}^2 = \sum_i \sum_j \sum_k \frac{(\alpha\beta\gamma)_{ijk}^2}{(a-1)(b-1)(c-1)} \tag{6.15}$$

Inferensia Model Acak dan Campuran

Bila semua taraf dari keseluruhan faktor perlakuan dipakai dalam percobaan, maka model tetap percobaan faktorial adalah yang tepat. Bila tidak demikian, model acak atau campuranlah yang harus digunakan. Model acak dapat dikatakan sebagai kasus khusus dari model campuran, dengan demikian tidak perlu dibahas secara terpisah.

Teladan. Misalkan percobaan 3 faktor akan dilakukan dimana faktor A dan B berpengaruh tetap dan faktor C adalah acak, maka tabel komponen NHKTnya dapat dilihat sebagai berikut:

Sumber keragaman	Komponen NHKT		
A	σ_ε^2	σ_{AC}^2	κ_A^2
B	σ_ε^2	σ_{BC}^2	κ_B^2
AB	σ_ε^2	σ_{ABC}^2	κ_{AB}^2
C	σ_ε^2	σ_C^2	
AC	σ_ε^2	σ_{AC}^2	
BC	σ_ε^2	σ_{BC}^2	
ABC	σ_ε^2	σ_{ABC}^2	

Beberapa Aplikasi Percobaan Berfaktor

Beberapa model yang baku dan banyak digunakan dalam penelitian diantaranya adalah Model Percobaan Faktorial dalam RAKL (2 faktor) dan Model Percobaan Faktorial dalam RBSL (2 faktor), yang masing-masing modelnya dapat dituliskan berikut (berturut-turut)

$$Y_{ijkl} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijkl} \quad (6.16)$$

dan

$$Y_{ijklm} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \alpha_k + \beta_l + (\alpha\beta)_{kl} + \varepsilon_{ijklm} \quad (6.17)$$

Dalam sub bab ini, seperti juga pada bab-bab pendahulunya merupakan pengembangan dari apa yang sudah ada. Bedanya hanyalah pada penambahan sumber keragaman dengan penambahan satu pemblokkan, yaitu RAKL dan dua pemblokkan, yaitu RBSL.

Latihan

1. Untuk meneliti pengaruh S (Sulfur) dan N (nitrogen) pada pertumbuhan "Red Clover", seorang ahli pertanian melakukan percobaan berfaktor 4x2 di rumah kaca dengan menggunakan RAL. Taraf dari S yang dapat digunakan adalah 0, 3, 6 dan 9 (satuan), dan taraf N adalah 0 dan 20 (satuan). Terdapat cukup kantung plastik yang telah terisi dengan tanah yang kondisinya seragam. Dengan menggunakan 3 ulangan pada tiap kombinasi perlakuan, maka didapatkan data sebagai berikut:

Nitrogen	Sulfur			
	0	3	6	9
0	4.48	4.70	5.21	5.88
	4.52	4.65	5.23	5.98
	4.63	4.57	5.38	5.91
20	5.76	7.01	5.88	6.26
	5.64	7.11	5.82	6.26
	5.78	7.02	5.73	6.37

- (a) Tuliskan model percobaan diatas lengkap dengan keterangan yang anda gunakan.
 - (b) Apakah asumsi yang diperlukan dalam model ini ?
 - (c) Lengkapi tabel analisis keragaman untuk data diatas bila model berpengaruh tetap.
 - (d) Lakukan uji yang sesuai.
 - (e) Bila terdapat perbedaan rata-rata komponen perlakuan, maka bikin tabel beda rata-rata dan galat bakunya.
 - (f) Lakukan uji lanjut yang sesuai dari komponen perlakuan yang menunjukkan perbedaan nyata.
2. Misalkan data berikut merupakan hasil dari percobaan berfaktor 4x3 dimana merupakan data rata-rata dari 4 pengamatan

Waktu	Intensitas			
	20	40	50	60
2	14	17	20	14
3	11	13	22	19
4	10	14	19	23

- a. Tuliskan model yang anda gunakan dan beri keterangan tentang simbol-simbol yang anda gunakan.
 - b. Hitung nilai kontras dalam uji trend bagi pengaruh utama dan interaksinya.
 - c. Hitung jumlah kuadrat pada analisis trend diatas.
3. Dari percobaan berfaktor 2×2 dengan 6 ulangan yang diperoleh hasil sebagai berikut: (1) 184; a 207; b 230; ab 218. Bila diasumsikan bahwa kedua faktor berpengaruh tetap, maka dapatkan nilai dugaan bagi:
- (a) pengaruh sederhana faktor A
 - (b) pengaruh sederhana faktor B
 - (c) pengaruh utama faktor A
 - (d) pengaruh utama faktor B
 - (e) pengaruh interaksi antara A dan B.
4. Dari percobaan berfaktor 2^4 diperoleh hasil sebagai berikut:

			d_1		d_2	
a_1	b_1	c_1	7.3	7.5	9.9	13.5
		c_2	8.4	11.3	12.1	12.9
	b_2	c_1	9.5	9.5	10.4	12.6
		c_2	9.5	12.9	10.0	13.3
a_2	b_1	c_1	7.9	9.6	13.7	13.9
		c_2	9.3	9.7	12.2	12.3
	b_2	c_1	8.7	10.6	10.4	11.7
		c_2	10.0	10.3	11.3	12.8

- (a) Tuliskan model dari percobaan ini dan terangkan lambang-lambang yang anda gunakan.
- (b) Lengkapi tabel analisis keragaman berdasarkan data diatas.

- (c) Lakukan uji apakah perlakuan menunjukkan perbedaan nyata.
5. Dalam sebuah penelitian dosis pupuk N dan P yang masing-masing digunakan tiga taraf: rendah, sedang dan tinggi dilakukan pada petakan tanah seluas $3 \times 4 \text{ m}^2$ (termasuk parit) untuk setiap kombinasi perlakuan. Kebun percobaan cukup luas untuk penelitian itu ($27 \times 36 \text{ m}^2$). Diketahui pula bahwa kondisi tanah dari satu sisi ke sisi lain yang berseberangan menunjukkan adanya kenaikan tingkat kesuburan; dan sisi samping dengan sisi yang berseberangan lainnya menunjukkan adanya perbedaan ketinggian vegetasi di sekelilingnya sehingga menimbulkan perbedaan dengan adanya lama penyinaran.
- (a) Bila dana bukan merupakan penghalang, maka bagaimana anda melakukan pengacakan, dan tuliskan model yang anda pakai berdasarkan pengacakan diatas.
 - (b) Buatlah tabel analisis keragaman parsial (sumber keragaman, db, dan NHKT) bila perlakuan bersifat acak.

Rancangan Petak Terpisah

Pertama kali kita bicarakan tentang percobaan yang dilakukan dengan menggunakan Rancangan Petak Terpisah Sederhana, bila terdapat dua faktor perlakuan: A terdiri dari a taraf dan B terdiri dari b taraf. Ulangan sebanyak b satuan percobaan harus tersedia. Karena suatu pertimbangan khusus, tiap taraf faktor A diaplikasikan untuk keseluruhan b ulangan atau b satuan percobaan.

Dalam percobaan pertanian, suatu sistem irigasi harus menyalurkan air untuk daerah yang luas dan dapat dibagi-bagi lagi menjadi plot-plot yang berukuran lebih kecil untuk penanaman, pemberian pupuk, atau faktor-faktor lainnya yang akan digunakan dalam percobaan.

Dalam praktek, dua faktor percobaan petak terpisah sering diterapkan pada waktu yang berlainan. Penting untuk diketahui bahwa percobaan petak terpisah sederhana dicirikan oleh cara pengacakannya yaitu bertahap dua kali.

Teladan. Bila kita ingin menggunakan faktor A dengan 3 taraf dan faktor B dengan 4 taraf, serta diulang sebanyak 2 kali. Salah satu kemungkinan pengacakan rencana percobaannya adalah sebagai berikut :

Ulangan 1			Ulangan 2		
a_2	a_3	a_1	a_1	a_3	a_2
b_2	b_1	b_4	b_2	b_4	b_2
b_4	b_4	b_3	b_3	b_3	b_1
b_3	b_2	b_2	b_4	b_1	b_3
b_1	b_3	b_1	b_1	b_2	b_4

Pada tiap ulangan, pertama kali dilakukan pengacakan untuk perlakuan A; kemudian pengacakan perlakuan B dilakukan untuk tiap taraf perlakuan A.

Dengan menerapkan satu taraf tunggal faktor A pada satuan percobaan dalam satu petak utama, memaksakan kendala-kendala

Rancangan Petak Terpisah

pada pengacakan perlakuan. Dalam tiap ulangan, total pengaruh utama faktor A juga merupakan total petak utama. Hal ini berimplikasi bahwa kontras antar pengaruh A akan terkontaminasi oleh pengaruh petak utama. Dengan perkataan lain, faktor A terbaaur dengan petak utama.

Karena tiap taraf faktor B muncul dalam tiap petak utama, sehingga jelaslah bahwa kontras antar pengaruh faktor B bebas dari pengaruh petak utama. Tidak begitu jelas, tetapi dapat ditunjukkan bahwa kontras antar komponen inteaksi faktor A dan faktor B juga bebas dari pengaruh petak utama.

Dalam percobaan petak terpisah sederhana, petak-petak utama adalah benar-benar merupakan "satuan-satuan percobaan" untuk taraf faktor A. Kita tempatkan taraf-taraf faktor A secara acak pada petak-petak utama. Anak petak anak petak merupakan satuan-satuan percobaan untuk taraf-taraf faktor B.

Model Linier Rancangan Petak Terpisah

Model linier rancangan ini dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \delta_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad ; \quad i=1,\dots,r \quad j=1,\dots,n \quad k=1,\dots,b \quad (7.1)$$

dimana Y_{ijk} = nilai pengamatan pada ulangan ke-i yang mendapat perlakuan Faktor A pada taraf ke-j dan faktor B pada taraf ke-k, μ = rata-rata umum, ρ_i = pengaruh ulangan ke-i, α_j = pengaruh taraf ke-j faktor A, δ_{ij} = komponen galat petak utama, β_k = pengaruh taraf ke-k faktor B, $(\alpha\beta)_{jk}$ = pengaruh interaksi taraf ke-j faktor A dan taraf ke-k faktor B, dan ε_{ijk} = komponen galat anak petak.

Asumsi dasar untuk inferensia bagi model tersebut adalah :

- (1) semua δ menyebar bebas identik $N(0, \sigma_\delta^2)$
- (2) semua ε menyebar bebas identik $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$

semua δ dan ε menyebar saling bebas.

Asumsi tentang ulangan dan komponen perlakuan tergantung pada sifat alami komponen-komponen tersebut, apakah tetap atau acak.

Analisa Keragaman

Penghitungan jumlah kuadrat untuk rancangan petak terpisah sederhana ini hampir mirip dengan penghitungan JK Percobaan Dua Faktor dalam RAKL. Hanya satu tambahan jumlah kuadrat yang lain, yaitu JK Galat Petak Utama.

$$\begin{aligned}
 JK[Total] &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b Y_{ijk}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[Ulangan] &= \frac{1}{ab} \sum_{i=1}^r Y_{i..}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[A] &= \frac{1}{rb} \sum_{j=1}^a Y_{.j.}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[Petak Utama] &= \frac{1}{b} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^a Y_{ij.}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[Galat Petak Utama] &= JK[Petak Utama] - JK[Ulangan] - JK[A] \\
 JK[B] &= \frac{1}{ra} \sum_{k=1}^b Y_{.k.}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[Anak Petak] &= \frac{1}{r} \sum_{j=1}^a \sum_{k=1}^b Y_{.jk}^2 - \frac{Y_{\dots}^2}{rab} \\
 JK[AB] &= JK[Anak Petak] - JK[A] - JK[B] \\
 JK[Galat Anak Petak] &= JK[Total] - JK[Petak Utama] - JK[B] - JK[AB]
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Tabel Analisis Keragaman Rancangan Petak Terpisah dengan pengaruh perlakuan tetap dapat disarikan sebagai berikut:

Sumber keragaman	db	JK	NHKTT
Ulangan	r-1	JK[Ulangan]	
A	a-1	JK[A]	$\sigma_\epsilon^2 + b\sigma_\delta^2 + rb\phi_A^2$
Galat PU	(r-1)(a-1)	JK[G _{PU}]	$\sigma_\epsilon^2 + b\sigma_\delta^2$
B	b-1	JK[B]	$\sigma_\epsilon^2 + ra\phi_B^2$
AB	(a-1)(b-1)	JK[AB]	$\sigma_\epsilon^2 + r\phi_{AB}^2$
Galat AP	(r-1)a(b-1)	JK[G _{AP}]	σ_ϵ^2
Total	rab-1	JK[T]	

Inferensia untuk pasangan rata-rata kadang merupakan hal yang diinginkan. Untuk itu diperlukan simpangan baku dugaan bagi perbedaan dua rata-rata.

1. Untuk membandingkan perbedaan rata-rata faktor A, digunakan simpangan baku

$$s_{\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{.h}} = \sqrt{\frac{2KT[G_{PU}]}{rb}} \quad (7.3)$$

2. Untuk membandingkan perbedaan rata-rata faktor B, digunakan simpangan baku

$$s_{\bar{y}_{.k} - \bar{y}_{.l}} = \sqrt{\frac{2KT[G_{AP}]}{ra}} \quad (7.4)$$

3. Untuk membandingkan perbedaan rata-rata interaksi AB pada taraf faktor A yang tetap, gunakan

$$s_{\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.jl}} = \sqrt{\frac{2KT[G_{AP}]}{r}} \quad (7.5)$$

4. Untuk membandingkan perbedaan rata-rata interaksi AB pada taraf faktor B, gunakan

$$S_{\bar{y}_{.jk} - \bar{y}_{.hg}} = \sqrt{\frac{2\{KT[GPU] + (b-1)KT[GAP]\}}{rb}} \quad (7.6)$$

Modifikasi Rancangan Petak Terpisah Sederhana

Modifikasi rancangan petak terpisah sederhana, muncul dalam rancangan perlakuan, bukan dalam rancangan percobaan. Kita lihat percobaan dimana baik petak utama dan / atau anak petak mempunyai struktur faktorial.

1. Perlakuan petak utama merupakan kombinasi faktorial A dan B, dimana anak petak dari beberapa taraf faktor C

1	..	i	..	a
				C_1
			$a_j b_k$	C_m

dimana modelnya dapat dituliskan sebagai berikut

$$Y_{ijkm} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \delta_{ijk} + \gamma_m + (\alpha\gamma)_{jm} + (\beta\gamma)_{km} + (\alpha\beta\gamma)_{jkm} + \varepsilon_{ijkm} \quad (7.7)$$

2. Perlakuan petak utama terdiri dari taraf faktor A, dimana anak petak terdiri dari kombinasi faktorial B dan C

1	..	i	..	a
				$b_k c_1$
				$b_k c_m$
			a_j	

dengan model (sebagai modifikasi model sebelumnya)

$$Y_{ijkm} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \delta_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \gamma_m + (\alpha\gamma)_{jm} + (\beta\gamma)_{km} + (\alpha\beta\gamma)_{jkm} + \varepsilon_{ijkm} \quad (7.8)$$

3. Perlakuan petak utama merupakan kombinasi faktorial A dan B, dimana perlakuan anak petak merupakan kombinasi faktorial C dan D

1	..	i	..	A
				$c_1 d_1$
				$c_m d_l$
			$a_j b_k$	

Rancangan Petak Terpisah tanpa Ulangan

Bila ternyata atau dapat diasumsikan bahwa keseluruhan petak utama tak terdapat keragaman sehingga tak mungkin menggunakan ulangan, maka penggunaan petak terpisah tanpa ulangan dapat dilakukan, hal yang demikian disebut percobaan petak terpisah dalam Rancangan Acak Lengkap sebagai rancangan lapangannya. Hanya saja bahwa tanpa ulangan ini, pengacakan perlakuan kedalam petak utama kurang ada pembatasan. Tiap taraf faktor A diberikan kedalam r petak utama secara acak dan menyeluruh. Semua taraf faktor B diacak untuk tiap petak utama.

Model dari rancangan ini adalah

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_j + \delta_{ij} + \beta_k + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk} \quad ; \quad i=1, \dots, r \quad j=1, \dots, a \quad k=1, \dots, b \quad (7.9)$$

dimana simbol-simbol yang digunakan adalah mirip dengan model dalam persamaan (7.1). Yang membedakan adalah komponen ρ_i yang dalam model ini sebagai bagian dari komponen galat petak utama.

Tabel parsial analisis keragaman model ini dapat dituliskan sebagai berikut:

Sumber keragaman	db	JK	NHKT
A	a-1	JK[A]	$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_{\text{delta}}^2 + rb\kappa_A^2$
Galat PU	a(r-1)	JK[GPU]	$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_{\text{delta}}^2$
B	b-1	JK[B]	$\sigma_\varepsilon^2 + r\kappa_B^2$
AB	(a-1)(b-1)	JK[AB]	$\sigma_\varepsilon^2 + r\kappa_{AB}^2$
Galat AP	(r-1)a(b-1)	JK[GAP]	σ_ε^2
Total	rab-1	JK[Total]	

Rancangan Petak Terpisah Ganda

Rancangan ini lebih dikenal dengan Split-split Plot Design. Penambahan faktor ketiga dengan memisahkan anak petak dari rancangan petak terpisah. Teknik ini banyak digunakan untuk memudahkan pengoperasian di lapangan atau bilamana diinginkan untuk tetap mempertahankan kombinasi perlakuan bersama-sama. Namun demikian, tambahan pembatasan dalam pengacakan mengakibatkan perlunya menghitung jenis galat yang ketiga yaitu galat anak-anak petak yang digunakan untuk menguji pengaruh utama perlakuan yang diberikan pada pemisahan kedua (anak-anak petak) beserta interaksi yang berhubungan dengannya. Pengaturan

Rancangan Petak Terpisah

dengan cara demikian dapat memberikan keuntungan tertentu dalam operasi fisik dengan satuan percobaan, tetapi dengan adanya jenis galat yang ketiga ini akan menambah rumitnya analisis bila kita inginkan perbandingan antar nilai rata-rata perlakuan, sangatlah disarankan bagi anda untuk berkonsultasi dengan para ahli biometrika (statistika) sebelum melakukan hal ini.

Prosedur pengacakan sama seperti dalam rancangan petak terpisah, dengan anak petak dipisah lagi menjadi anak-anak petak, sama jumlahnya untuk taraf faktor ketiga. Pengacakan dilakukan lagi pada tiap-tiap anak petak.

Rancang Blok Terpisah

Sebagai modifikasi dari pengembangan Rancangan Petak Terpisah sederhana lainnya adalah Rancangan Blok Terpisah. Model linier dari rancangan ini adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \rho_i + \alpha_j + \delta_{ij} + \beta_k + \eta_{ik} + (\alpha\beta)_{jk} + \varepsilon_{ijk} ; \quad i=1, \dots, r \quad j=1, \dots, n \quad k=1, \dots, b \quad (7.10)$$

dimana Y_{ijk} = Nilai pengamatan pada ulangan ke- i yang mendapat perlakuan Faktor A pada taraf ke- j dan faktor B pada taraf ke- k , μ = rata-rata umum, ρ_i = pengaruh ulangan ke- i , α_j = pengaruh taraf ke- j faktor A, δ_{ij} = komponen galat faktor A, β_k = pengaruh taraf ke- k faktor B, η_{ik} = komponen galat faktor B, $(\alpha\beta)_{jk}$ = pengaruh interaksi taraf ke- j faktor A dan taraf ke- k faktor B, dan ε_{ijk} = komponen galat interaksi A dan B.

Sedangkan asumsi untuk model ini merupakan pengembangan dari model yang lebih sederhana.

Penghitungan Jumlah Kuadrat

$$\begin{aligned}
 JK[\text{Galat } A] &= \frac{1}{b} \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - FK - JK[\text{Ulangan}] - JK[A] \\
 JK[\text{Galat } B] &= \frac{1}{a} \sum_i \sum_j Y_{ij}^2 - FK - JK[\text{Ulangan}] - JK[B] \\
 JK[\text{Galat } AB] &= JK[\text{Total}] - JK[\text{Ulangan}] - JK[\text{Galat } A] - JK[A] - JK[B] \\
 &\quad - JK[\text{Galat } B] - JK[AB]
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

Tabel Analisis Keragaman

Sumber Keragaman	db	NHKT
Ulangan	r-1	
A	a-1	$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_\delta^2 + rab\phi_A^2$
Galat (A)	(r-1)(a-1)	$\sigma_\varepsilon^2 + b\sigma_\delta^2$
B	b-1	$\sigma_\varepsilon^2 + a\sigma_\eta^2 + ra\phi_B^2$
Galat (B)	(r-1)(b-1)	$\sigma_\varepsilon^2 + a\sigma_\eta^2$
AB	(a-1)(b-1)	$\sigma_\varepsilon^2 + r\phi_{AB}^2$
Galat (AB)	(r-1)(a-1)(b-1)	σ_ε^2

Teladan

Untuk mempelajari daya tahan enam varietas rumput yang dikombinasikan dengan tiga cara pemadatan (tanpa pemadatan, sedikit, dan cukup) seorang peneliti menggunakan rancangan blok terpisah. Tanah cukup tersedia pada tiga lokasi (ulangan) yang digunakan dalam percobaan. Dalam tiap ulangan, ke seluruh varietas yang diuji ditempatkan pada enam blok berikut (belum dilakukan pengacakan)

V ₁	V ₂	V ₃	B ₄	V ₅	V ₆
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Mesin pemadat tidak dapat digerakkan dengan leluasa dalam petak-petak utama yang telah diberikan varietas-varietas rumput tersebut,

Rancangan Petak Terpisah

sehingga perlu dilakukan pemadatan rumput dengan mesin dalam baris seperti berikut (belum diacak)

Tingkat Pemadatan
Tanpa
Sedikit
Cukup

Adapun data dari percobaan tersebut adalah sebagai berikut:

Tkt Pemadatan	Varietas					
T	10.3	9.7	11.2	10.8	10.5	9.9
S	9.8	10.1	11.0	10.4	10.6	9.5
C	9.0	9.6	10.8	10.1	9.8	11.0
T	11.8	10.3	12.1	12.3	11.8	10.6
S	10.7	11.6	11.9	11.8	11.7	10.1
C	10.1	10.9	12.1	11.0	10.3	9.2
T	10.2	10.1	11.6	11.2	10.6	10.3
S	9.5	10.7	10.8	9.9	10.5	9.4
C	9.7	9.3	11.2	9.6	10.4	10.3

$$\text{Faktor Koreksi} = (569.7)^2 / 54 = 6010.34$$

$$\text{JK Total} = 36.17$$

$$\text{JK Ulangan} = [184.1^2 + 200.3^2 + 185.3^2] / 18 - \text{FK} = 9.05$$

$$\text{JK Galat [Varietas]} = [29.1^2 + \dots + 30.0^2] / 3 - \text{FK} - 9.05 - 12.19 = 2.81$$

$$\text{JK Padat} [195.3^2 + 190.0^2 + 184.4^2] / 18 - \text{FK} = 3.30$$

$$\text{JK Galat [Padat]} = [62.4^2 + \dots + 60.5^2] / 6 - \text{FK} - 9.05 - 3.30 = 0.93$$

$$\text{JK Interaksi} = [32.3^2 + \dots + 30.5^2] / 3 - \text{FK} - 12.19 - 3.30 = 4.45$$

$$\text{JK Galat [Interaksi]} = 3.44$$

Tabel Analisis Keragaman

Sumber Keragaman	Db	JK	KT	NHKT
Ulangan	2	9.05	4.52	
Varietas	5	12.19	2.44	$\sigma_\varepsilon^2 + 3\sigma_\delta^2 + 54\phi_A^2$
Galat (Varietas)	10	2.81	0.28	$\sigma_\varepsilon^2 + 3\sigma_\delta^2$
Pemadatan	2	3.3	1.15	$\sigma_\varepsilon^2 + 6\sigma_\eta^2 + 18\phi_B^2$
Galat (Pemadatan)	4	0.93	0.23	$\sigma_\varepsilon^2 + 6\sigma_\eta^2$
Interaksi	10	4.45	0.44	$\sigma_\varepsilon^2 + 3\phi_{AB}^2$
Galat (Interaksi)	20	3.44	0.17	σ_ε^2

Simpangan Baku untuk Perbandingan Dua Rataan

1. dua rataan faktor A

$$s_{\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{.h}} = \sqrt{\frac{2 \text{ KT Galat } A}{rb}} \quad (7.12)$$

2. dua rataan faktor B

$$s_{\bar{Y}_{.k} - \bar{Y}_{.l}} = \sqrt{\frac{2 \text{ KT Galat } B}{ra}} \quad (7.13)$$

3. dua rataan interaksi pada taraf B yang sama

$$s_{\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.hk}} = \sqrt{\frac{2 [\text{KT Galat } A + (b-1) \text{ KT Galat } B]}{rb}} \quad (7.14)$$

4. dua rataan interaksi pada taraf A yang sama

$$s_{\bar{Y}_{.jk} - \bar{Y}_{.jh}} = \sqrt{\frac{2 [\text{KT Galat } B + (a-1) \text{ KT Galat } A]}{ra}} \quad (7.15)$$

5. dua rataan interaksi pada taraf A dan B yang berbeda

$$s_{\bar{Y}_{jk} - \bar{Y}_{.j.}} = \sqrt{\frac{2 [a \cdot KT \text{ Galat } A + b \cdot KT \text{ Galat } B + (ab - a - b) \cdot KT \text{ Galat } AB]}{rab}} \quad (7.16)$$

Latihan

1. Lakukan uji yang lengkap ($\alpha = 0.05$) dengan menjawab pertanyaan berikut dari data yang ada pada latihan diatas:
 - (a) Apakah Interaksi berpengaruh nyata?
 - (b) Bila nyata berikan uji lanjut yang sesuai.
 - (c) Apakah pemadatan berpengaruh nyata?
 - (d) Bila nyata berikan uji lanjut yang sesuai.
 - (e) Apakah Varietas berpengaruh nyata?
 - (f) Bila nyata berikan uji lanjut yang sesuai.

2. Sebuah percobaan tentang kelembaban relatif terhadap kekuatan tarik dilakukan pada 3 taraf kelembaban relatif dan 3 larikan sebagai petak utamanya. Bila percobaan dilakukan dua kali, diperoleh data sebagai berikut:

Ulangan	Larikan	Persen Kelembaban		
		50	70	90
1	1	1.12	3.50	1.00
		1.75	0.50	0.75
	2	1.13	0.75	0.50
		3.50	1.00	0.50
	3	2.25	1.75	1.50
		3.25	1.88	1.00
2	1	1.75	1.75	1.50
		1.88	0.75	0.75
	2	5.25	0.75	1.50
		5.25	2.25	1.50
	3	1.50	1.62	0.75
		3.50	2.50	0.50

- (a) Tuliskan model yang dipakai untuk percobaan ini.
- (b) Berikan tabel analisis keragaman lengkap yang juga mencakup nilai NHKT.
3. Berikut ini adalah data percobaan menggunakan rancangan anak-anak petak dengan Petak Utama adalah S = saat tanam, anak petak adalah K = Konsentrasi penyemprotan untuk pengendalian aphid, dan anak-anak petak adalah P = saat pemanenan terhadap hasil *Sugar beet root*.

Perlakuan			Ulangan			
S	K	P	I	II	III	IV
1	1	1	25.7	25.4	23.8	22.0
		2	31.8	29.5	28.7	26.4
		3	34.6	37.2	29.1	23.7
	2	1	27.7	30.3	30.2	33.2
		2	38.0	40.6	34.6	31.0
		3	42.1	43.6	44.6	42.7
2	1	1	28.9	24.7	27.8	23.4
		2	37.5	31.5	31.0	27.8
		3	38.4	32.5	31.2	29.8
	2	1	38.0	31.0	29.5	30.7
		2	36.9	31.9	31.5	35.9
		3	44.2	41.6	38.9	37.6
3	1	1	23.4	24.2	21.2	20.9
		2	25.3	27.7	23.7	24.3
		3	29.8	29.9	24.3	23.8
	2	1	20.8	23.0	25.2	23.1
		2	29.0	32.0	26.5	31.2
		3	36.6	37.8	34.8	40.2

Lakukan analisis keragaman secara lengkap.

4. Sebuah percobaan dengan menggunakan rancangan blok terpisah dilakukan dengan percobaan faktorial 2x3 (faktor A dan B) diberikan pada petak utama. Faktor ketiga (C) dengan 4 taraf diaplikasikan pada petak utama tipe kedua. Bila terdapat tiga ulangan dan semua perlakuan memiliki pengaruh tetap.

Rancangan Petak Terpisah

- (a) Berikan model linier bagi model diatas. Berikan range dan jelaskan simbol-simbol yang anda gunakan.
 - (b) Berikan tabel analisis keragaman secara parsial (sumber keragaman, derajat bebas, dan NHKT-nya)
5. Sebuah percobaan dengan menggunakan rancangan petak terpisah ganda (split-split plot) dilakukan dengan perlakuan petak utama adalah A dengan 3 taraf, perlakuan anak petak adalah B dengan 2 taraf, dan perlakuan anak-anak petaknya adalah C dengan 6 taraf. Dalam hal ini digunakan sebanyak ulangan 2 kali.
- (a) Buatlah layout dan bagaimana anda menempatkan perlakuan tersebut kedalam satuan percobaannya, termasuk bagaimana anda melakukan pengacakan.
 - (b) Berikan tabel analisis keragaman parsial (sumber keragaman, derajat bebas, dan NHKT-nya)

Analisis Regresi Linier Sederhana dan Korelasi

Regresi merupakan suatu teknik dalam statistika untuk menentukan suatu persamaan garis atau kurva dengan cara meminimumkan penyimpangan atau deviasi antara data pengamatan dan nilai-nilai dugaannya. Regresi digunakan untuk menduga nilai-nilai satu variabel respon dari nilai variabel (peubah) yang sudah diketahui atau diasumsikan ada hubungan dengannya.

Kita ambil teladan hal-hal berikut : Seorang ekonom menggunakan indeks produksi industri dan indeks harga konsumsi untuk mengestimasi laju pengangguran atau pendapatan nasional kotor.

Dalam bidang pertanian, untuk menduga hasil suatu komoditas digunakan, a.l. : dosis pemupukan, luas lahan, dan lain-lain yang diperkirakan berkaitan dengannya.

Dalam bidang pendidikan, untuk memprediksi nilai ujian saringan ke suatu perguruan tinggi, digunakan beberapa kriteria diantaranya adalah beberapa nilai siswa sewaktu masih duduk dibangku SLTA.

Peubah yang mempengaruhi disebut dengan peubah bebas, sedang peubah yang dipengaruhi disebut peubah tak bebas. Apabila suatu regresi linier hanya menggunakan satu peubah bebas, maka Regresi Linier ini disebut Regresi Linier Sederhana; sedangkan yang menggunakan lebih dari satu variabel disebut dengan Regresi Linier Berganda.

Model Linier

Model linier **Regresi Linier Sederhana** adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad (8.1)$$

dimana

$$E(\varepsilon_i) = 0 \quad ; \quad \text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \quad \text{dan} \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \quad i \neq j$$

Analisis Regresi dan Korelasi
untuk $i = 1, 2, \dots, n$.

Persamaan (8.1) menunjukkan bahwa X dan Y mempunyai hubungan yang linier tetapi tidak sempurna, karena adanya kesalahan (error). Oleh karena itu, diperlukan pendugaan bagi persamaan regresi tersebut, yaitu

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X \quad (8.2)$$

dimana b_0 dan b_1 adalah nilai numerik sebagai penduga bagi β_0 dan β_1 . Sedang \hat{Y} adalah nilai dugaan Y untuk nilai X tertentu.

Sebagai teladan, misalnya kita ingin mengetahui hubungan antara luasan tanah (X) terhadap harganya (Y). Dari contoh terpilih, maka akan terdapat beberapa macam ukuran luasan tanah, dan dari setiap luasan tanah tersebut terdapat bermacam-macam harga tanah. Andaikan populasi harga rata-rata tanah dapat dihitung, sebut saja $\mu_{Y.X}$, akan berada pada suatu garis lurus. Hal ini berarti bahwa kita mengasumsikan adanya hubungan linier sempurna dalam populasi antara X dan rata-rata nilai Y untuk setiap nilai X, yaitu persamaan garis melalui tiap rata-rata nilai Y, sehingga

$$\mu_{Y.X} = \beta_0 + \beta_1 X \quad (8.3)$$

Bila kita berikan luasan tertentu, persamaan akan memberikan rata-rata harga $\mu_{Y.X}$ pada ukuran tersebut. Ambil dua pasang nilai $(X_1, \mu_{Y.X_1})$ dan $(X_2, \mu_{Y.X_2})$ maka

$$\beta_1 = \frac{\mu_{Y.X_2} - \mu_{Y.X_1}}{X_2 - X_1} = \frac{\Delta \mu_{Y.X}}{\Delta X} \quad (8.4)$$

yang merupakan rasio dari perubahan pada nilai rata-rata Y terhadap perubahan pada X.

Dalam kenyataan, mungkin kita hanya dapatkan suatu contoh dari tanah dengan luasan tertentu. Untuk sembarang luasan tanah

dalam populasi, mungkin kita hanya dapatkan sebanyak satu contoh. Dengan demikian, bila hanya memiliki informasi seperti ini, kita tidak akan tahu secara tepat berapa nilai β_0 dan β_1 . Karenanya, kita dapat menduga besarnya kedua nilai tersebut. Sehingga yang kita dapatkan adalah penduga persamaan regresinya, yaitu garis yang didapat dengan cara meminimumkan penyimpangan antara data pengamatan dan nilai dugaannya. Garis ini haruslah melalui titik tengah titik tengah massa, yaitu melalui (\bar{X}, \bar{Y}) .

Kriteria Garis “Terbaik”

Untuk tiap nilai X dalam contoh, kita inginkan penyimpangan yang sekecil mungkin atau mendekati nol. Bila penyimpangan = 0 artinya garis melewati setiap pasangan nilai pengamatan (X_i, Y_i) . Yang mesti diperhatikan adalah garis regresi harus dekat ke semua titik secara bersamaan. Jadi kriteria garis terbaik disini adalah: garis yang secara rata-rata dekat dengan ke seluruh titik (nilai pengamatan). Kita ingin mendapatkan $\hat{Y} = b_0 + b_1 X$ dimana nilai a dan b membuat rata-rata kuadrat penyimpangan dari titik-titik ke garis menjadi minimum, yang dikenal dengan nama metode kuadrat terkecil.

Misalkan $Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2$. Dengan teknik

kalkulus, yaitu dengan mencari terlebih dahulu turunan pertama Q terhadap b_0 dan b_1 , dan menyamakan kedua turunan tersebut dengan nol, akhirnya kita dapatkan nilai-nilai b_0 dan b_1 .

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial b_0} &= 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) (-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n Y_i - n b_0 - b_1 \sum_{i=1}^n X_i = 0 \end{aligned} \tag{8.5}$$

dan

$$\frac{\partial Q}{\partial b_1} = 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - b_0 - b_1 X_i) (-X_i) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^n X_i Y_i - b_0 \sum_{i=1}^n 1 - b_1 \sum_{i=1}^n X_i^2 = 0$$
(8.6)

Persamaan (8.5) dan (8.6) disebut dengan persamaan normal bagi regresi linier sederhana. Karena terdapat 2 persamaan dengan 2 peubah yang belum diketahui, maka peubah-peubah tersebut dapat dengan mudah dicari.

Teladan. Misalkan kita memiliki data tentang hubungan luasan tanah (X) dan harganya (Y) seperti berikut :

No	X	Y	No	X	Y
1	1.8	32	11	2.3	44
2	1.0	24	12	0.9	19
3	1.7	27	13	1.2	25
4	2.8	47	14	3.4	50
5	2.2	35	15	1.7	30
6	0.8	17	16	2.5	43
7	3.6	52	17	1.4	27
8	1.1	20	18	3.3	50
9	2.0	38	19	2.2	37
10	2.6	45	20	1.5	28

dimana ukuran luas tanah X dalam ribuan meter persegi dan harga tanah Y dalam jutaan rupiah.

Dari tabel tersebut didapatkan nilai-nilai berikut: $\sum_{i=1}^{20} X_i = 40$;

$$\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 93.56; \quad \sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = 1554.9; \quad \sum_{i=1}^{20} Y_i = 690.0.$$

Dengan demikian persamaan normal regresi linier sederhana dari teladan ini adalah

$$690.0 = 20b_0 + 40b_1$$

$$1554.9 = 40b_0 + 93.56b_1$$

dan akhirnya kita dapatkan nilai $b_0 = 8.704$ dan $b_1 = 12.898$.

Kegunaan dan Interpretasi Persamaan Regresi

Untuk menggambarkan hubungan antara luas dan harga tanah, dalam teladan, kita dapatkan $\hat{Y}_i = 8.704 + 12.898X_i$. Dengan mensubstitusikan nilai X (luasan tanah) kita dapatkan nilai dugaan tentang harga tanah pada luasan tanah tersebut. Misalkan untuk ukuran tanah 2200 meter persegi, maka $\hat{Y}_{X=2.2} = 8.704 + 12.898(2.2) = 37.08$ atau sebesar Rp. 37,080,000.-

Bagaimana dengan tanah yang memiliki luasan 500 kaki persegi atau 4000 kaki persegi ? Kita tidak dapat menduga rata-rata harga tanah pada luasan-luasan ini, karena kita hanya mempunyai informasi harga tanah yang memiliki luasan antara 800 hingga 3600 kaki persegi. Kita tidak tahu segala sesuatu tentang harga tanah yang memiliki luasan kurang dari 800 kaki persegi ataupun yang lebih besar dari 4000 kaki persegi. Oleh karenanya kita perlu berhati-hati didalam menarik kesimpulan.

Intersep dan Slope

Didalam regresi linier sederhana terdapat dua nilai dugaan parameter yaitu b_0 yang sering disebut dengan **intersep**, dimana b_1 yang sering disebut dengan **slope** atau garis kemiringan. Intersep kadang kala susah untuk diinterpretasikan, sebagai misal dari teladan yang kita miliki nilai dugaan apabila $X = 0$ yaitu $b_0 = 8.7$. Ini sudah jelas, selain nilai ini tidak kita amati, nilai ini tidak mempunyai arti langsung. Mungkin kita dapat mengartikan, dalam kasus ini, sebagai nilai yang diperlukan untuk mendapatkan suatu dugaan beralasan yang tepat bagi harga, seperti upah realtor atau investasi. Nilai tersebut dapat juga diartikan sebagai nilai nyata yang mempengaruhi

harga yang ditentukan oleh “sesuatu” diluar hubungan luasan dan harga tanah. Yang jelas untuk kasus ini kita tidak dapat menginterpretasikan nilai tersebut dengan “harga tanah seluas 0 kaki persegi”.

Dalam kasus tertentu, intersep dapat diinterpretasikan atau memiliki arti. Intersep akan memiliki arti fisik dan merupakan nilai dugaan rata-rata Y bilai nilai $X = 0$, jika:

- (1). X harus dapat bernilai 0, dan
- (2). Data harus dikumpulkan disekitar titik 0.

Sebagai teladan adalah hubungan antara temperatur harian di musim dingin dan kilowatt jam yang digunakan untuk pemanas ruangan. Dalam hal ini intersep memiliki arti, karena kedua syarat diatas dipenuhi. Di daerah tropis, tentu hal tersebut tidaklah mungkin, sehingga kondisi ke-2 gagal dipenuhi.

Slope atau garis kemiringan atau lebih sering disebut dengan koefisien regresi, lebih mempunyai arti apabila dibandingkan dengan intersep. Sebelumnya perlu diketahui bahwa sampel atau contoh diambil dalam satu waktu tertentu, sehingga data tersebut tergantung dari waktu ke waktu. Misalnya dalam satu hari kita amati sebanyak 20 macam luas dan harga tanah. Jadi bukannya satu tanah diamati dalam 20 hari yang berbeda.

Oleh karenanya perlu dibedakan adanya 2 cara analisis data diatas:

- (1). Analisis Regresi, yang kita pelajari dalam bab ini, untuk *Cross-sectional study*, dan
- (2). Analisis Deret Waktu yang digunakan untuk *Longitudinal Study*.

Di dalam regresi, yang kita amati adalah adanya perbedaan atau selisih dan bukannya adanya perubahan di sepanjang waktu. Kalau tidak hati-hati kita dapat salah menginterpretasikannya. Sebagai gambaran $\hat{Y} = 79 + 8X$ dimana \hat{Y} adalah nilai penjualan dalam ratusan ribu rupiah per minggu, dan X adalah jumlah pekerja pada toko tertentu. Apakah hal ini dapat diartikan bahwa bila jumlah pekerja bertambah satu orang, nilai penjualan bertambah sebesar Rp. 800.000,00 per minggu? Jawabnya adalah: Tidak. Interpretasi yang

benar adalah bahwa satu toko yang memiliki pekerja satu orang lebih dari toko lainnya, maka toko tersebut akan mendapatkan nilai jual sebesar Rp. 800.000,00 lebih dari toko yang memiliki satu pekerja lebih sedikit. Sehingga dimungkinkan bahwa bertambah besar ukuran toko, nilai jual semakin besar, karena jumlah tenaga kerja juga besar. Jadi sebetulnya yang mempengaruhi nilai jual beli dan jumlah pekerja adalah ukuran dari toko tersebut.

Sehingga dari teladan yang kita miliki dapat diinterpretasikan sebagai berikut: Bila ada dua luasan tanah dengan perbedaan seribu kaki persegi, maka secara rata-rata tanah yang lebih luas akan berharga Rp. 12.900.000,00 lebih tinggi.

Regresi Melalui Titik Pusat

Bila kita tidak menghendaki adanya intersep, untuk beberapa permasalahan tertentu, kita dapat gunakan regresi melalui titik pusat $(0,0)$ dengan $Y_i = \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Sehingga penduga bagi model diatas adalah $\hat{Y}_i = b_1^* X_i$. Nilai b_1^* bagi persamaan penduga dapat dicari dengan cara yang sama yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat penyimpangan sebagai berikut:

$$\min \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \min \sum_{i=1}^n (Y_i - b_1^* X_i)^2 \quad (8.7)$$

Pengukuran Kesalahan dalam Pendugaan

Sekarang telah kita ketahui bagaimana menduga rata-rata nilai Y bila sudah diketahui nilai X nya, dalam range nilai X yang kita pelajari, tentunya. Untuk hal ini perlu diketahui juga besarnya keragaman rata-rata yang diperoleh. Dengan kata lain, sementara kita dapat menduga rata-rata nilai Y untuk nilai X tertentu, seberapa dekat rata-rata ini terhadap rata-rata nilai sebenarnya, yang tidak kita ketahui itu.

Kita perlu menentukan seberapa jauh nilai-nilai Y yang kita amati berbeda dari rata-rata nilai Y karena penduga yang diabaikan, keragaman acak, dan ketidaktepatan bentuk dari model. Kita tahu bahwa untuk sembarang nilai X dalam populasi, terdapat suatu sub populasi nilai-nilai Y, dibawah hubungan $\mu_{Y.X} = \beta_0 + \beta_1 X$ yang merupakan garis lurus melalui rata-rata nilai Y untuk setiap nilai X yang diberikan.

Bila kita dapat mengamati keseluruhan populasi respon untuk tiap nilai X, kita dapat mengukur keragaman nilai Y pada nilai X tertentu, yang dituliskan dengan rumus

$$\sigma_{Y.X_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{N_i} (Y_{ij} - \mu_{Y.X_i})^2}{N_i} \tag{8.8}$$

Bila pencarian nilai-nilai Y untuk tiap nilai X tidak seragam atau heterogen, maka $\sigma_{Y.X_i}^2$ akan berbeda-beda untuk tiap nilai X. Semua ini berasumsi bahwa keseluruhan populasi dapat diamati. Namun dalam kenyataan, kita mungkin hanya dapatkan contoh atau sampelnya. Untuk sembarang nilai X, mungkin kita hanya dapatkan beberapa contoh dan tak jarang hanya menggunakan satu nilai Y. Selanjutnya, untuk tiap nilai X kita dapatkan rata-rata nilai Y dan penduga $\hat{Y} = b_0 + b_1 X$.

Bagaimana kita dapat mengukur keragaman dalam nilai Y yang diamati pada nilai X tersebut, jika hanya ada satu nilai Y ? Oleh karena itu, perlu adanya asumsi lain yaitu kehomogenan ragam (homoskedastisitas). Ragam contoh Y pada nilai X tertentu secara matematis dapat dituliskan sebagai

$$s_{Y.X}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - 2} \tag{8.9}$$

yang merupakan penduga tak bias bagi $\sigma_{Y.X}^2 \cdot s_{Y.X}^2$ berarti cenderung tidak *overestimate* ataupun tidak *underestimate* terhadap $\sigma_{Y.X}^2$. Ragam contoh tersebut dapat dituliskan sebagai

$$s_{Y.X}^2 = \frac{JK[Y] - b_1 \cdot JHK[XY]}{n - 2} \tag{8.10}$$

dimana

$$JK[Y] = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)^2}{n}$$

$$JHK[XY] = \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i\right)\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right)}{n}$$

dan dalam notasi matriks

$$s_{Y.X}^2 = \frac{(y - X \hat{\beta})' (y - X \hat{\beta})}{n} = \frac{y' y - \hat{\beta}' X \hat{\beta}}{n - 2} \tag{8.11}$$

Nilai $s_{Y.X}^2$ mengukur keragaman dalam Y setelah kita memperhitungkan keragaman yang diakibatkan karena adanya hubungan dengan X. $s_{Y.X}$ menunjukkan seberapa jauh rata-rata jumlah nilai Y sebenarnya dari dugaan rata-rata Y. Interpretasi yang tepat bagi $s_{Y.X}^2$ adalah dugaan tak bias dari rata-rata ragam disekitar garis regresi.

Kesalahan yang terlalu besar dalam pendugaan akan mengakibatkan hubungan antara X dan Y sangat lemah. Koefisien Keragaman (KK) dihitung untuk menentukan besarnya keragaman relatif terhadap rata-rata, dimana

$$KK = \frac{S_{Y.X}}{\bar{Y}} \tag{8.12}$$

Pengujian Parameter Regresi

Adanya kemungkinan bahwa dari contoh yang digunakan terdapat hubungan antara X dan Y (peubah bebas dan tak bebas), dimana sebagai kenyataan, tidak terdapat hubungan dalam populasi. Bagaimana kita yakin bahwa nilai b_1 yang kita peroleh cukup besar, dalam harga mutlak, sehingga contoh yang kita ambil itu tidak berasal dari populasi yang memiliki nilai $\beta_1 = 0$; atau dengan perkataan lain: apakah b_1 berbeda nyata atau tidak bernilai nol ? Untuk menjawabnya kita perlu uji hipotesis $H_0 : \beta_1 = 0$ lawan $H_1 : \beta_1 \neq 0$. Langkah uji hipotesis ini biasanya dapat disarikan seperti berikut:

- (1) Menentukan hipotesis nol dan tandingannya.
- (2) Menentukan taraf uji α . Bila kita tidak memiliki data tentang keseluruhan populasi, kita tidak pernah percaya 100%, sehingga kita harus mempertimbangkan seberapa jauh kita dapat mempercayai nilai dugaan kita untuk menduga parameter populasi. Taraf uji atau taraf nyata adalah besarnya peluang untuk menolak hipotesis nol bila kenyataannya hipotesis nol benar; dengan perkataan lain bahwa taraf uji adalah peluang untuk menyimpulkan terdapat hubungan antara X dan Y dimana kenyataannya tidak terdapat hubungan keduanya didalam populasi.
- (3) Menentukan daerah penolakan. Daerah penolakan mencakup gugus nilai-nilai sebagai bukti yang cukup untuk 100 (1- α)% yakin bahwa hipotesis tandingan adalah benar.
 Untuk nilai $H_1 : \beta < 0$, tolak H_0 , jika $t_{hit} < -t_{\alpha}$; db Galat
 Untuk nilai $H_1 : \beta > 0$, tolak H_0 , jika $t_{hit} > t_{\alpha}$; db Galat
 Untuk nilai $H_1 : \beta \neq 0$, tolak H_0 , jika $t_{hit} < -t_{\alpha/2}$; db Galat atau jika $t_{hit} > t_{\alpha/2}$; db Galat dimana

$$t_{hit} = \frac{b_1}{sb_1} \quad (8.13)$$

dengan

$$sb_1 = \sqrt{\frac{s_{Y.X}^2}{JK[X]}} \quad (8.14)$$

Dengan cara yang sama, dapat kita turunkan bahwa untuk menguji $H_0 : \beta_0 = 0$ lawan $H_1 : \beta_0 \neq 0$ digunakan statistik uji

$$t_{hit} = \frac{b_0}{sb_0} \quad (8.15)$$

dengan

$$sb_0 = \sqrt{s_{Y.X}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{JK[X]} \right)} \quad (8.16)$$

dimana

$$JK[X] = \sum_{i=1}^n X_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2}{n}$$

Apabila dilakukan sampling yang berulang untuk nilai $X = x$ tertentu dari salah satu nilai x yang kita gunakan, maka nilai dugaan modelnya adalah $\hat{y}_x = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x$. Galat baku bagi \hat{y}_x adalah

$$s_{\hat{y}_x} = \sqrt{s_{Y.X}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{JK[X]} \right)} \quad (8.17)$$

Apabila kasus baru didapatkan dengan menggunakan nilai $X = \bar{x}$ maka nilai dugaannya adalah $\hat{y}_{\bar{x}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x} + \tilde{e}$ dimana

Analisis Regresi dan Korelasi

\tilde{e} adalah galat baru dengan kasus ini. Secara rata-rata nilai \tilde{e} akan bernilai 0 dan dengan demikian dapat dituliskan bahwa $\hat{y}_{\bar{x}} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{x}$, tetapi nilai \tilde{e} akan membuat galat baku pendugaan membesar. Galat baku bagi $\hat{y}_{\bar{x}}$ tersebut adalah

$$s_{\hat{y}_{\bar{x}}} = \sqrt{s_{Y.X}^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - \bar{X})^2}{JK[X]} \right)} \quad (8.18)$$

Analisis Keragaman Regresi Linier Sederhana

Seperti halnya pada rancangan percobaan, maka dalam analisis regresi linier sederhana inipun dapat juga digunakan dengan cara serupa. Penghitungan jumlah-jumlah kuadratnya adalah sebagai berikut:

$$JK[Total] = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n} \quad (8.19)$$

$$JK[Re\ gresi] = b_1 \cdot JHK[XY]$$

$$JK[Galat] = JK[Total] - JK[Re\ gresi]$$

dan tabel analisis keragamannya dapat dituliskan sebagai berikut

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F _{hit}
Regresi (β_1)	1	JK [Reg]	KT [Reg]	KT [Reg] / KT [G]
Galat	n-2	JK [G]	KT [G]	
Total	n-1	JK [T]		

dimana uji ini sebetulnya adalah untuk melihat apakah variabel atau peubah bebas X ini benar-benar memberikan sumbangan yang berarti bagi peubah respon Y. Secara formal analisis keragaman diatas digunakan untuk menguji

$$\begin{aligned} H_0 : Y_i &= \beta_0 + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \\ H_1 : Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8.20)$$

yang secara singkat dapat dituliskan atau setara dengan

$$H_0 : \beta_1 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta_1 \neq 0 \quad (8.21)$$

Nilai F_{hit} yang kita peroleh dalam tabel analisis keragaman kemudian dibandingkan dengan nilai F_{tabel} dengan α tertentu (0.05 atau 0.01) dan derajat bebas 1 dan $n - 2$. Bila ternyata nilai $F_{\text{hit}} > F_{\text{tabel}}$ maka terdapat bukti yang cukup untuk menyatakan bahwa peubah X memberikan sumbangan yang berarti bagi peubah Y, dalam bahasa statistiknya bahwa $\beta_1 \neq 0$.

Koeffisien Determinasi

Dari persamaan (8.19) baris terakhir apabila kita bagi kedua sisi persamaan dengan JK [Total] maka akan kita dapatkan

$$\frac{JK[\text{Regresi}]}{JK[\text{Total}]} = 1 - \frac{JK[\text{Galat}]}{JK[\text{Total}]} \quad (8.22)$$

dengan kata lain menunjukkan proporsi keragaman model yang disumbangkan atau yang dapat diterangkan oleh peubah X sebagai penambahan X kedalam model. Disebelah kanan kita dapatkan nilai 1 dikurang dengan keragaman sisa yang tak dapat diterangkan. Kuantiti ini yang kita sebut dengan koefisien determinasi dan dituliskan sebagai R^2 , yang juga menunjukkan seberapa kuat hubungan antara X dan Y. Nilai koefisien determinasi berkisar dari 0 dan 1. Semakin mendekati 1 artinya model yang kita pakai semakin bagus, karena kesalahan yang tak dapat dikendalikan semakin kecil.

Analisis Korelasi

Analisis korelasi merupakan penentuan ukuran numerik hubungan dua peubah bebas. Dapat digunakan peubah seperti Tingkat Pendidikan dan IQ, Kelelahan dan Laju Produksi, Temperatur dan Tekanan, dlsb.

Seperti halnya regresi, korelasi umumnya juga mempelajari tentang hubungan linier. Sebagai hasil dari analisis korelasi ini adalah untuk mengetahui bagaimana suatu persamaan regresi menerangkan keragaman respon Y. Walaupun dalam regresi peubah Y adalah acak atau random dan peubah X adalah tetap, korelasi dapat memberikan informasi yang berguna dalam mempelajari regresi.

Grafik dari data pengamatan dua peubah acak X dan Y disebut diagram pencar. Grafik ini dapat memberikan gambaran singkat apakah kedua peubah mempunyai hubungan linier atau nonlinier. Jadi sangatlah dianjurkan untuk melihat diagram pencar terlebih dahulu sebelum menggunakan analisis regresi linier.

Dalam studi korelasi tidak perlu adanya hubungan sebab akibat. Misalkan dari suatu hasil penelitian tentang IP dan lama kerja diluar, sangatlah mungkin didapat bahwa siswa yang IPnya rendah memiliki lama kerja yang lebih daripada siswa yang ber-IP tinggi. Analisis korelasi tidak menyatakan bahwa lama kerja mempengaruhi IP. Dengan demikian, korelasi tidak dapat menunjukkan alasan sebab-akibat, yang dilakukan hanyalah untuk mengestimasi hubungan data.

Hubungan dua peubah dinyatakan dengan koefisien korelasi contoh r , yang juga dikenal dengan koefisien korelasi Pearson (*Pearson Product-moment correlation coefficient*) yang dirumuskan sebagai

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{\left\{ \left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}} \quad (8.23)$$

atau

$$r = \left(\frac{JK[\text{Regresi}]}{JK[\text{Total}]} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.24)$$

dimana $-1 \leq r \leq +1$. Jika $r = \pm 1$ maka regresi yang kita bikin adalah sempurna sehingga $JK[\text{Galat}] = 0$. Jika $r = 0$ maka dapat dikatakan bahwa kedua peubah tidak berkorelasi. Kedua peubah bukan berarti tidak saling bebas hanya karena $r = 0$, tetapi adalah benar bahwa kedua variabel yang saling bebas memiliki $r = 0$.

Pengujian Hipotesis tentang Koefisien Korelasi

Untuk menentukan apakah r hitung cukup besar nilainya sehingga secara statistik dapat dikatakan berbeda nyata atau sama dengan suatu nilai ρ_0 , prosedur pengujian hipotesis

$$H_0 : \rho = \rho_0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \rho \neq \rho_0 \quad (8.25)$$

dimana ρ adalah koefisien korelasi populasi yang diduga dengan r . Uji dari hipotesis tersebut dituliskan pada tabel berikut; namun demikian, ada dua kemungkinan untuk menggunakan statistik uji t atau z tergantung daripada besarnya sampel dan nilai ρ_0 . Sampel dikatakan kecil apabila $n < 30$.

Ukuran sampel	ρ_0 dalam H_0	Type Uji	Statistik Uji
Kecil	0	t	$\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$
Besar	0	z	$\frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$
Besar	Bukan Nol	z	$\frac{\sqrt{n-3}}{2} \ln \left[\frac{(1+r)(1-\rho_0)}{(1-r)(1+\rho_0)} \right]$

Untuk menguji korelasi dari berbagai populasi yang dapat dituliskan sebagai

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \quad \text{vs} \quad H_1 : \text{sedikitnya ada } \rho_i \neq \rho_j \quad ; \quad i \neq j$$

dapat dilakukan dengan cara berikut: Pertama kali, lakukan transformasi dari r_i ke z_i , catat juga nilai $(n_i - 3)$ pada tiap z_i . Bila hipotesis nol benar nilai z_i merupakan dugaan korelasi yang sudah ditransformasi yang memiliki rataa μ yang sama dan simpangan baku yang beda, yaitu $\sigma_i = 1/\sqrt{n_i - 3}$. Statistik uji yang digunakan adalah

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k (n_i - 3) z_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^k (n_i - 3) z_i \right)^2}{\sum_{i=1}^k (n_i - 3)}$$

yang menyebar menurut sebaran χ^2 dengan derajat bebas k-1

Latihan

- Berikut ini adalah data tentang titik didih (0F) dan Tekanan (in Hg) di beberapa tempat

No	Titik Didih $^{\circ}\text{F}$	Tekanan in Hg
1	194.5	20.79
2	194.3	20.79
3	197.9	22.40
4	198.4	22.67
5	199.4	23.15
6	199.9	23.35
7	200.9	23.89
8	201.1	23.99
9	201.4	24.02
10	201.3	24.01
11	203.6	25.14
12	204.6	26.57

- (a) Dapatkan nilai dugaan β_0 dan β_1 dari model
 $[100 \cdot \text{Log}(\text{Tekanan})]_i = \beta_0 + \beta_1 [\text{Titik}_i \text{Didih}] + \varepsilon_i$
- (b) Berikan interpretasi bagi masing-masing nilai dugaan parameter.
- (c) Dapatkan selang kepercayaan 95% bagi β_0 dan β_1 .
- (d) Dapatkan selang kepercayaan 95% bagi $\hat{y}_{200.9}$
- (e) Dapatkan selang kepercayaan 95% bagi $\hat{y}_{195.7}$
2. Dalam regresi linier sederhana melalui titik pusat, bila b_1^* adalah penduga bagi parameter regresi, maka tunjukkan bahwa

$$b_1^* = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

3. Dalam pengujian koefisien regresi pada persamaan (8.21), ternyata sama dengan pengujian korelasi pada persamaan (8.25) apabila $\rho_0 = 0$. Tunjukkan bahwa

$$\frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

4. Untuk pengujian korelasi populasi yang tidak sama dengan nol, digunakan transformasi

$$z = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$$

dengan simpangan baku

$$s_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

Bila dalam suatu pengukuran dengan metode 1 didapatkan koefisien korelasi $r_1 = 0.865$ yang didapat dengan menggunakan $n_1 = 58$ dan pengukuran dengan metode 2 dengan $n_2 = 45$ diperoleh $r_2 = 0.725$. Apakah dapat kita simpulkan bahwa kedua korelasi tersebut sama ?. Gunakan $\alpha = 0.05$.

5. Berikut ini adalah data korelasi tentang berat awal dan tambahan berat akibat pemberian ransum khusus pada beberapa jenis sapi potong:

Sapi	Jml Sampel	Korelasi
Herefords	5	0.930
Brahman	14	0.574
Backcrosses	8	0.459

Uji apakah ketiganya memiliki korelasi berat awal dan tambahan berat akibat pemberian ransum khusus yang sama.

Regresi Linier Berganda

Sebagai pengembangan dari regresi linier sederhana yang hanya menggunakan satu peubah (variabel) bebas, maka regresi linier berganda menggunakan lebih dari satu peubah bebas. Bila ingin menggunakan sebanyak k-peubah bebas, maka banyaknya sampel minimum adalah k+2 dari suatu populasi Normal berganda-k.

Peubah-peubah yang diamati dalam regresi linier berganda-k adalah X_1, X_2, \dots, X_k sebagai peubah-peubah bebas (*independent variables*) dan Y sebagai peubah tak bebas (*dependent variable*) atau respon.

Lay-out pengamatan secara umum dapat ditulis atau digambarkan sebagai berikut:

Sampel	X_1	...	X_k	Y
1	X_{11}		X_{k1}	Y_1
2	X_{12}		X_{k2}	Y_2
...
i	X_{1i}		X_{ki}	Y_i
i+1	$X_{1,i+1}$		$X_{k,i+1}$	Y_{i+1}
i+2	$X_{1,i+2}$		$X_{k,i+2}$	Y_{i+2}
...
n	X_{1n}		X_{kn}	Y_{1n}

Model Regresi Linier Berganda

Model Regresi Linier berganda-k dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (9.1)$$

dimana Y_i adalah nilai pengamatan atau respon ke- i , β_0 merupakan intersep, β_j merupakan parameter regresi ($j = 1, \dots, k$) dan ε_i galat ke- i .

Asumsi-asumsi yang diperlukan dalam model diatas adalah:

1. Error (kesalahan) menyebar menurut sebaran normal ganda- k (*multivariate normal $_k$*). Asumsi sebaran normal diperlukan agar pengujian dengan statistik uji-F dan uji-t, serta prosedur selang kepercayaan absah.
2. Error-error tidak saling berkorelasi. Ini berarti nilai error untuk satu kasus tidak tergantung kasus lainnya.

Wilks dan Gnanadesikan memberikan prosedur untuk uji normalitas dengan metode Plot Peluang; Durbin dan Watson memberikan prosedur uji korelasi.

Pendugaan Parameter

Nilai parameter populasi dapat diduga dengan menggunakan sampel sebanyak n ($n > k+1$) yang diambil dari populasi normal berganda- k (secara bersamaan). Penduga bagi model diatas adalah:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki} \quad (9.2)$$

Agar dapat melakukan pendugaan terhadap nilai-nilai pengamatan, terlebih dahulu harus diduga setiap nilai $\hat{\beta}_j$. Untuk itu diperlukan langkah-langkah seperti berikut:

1. Tuliskan hubungan linier tersebut dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & \dots & X_{k2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & \dots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \dots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

dimana nilai-nilai dalam vektor \underline{Y} dan matriks X sudah diketahui. Sehingga dalam bentuk matriks, persamaan diatas secara ringkas dapat dituliskan sebagai $\underline{Y} = X \underline{\hat{\beta}}$.

2. Tuliskan persamaan normal dalam bentuk matriks seperti berikut: $X' \underline{Y} = X' X \underline{\hat{\beta}}$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} Y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n X_{ki} & \sum_{i=1}^n X_{1i} X_{ki} & \dots & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \dots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

3. Dengan mengalikan kedua ruas dengan matriks $(X'X)^{-1}$ akan diperoleh $\underline{\hat{\beta}} = (X'X)^{-1} (X' \underline{Y})$

Terlihat jelas bahwa dengan semakin besar nilai k, yaitu dengan semakin banyaknya peubah bebas yang digunakan didalam model, semakin rumit cara mendapatkan nilai $\hat{\beta}$ secara manual karena ordo matriks $X'X$ juga semakin besar. Prosedur Doo-Little dan Prosedur Akar merupakan dua prosedur yang sangat berguna dalam analisis regresi linier berganda.

Prosedur Doo-Little

Secara umum, bila terdapat k peubah bebas, kita mempunyai matriks $S_{p \times (2p+1)} = [s_{ij}]$ dimana

$$s_{ij} = \begin{cases} s_{ij} & , \text{ jika } A \\ 1 & , \text{ jika } B \\ 0 & , \text{ Jika } C \end{cases} \quad (9.5)$$

$A = \{i=1,2,\dots,p ; j=1,2,\dots,p ; p = k + 1\}$, $B = \{i=1,2,\dots,p ; j = i+p+1 \}$ dan $C = \{i=1,2,\dots,p ; j \neq i+p+1\}$.

Untuk mendapatkan nilai t_{ij} dan u_{ij} digunakan aturan sebagai berikut:

$$t_{ij} = \begin{cases} s_{ij} & , \text{ bila } i = 1 \\ s_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} u_{kj} & , \text{ bila } i = 2,3,\dots,p \end{cases} \quad (9.6)$$

untuk $j = i, i + 1, i + 2, \dots, 2p + 1$ dan

$$u_{ij} = \frac{t_{ij}}{t_{ii}} ; \quad i = 1,2,\dots,p \quad j = i, i + 1, i + 2, \dots, 2p + 1 \quad (9.7)$$

dengan catatan bahwa yang perlu dituliskan dalam prosedur untuk matriks S hanyalah anggota matriks S bagian diagonal utama keatas saja, sehingga hanya merupakan matriks segitiga atas.

Baris	X'X					X'Y	I				
	β_0	β_1	β_2	...	β_k		$s_{\beta_0}^2$	$s_{\beta_1}^2$	$s_{\beta_2}^2$...	$s_{\beta_k}^2$
1	s_{11}	s_{12}	s_{13}	...	s_{1p}	$s_{1,p+1}$	$s_{1,p+2}$	$s_{1,p+3}$	$s_{1,p+4}$...	$s_{1,2p+1}$
2		s_{22}	s_{23}	...	s_{2p}	$s_{2,p+1}$	$s_{2,p+2}$	$s_{2,p+3}$	$s_{2,p+4}$...	$s_{2,2p+1}$
3			s_{33}	...	s_{3p}	$s_{3,p+1}$	$s_{3,p+2}$	$s_{3,p+3}$	$s_{3,p+4}$...	$s_{3,2p+1}$
...
P				...	s_{pp}	$s_{p,p+1}$	$s_{p,p+2}$	$s_{p,p+3}$	$s_{p,p+4}$...	$s_{p,2p+1}$
p+1	t_{11}	t_{12}	t_{13}	...	t_{1p}	$t_{1,p+1}$	$t_{1,p+2}$	$t_{1,p+3}$	$t_{1,p+4}$...	$t_{1,2p+1}$
p+2	u_{11}	u_{12}	u_{13}	...	u_{1p}	$u_{1,p+1}$	$u_{1,p+2}$	$u_{1,p+3}$	$u_{1,p+4}$...	$u_{1,2p+1}$
p+3		t_{22}	t_{23}	...	t_{2p}	$t_{2,p+1}$	$t_{2,p+2}$	$t_{2,p+3}$	$t_{2,p+4}$...	$t_{2,2p+1}$
p+4		u_{22}	u_{23}	...	u_{2p}	$u_{2,p+1}$	$u_{2,p+2}$	$u_{2,p+3}$	$u_{2,p+4}$...	$u_{2,2p+1}$
...
...
2p-1					t_{pp}	$t_{p,p+1}$	$t_{p,p+2}$	$t_{p,p+3}$	$t_{p,p+4}$...	$t_{p,2p+1}$
2p					u_{pp}	$u_{p,p+1}$	$u_{p,p+2}$	$u_{p,p+3}$	$u_{p,p+4}$...	$u_{p,2p+1}$

Langkah berikutnya adalah mendapatkan nilai-nilai penduga $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k$ dengan menggunakan p persamaan berikut:

$$u_{11}\hat{\beta}_0 + u_{12}\hat{\beta}_1 + u_{13}\hat{\beta}_2 + \dots + u_{1p}\hat{\beta}_k = u_{1,p+1} \quad (1)$$

$$u_{22}\hat{\beta}_1 + u_{23}\hat{\beta}_2 + \dots + u_{2p}\hat{\beta}_k = u_{2,p+1} \quad (2)$$

$$u_{33}\hat{\beta}_2 + \dots + u_{3p}\hat{\beta}_k = u_{3,p+1} \quad (3) \quad (9.8)$$

... ..

$$u_{pp}\hat{\beta}_k = u_{p,p+1} \quad (p)$$

Karena harga $u_{ii} = 1$ untuk $i=1,2,\dots,p$ maka dengan menggunakan substitusi balik akan diperoleh

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_k &= u_{p,p+1} \\
 \hat{\beta}_{k-1} &= u_{p-1,p+1} - u_{p-1,p} \hat{\beta}_k \\
 \hat{\beta}_{k-2} &= u_{p-2,p+1} - u_{p-2,p} \hat{\beta}_k - u_{p-2,p-1} \hat{\beta}_{k-1} \\
 &\dots \\
 \hat{\beta}_1 &= u_{2,p+1} - u_{2,p} \hat{\beta}_k - u_{2,p-1} \hat{\beta}_{k-1} - \dots - u_{23} \hat{\beta}_2 \\
 \hat{\beta}_0 &= u_{1,p+1} - u_{1,p} \hat{\beta}_k - u_{1,p-1} \hat{\beta}_{k-1} - \dots - u_{13} \hat{\beta}_2 - u_{12} \hat{\beta}_1
 \end{aligned} \tag{9.9}$$

sehingga secara umum prosedur tersebut dapat dituliskan senagai berikut

$$\hat{\beta}_k = u_{p,p+1} \tag{9.10}$$

dan

$$\hat{\beta}_i = u_{i+1,p+1} - \sum_{j=i+2}^p u_{i+1,j} \hat{\beta}_{j-1} \quad ; \quad i = 0,1,2,\dots,k-1 \tag{9.11}$$

Prosedur Analisis Keragaman. Untuk menghitung Jumlah Kuadrat Sekuensial, digunakan rumus

$$JK(\beta_i | \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{i-1}) = (t_{i+1,p+1}) (u_{i+1,p+1}) \quad ; \quad i = 1,2,\dots,k \tag{9.12}$$

Bila digunakan sejumlah n pengamatan , dimana $n > k+1$, maka Jumlah Kuadrat Total dan Jumlah Kuadrat Galat adalah sebagai berikut:

$$JK[Total] = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n Y_i \right)^2}{n} \tag{9.13}$$

dan

$$JK [Galat] = JK [Total] - \sum_{i=1}^k JK (\beta_i | \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{i-1}) \quad (9.14)$$

Tabel Analisis Keragaman Regresi Linier Berganda

Sumber Keragaman	db	Jumlah Kuadrat
$(\beta_1 \beta_0)$	1	$JK (\beta_1 \beta_0)$
$(\beta_2 \beta_0, \beta_1)$	1	$JK (\beta_2 \beta_0, \beta_1)$
...
$(\beta_k \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{k-1})$	1	$JK (\beta_k \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{k-1})$
Galat	n-k-1	JK[Galat]

Penduga tak bias bagi σ_ϵ^2 adalah $s^2 = \text{Kuadrat Tengah Galat} = \text{JK Galat} / (n-k-1)$. Untuk melakukan uji parameter regresi secara parsial, yaitu $H_0 : \beta_i = 0$ lawan $H_1 : \beta_i \neq 0$ untuk $i=1,2,\dots,k$ digunakan statistik uji-t yaitu

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\hat{\beta}_i}} \quad (9.15)$$

dimana

$$s_{\hat{\beta}_i}^2 = s^2 \sum_{j=1}^p (t_{j,p+i+2})(u_{j,p+i+2}) \quad (9.16)$$

statistik uji diatas menyebar menurut sebaran t dengan derajat bebas n-k-1

Prosedur Akar

Nilai Matriks S ini sama seperti yang ada pada Prosedur Doo-Little, yaitu p baris pertama diisi persis seperti pada Prosedur Doo-Little.

Baris	X'X					X'Y	I				
	β_0	β_1	β_3	...	β_k		$S^2_{\beta_0}$	$S^2_{\beta_1}$	$S^2_{\beta_2}$...	$S^2_{\beta_k}$
1	S_{11}	S_{12}	S_{13}	...	S_{1p}	$S_{1,p+1}$	$S_{1,p+2}$	$S_{1,p+3}$	$S_{1,p+4}$...	$S_{1,2p+2}$
2		S_{22}	S_{23}	...	S_{2p}	$S_{2,p+1}$	$S_{2,p+2}$	$S_{2,p+3}$	$S_{2,p+4}$...	$S_{2,2p+1}$
3			S_{33}	...	S_{3p}	$S_{3,p+1}$	$S_{3,p+2}$	$S_{3,p+3}$	$S_{3,p+4}$...	$S_{3,2p+1}$
...
p				...	S_{pp}	$S_{p,p+1}$	$S_{p,p+2}$	$S_{p,p+3}$	$S_{p,p+4}$...	$S_{p,2p+1}$
p+1	t_{11}	t_{12}	t_{13}	...	t_{1p}	$t_{1,p+1}$	$t_{1,p+2}$	$t_{1,p+3}$	$t_{1,p+4}$...	$t_{1,2p+1}$
p+2		t_{22}	t_{23}	...	t_{2p}	$t_{2,p+1}$	$t_{2,p+2}$	$t_{2,p+3}$	$t_{2,p+4}$...	$t_{2,2p+1}$
...
2p					t_{pp}	$t_{p,p+1}$	$t_{p,p+2}$	$t_{p,p+3}$	$t_{p,p+4}$...	$t_{p,2p+1}$

Tahap penghitungannya adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= \sqrt{s_{11}} \\
 t_{1j} &= \frac{s_{1j}}{t_{11}} \quad ; \quad j = 2,3,4, \dots, 2p+1 \\
 t_{ii} &= \sqrt{s_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}^2} \quad ; \quad i = 2,3, \dots, p \quad (9.17) \\
 t_{ij} &= \frac{1}{t_{ii}} \left[s_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki} t_{kj} \right] \quad ; \quad \begin{cases} i = 2,3, \dots, p-1 \\ j = i+1, i+2, \dots, 2p+1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan nilai dugaan parameter regresi digunakan p persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 t_{11} \hat{\beta}_0 + t_{12} \hat{\beta}_1 + t_{13} \hat{\beta}_2 + \dots + t_{1p} \hat{\beta}_k &= t_{1,p+1} \quad (1) \\
 t_{22} \hat{\beta}_1 + t_{23} \hat{\beta}_2 + \dots + t_{2p} \hat{\beta}_k &= t_{2,p+1} \quad (2) \\
 t_{33} \hat{\beta}_2 + \dots + t_{3p} \hat{\beta}_k &= t_{3,p+1} \quad (3) \quad (9.18) \\
 &\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 t_{pp} \hat{\beta}_k &= t_{p,p+1} \quad (p)
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan substitusi balik, seperti pada Prosedur Doo-Little akan diperoleh nilai-nilai dengan parameter regresi. Secara umum rumus diatas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_k = \frac{t_{p,p+1}}{t_{p,p}} \tag{9.19}$$

$$\hat{\beta}_i = \frac{1}{t_{i+1,i+1}} \left[t_{i+1,p+1} - \sum_{j=i+2}^p t_{i+1,j} \hat{\beta}_{j-1} \right]$$

Dengan Prosedur ini, Jumlah Kuadrat Sekuensial ditentukan sebagai berikut:

$$JK(\beta_i | \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{i-1}) = (t_{i+1,p+1})^2 ; \quad i = 1, 2, \dots, k \tag{9.20}$$

Untuk melakukan uji parameter regresi secara parsial, yaitu $H_0 : \beta_i = 0$ lawan $H_1 : \beta_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, k$ digunakan statistik uji-t yaitu

$$t_{hit} = \frac{\hat{\beta}_i}{S_{\hat{\beta}_i}} \tag{9.21}$$

dimana

$$s_{\hat{\beta}_i}^2 = s^2 \sum_{j=1}^p (t_{j,p+i+2})^2 \tag{9.22}$$

statistik uji diatas menyebar menurut sebaran t dengan derajat bebas n-k-1

Interpretasi Hasil

Bila terdapat bukti yang nyata bahwa parameter tersebut melalui uji parsial dapat dikatakan tidak berbeda dengan nol, maka

nilai dugaan parameter dalam analisis regresi linier berganda dapat diinterpretasikan seperti berikut: setiap perubahan satu satuan X_{ij} , maka nilai respon akan berubah sebesar $\hat{\beta}_j$ untuk kondisi peubah bebas lainnya tetap. Seperti halnya dalam regresi linier sederhana, kadang bila $\hat{\beta}_0$ susah diinterpretasikan.

Dalam analisis keragaman, yang kita uji adalah pengaruh peubah bebas secara sekuensial bila digunakan di dalam model. Sudah barang tentu, urutan peubah mana yang digunakan terlebih dahulu dan mana yang belakangan akan menentukan analisis secara sekuensial ini. Dalam analisis ini, kita akan menguji:

$$H_0 : Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1,i} + \varepsilon_i$$

vs

$$H_1 : Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_{k-1} X_{k-1,i} + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i$$

untuk $k = 2, 3, 4, \dots$. Artinya disini, misalnya untuk $k = 2$, kita ingin menguji pengaruh peubah bebas ke-2 setelah peubah ke-1 berada di dalam model. Untuk $k = 3$, kita ingin menguji pengaruh peubah bebas ke-3 setelah peubah ke-1 dan ke-2 berada di dalam model. Dan seterusnya, mengikuti pola yang sama.

Pengujian peubah bebas terakhir yang masuk ke dalam model secara sekuensial sama dengan pengujian peubah itu secara parsial. Bila dilihat nilai F-hitungnya dari analisis keragaman sekuensial, maka nilai ini akan sama dengan kuadrat dari nilai t-hitung pada analisis parsial.

Teladan. Berikut ini disajikan data untuk mengetahui pengaruh persentase Nitrogen (X_1), Chlorine (X_2) dan Potassium (X_3) terhadap log pembakaran daun dalam detik (Y)

Contoh	X_1	X_2	X_3	Y
1	3.05	1.45	5.67	0.34
2	4.22	1.35	4.86	0.11
3	3.34	0.26	4.19	0.38

4	3.77	0.23	4.42	0.68
5	3.52	1.10	3.17	0.18
6	3.54	0.76	2.76	0.01
7	3.74	1.59	3.81	0.08
8	3.78	0.39	3.23	0.11
9	2.92	0.39	5.44	1.53
10	3.10	0.64	6.16	0.77
11	2.86	0.82	5.48	1.17
12	2.78	0.64	4.62	1.01
13	2.22	0.85	4.49	0.89
14	2.67	0.90	5.59	1.40
15	3.12	0.92	5.86	1.05

Persamaan normal regresinya adalah

$$\begin{bmatrix} 9.70 \\ 2868 \\ 6.94 \\ 50.41 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15.00 & 48.63 & 12.29 & 69.75 \\ 48.63 & 161.51 & 40.25 & 222.52 \\ 12.29 & 40.25 & 12.54 & 57.54 \\ 69.75 & 222.52 & 57.54 & 340.14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix}$$

Prosedur Doo-Little

Baris	X'X				X'Y	I			
	β_0	β_1	β_2	β_3		$S^2_{\beta_0}$	$S^2_{\beta_1}$	$S^2_{\beta_2}$	$S^2_{\beta_3}$
1	15	46,63	12,29	69,75	9,70	1	0	0	0
2		161,51	40,25	222,52	28,68	0	1	0	0
3			12,54	57,54	6,94	0	0	1	0
4				340,14	50,41	0	0	0	1
5	15	48,63	12,29	69,75	9,70	1	0	0	0
6	1	3,24	0,82	4,65	0,65	0,07	0	0	0
7		3,85	0,41	-3,61	-2,77	-3,24	1	0	0
8		1	0,11	-0,94	-0,72	-0,84	0,26	0	0
9			2,43	0,77	-0,72	-0,48	-0,11	1	0
10			1	0,32	-0,29	-0,20	-0,04	0,42	0
11				12,17	2,94	-7,54	0,97	-0,32	1
12				1	0,24	-0,62	0,08	-0,08	0,08

Petunjuk pengisian prosedur diatas, dapat digunakan operasi baris seperti berikut:

$$\begin{aligned}
 (5) &= (1) \\
 (6) &= (5) / 15 \\
 (7) &= (2) - 48.64 * (6) \\
 (8) &= (7) / 3.85 \\
 (9) &= (3) - 12.29 * (6) - 0.41 * (8) \\
 (10) &= (9) / 2.43 \\
 (11) &= (4) - 69.75 * (6) + 3.61 * (8) - 0.77 * (10) \\
 (12) &= (10) / 12.17
 \end{aligned}$$

Sehingga kita dapatkan persamaan-persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 \hat{\beta}_0 + 3.24 \hat{\beta}_1 + 0.32 \hat{\beta}_2 + 4.65 \hat{\beta}_3 &= 0.65 \\
 \hat{\beta}_1 + 0.11 \hat{\beta}_2 - 0.94 \hat{\beta}_3 &= -0.72 \\
 \hat{\beta}_2 + 0.32 \hat{\beta}_3 &= -0.29 \\
 \hat{\beta}_3 &= 0.24
 \end{aligned}$$

Dengan demikian kita dapatkan dengan mudah, melalui penyelesaian empat persamaan dengan substitusi balik, nilai dugaan parameter regresinya yaitu

$$\hat{Y}_i = 1.30 - 0.45 X_{1i} - 0.37 X_{2i} + 0.24 X_{3i}$$

Untuk mengetahui pengaruh masing-masing peubah bebas secara sekuensial terhadap respon, digunakan Analisis Keragaman Regresi Sekuensial seperti berikut:

Sumber keragaman	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F hit
Regresi	3	2.909	0.970	1.51
$(\beta_1 \quad \beta_0)$	1	1.994	1.994	3.11

$(\beta_2 \mid \beta_0, \beta_1)$	1	0.209	0.209	0.33
$(\beta_3 \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$	1	0.706	0.706	1.10
Galat	11	7.051	0.641	
Total	14	9.960		

Nilai F_{hitung} kemudian dibandingkan dengan nilai $F_{1,11,\alpha}$. Apabila nilai F_{hitung} lebih besar dari nilai $F_{1,11,\alpha}$ maka dapat dikatakan bahwa Sumber Keragaman yang bersangkutan mempunyai pengaruh yang nyata terhadap respon pada taraf α secara sekuensial.

Untuk mengetahui pengaruh masing-masing peubah bebas secara parsial, dapat digunakan uji- t . Sebagai teladan, misalnya untuk menguji

$$H_0 : \beta_2 = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$$

dihitung terlebih dahulu $s_{\hat{\beta}}^2 = (1)(0.42) + (-0.32)(-0.08) = 0.4456$ kemudian dihitung

$$|t_{hitung}| = \left| \frac{-0.37}{\sqrt{0.4456}} \right| = 0.5543$$

Nilai $|t_{hitung}|$ kemudian dibandingkan dengan nilai $t_{11,\frac{\alpha}{2}}$.

Apabila $|t_{hitung}|$ lebih besar dari nilai $t_{11,\frac{\alpha}{2}}$ maka dapat dikatakan bahwa $\beta_2 \neq 0$ atau X_2 memberikan pengaruh yang nyata terhadap respon pada taraf uji α .

Koeffisien Korelasi

Seperti halnya dalam Regresi Linier Sederhana kita dapat menyatakan besarnya kekuatan hubungan antar peubah dengan

Regresi Linier Berganda

korelasi. Bila digunakan lebih dari satu peubah bebas, maka koefisien korelasi antara X_k dengan Y dapat dituliskan sebagai

$$r_{yx_k} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_k)(y_i - \bar{y}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_{ki} - \bar{x}_k)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}} \quad (9.23)$$

Koeffisien Korelasi Parsial antara Y dan X_1 dengan X yang lain tetap adalah

$$r_{yx_1 \cdot x_2 x_3 \dots x_m} = \frac{r_{yx_1 x_3 \dots x_m} - r_{yx_2 \dots x_m} r_{x_1 x_2 \dots x_m}}{(1 - r_{yx_2 \dots x_m}^2)(1 - r_{x_1 x_2 \dots x_m}^2)} \quad (9.24)$$

dan persamaan umum untuk mencari Koeffisien Korelasi Gandanya adalah

$$1 - r_{yx_1 x_2 x_3 \dots x_m}^2 = (1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{yx_2 \dots x_1}^2)(1 - r_{yx_3 \dots x_1 x_2}^2) \dots (1 - r_{yx_m \dots x_1 x_2 \dots x_{m-1}}^2) \quad (9.25)$$

Bila hanya digunakan dua peubah bebas, maka Koeffisien Korelasi Parsial antara Y dan X_1 dengan X_2 tetap adalah

$$r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{(r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1 x_2})}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_1 x_2}^2)}} \quad (9.26)$$

dan koefisien korelasi gandanya adalah

$$r_{y \cdot x_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}} \quad (9.27)$$

Kurva respon

Dalam tulisan ini digunakan suatu sistem yang mencakup respon atau variabel terpengaruh η yang tergantung pada variabel-variabel bebas atau terkendali $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$. Perbedaan perlu dilakukan, dalam hal ini antara variabel asli (ξ) dengan variabel rancangan (x), yang biasanya merupakan fungsi linier dari ξ . Diasumsikan pula bahwa nilai-nilai ξ dapat dikendalikan tanpa adanya kesalahan. Secara umum, dapat kita tuliskan

$$\eta = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) \quad (9.28)$$

dimana f tak diketahui dan bahkan dapat merupakan fungsi yang terlalu rumit. Cara ini disebut dengan Metode Permukaan Respon.

Keberhasilan dari Metode Permukaan Respon ini tergantung pada pendekatan fungsi f dengan polinomial ordo rendah dalam beberapa daerah variabel bebas. Sebagai teladan, bila fungsi pendekatan adalah linier dalam variabel-variabelnya, kita dapat tuliskan dalam bentuk variabel rancangannya sebagai berikut:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k \quad (9.29)$$

Model ordo pertama ini mungkin berguna dalam mempelajari f untuk daerah yang tak luas bagi x_1, x_2, \dots, x_k , yaitu bilamana terdapat kurvatur yang lebih kecil dari f . Bila tidak, maka kita dapat gunakan fungsi pendekatan ordo kedua:

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j \quad (9.30)$$

Keuntungan dari penggunaan konsep ini adalah: (1) mendapatkan fungsi pendekatan yang cocok untuk memprediksi respon pada sembarang kombinasi titik yang kita pelajari, dan (2)

menentukan kombinasi nilai-nilai variabel bebas yang menghasilkan respon yang maksimum.

Penentuan Nilai Maksimum

Dalam teladan ini, digunakan model seperti dalam persamaan (9.30), dengan menggunakan variabel rancangan sebagai penduganya, yang dituliskan sebagai

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum b_{ij} x_i x_j \tag{9.31}$$

Dengan notasi matriks dapat dituliskan sebagai berikut

$$\underline{\hat{y}} = \underline{b}_0 + \underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\underline{B}\underline{x} \tag{9.32}$$

dimana $\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_k \end{bmatrix}$, $\underline{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_k \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{1}{2} b_{12} & \dots & \frac{1}{2} b_{1k} \\ \frac{1}{2} b_{12} & b_{22} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{2} b_{1k} & & \dots & b_{kk} \end{bmatrix}$.

Disini $\underline{x}'\underline{b}$ mewakili term ordo pertama dalam fungsi respon dan $\underline{x}'\underline{B}\underline{x}$ untuk kontribusi kuadrat. Nilai maksimum, bila ada, akan terpenuhi oleh gugus (x_1, x_2, \dots, x_k) sehingga $\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_1}, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial \hat{y}}{\partial x_k}$ secara bersamaan nilainya sama dengan nol.

Diferensiasi $\underline{\hat{y}}$ terhadap \underline{x} , dievaluasi pada titik $\underline{0}$ memberikan

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial}{\partial \underline{x}} [\underline{x}'\underline{b} + \underline{x}'\underline{B}\underline{x}] = \underline{0} \tag{9.33}$$

yang setara dengan

$$\underline{b} + 2B\underline{x} = \underline{0} \quad (9.34)$$

sehingga titik stasionernya adalah

$$\underline{x}_0 = -B^{-1} \underline{b}/2 \quad (9.35)$$

Harus diperhatikan pula bahwa pada titik \underline{x}_0 dapat merupakan salah satu dari hal berikut: (1) titik maksimum kurva permukaan respon, (2) titik minimum kurva permukaan respon, dan (3) titik pelana kurva permukaan respon. Bila \underline{x}_0 merupakan titik maksimum, maka semakin jauh dari titik ini permukaan respon semakin rendah, Bila \underline{x}_0 merupakan titik minimum, maka semakin jauh dari titik ini permukaan respon semakin tinggi. Bila \underline{x}_0 merupakan titik pelana maka semakin jauh dari titik ini, kurva permukaan dapat semakin rendah atau semakin tinggi, tergantung kepada arah kemana kita bergerak.

Percobaan dua variabel bebas

Sebagai teladan dari permasalahan sebelumnya, kita ambil sebuah kasus dimana $k=2$, yaitu percobaan yang menggunakan dua faktor saja. Dengan demikian persamaan (9.31) menjadi

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}x_1x_2 \quad (9.36)$$

sehingga diperoleh titik-titik stasioner

$$x_{10} = \frac{b_2b_{12} - 2b_1b_{22}}{4b_{11}b_{22} - b_{12}^2} \quad ; \quad x_{20} = \frac{b_1b_{12} - 2b_2b_{11}}{4b_{11}b_{22} - b_{12}^2} \quad (9.37)$$

Kombinasi (x_{10}, x_{20}) akan merupakan: (1) titik maksimum, bila $4b_{11}b_{22} > b_{12}^2$ dan $b_{11} < 0$, (2) titik minimum, bila $4b_{11}b_{22} > b_{12}^2$ dan $b_{11} < 0$, serta (3) bukan titik maksimum atau minimum bila $4b_{11}b_{22} < b_{12}^2$.

Untuk menentukan nilai-nilai penduga bagi parameter fungsi dapat digunakan dengan pendekatan ortogonal polinomial atau

regresi. Sebagai teladan misalnya bila penelitian dilakukan dengan percobaan dua faktor dengan interaksi dimana kedua faktor bertaraf kuantitatif. Bila dari hasil analisis keragaman diperoleh keterangan bahwa kedua faktor utama dan interaksi menunjukkan adanya perbedaan yang nyata, dengan demikian prosedur ortogonal polinomial perlu dilakukan.

Teladan

Sebagai ilustrasi dari metode diatas akan diberikan sebuah teladan tentang penelitian pengaruh umur pematangan akar sebelum tanam ($P_0 = 10, P_1 = 15, P_2 = 20,$ dan $P_3 = 25$) dan konsentrasi Atonik ($A_0 = 0 \text{ ppm}, A_1 = 500 \text{ ppm}, A_2 = 1000 \text{ ppm},$ dan $A_3 = 1500 \text{ ppm}$) terhadap jumlah akar utama tanaman padi varietas IR-40. Hasil dari tiga pengamatan dapat disarikan sebagai berikut:

	A₀	A₁	A₂	A₃
P₀	519	882	954	858
P₁	1236	1344	1437	1308
P₂	1476	1545	1569	1543
P₃	1041	1143	1210	1134

Dengan tabel analisis keragamannya sebagai berikut:

Sumber Keragaman	db	JK	KT	F	P
<i>Ulangan</i>	2	18.042	9.021	1.216	0.311
P	3	384873.063	128291.021	17287.953	0.000
A	3	35811.563	11937.188	1608.605	0.000
P * A	9	15135.188	1681.688	226.617	0.000
Galat	30	222.625	7.421		

Sedangkan tabel analisis untuk uji lanjutnya adalah sebagai berikut:

Sumber	JK
P_{Linier}	93733.538**
$P_{Kuadrat}$	286288.521**
P_{Kubik}	4851.004**
A_{Linier}	15665.504**
$A_{Kuadrat}$	19967.521**
A_{Kubik}	178.537**
$P_{Linier} * A_{Linier}$	4458.308**
$P_{Linier} * A_{Kuadrat}$	4042.604**
$P_{Linier} * A_{Kubik}$	200.9008**
$P_{Kuadrat} * A_{Linier}$	3382.504**
$P_{Kuadrat} * A_{Kuadrat}$	1938.021**
$P_{Kuadrat} * A_{Kubik}$	214.704**
$P_{Kubik} * A_{Linier}$	200.981**
$P_{Kubik} * A_{Kuadrat}$	87.604**
$P_{Kubik} * A_{Kubik}$	583.808**

Dari tabel analisis regresi diperoleh hasil sebagai berikut:

Variabel	Nilai Dugaan	SND	P(Dua Arah)	Tb/*/**
Konstanta	-1485.333	109.250	0.000	**
P	1958.111	167.084	0.000	**
P ²	-619.833	73.816	0.000	**
P ³	61.056	9.803	0.000	**
A	2024.500	167.084	0.000	**
A ²	-797.167	73.816	0.000	**
A ³	99.000	9.803	0.000	**
PA	-2549.972	255.532	0.000	**
PA ²	1092.389	112.892	0.000	**
PA ³	-144.028	14.992	0.000	**
P ² A	986.167	112.892	0.000	**
P ² A ²	-439.167	49.875	0.000	**
P ² A ³	59.333	6.624	0.000	**
P ³ A	-119.028	14.992	0.000	**
P ³ A ²	54.444	6.624	0.000	**
P ³ A ³	-7.472	-7.472	0.000	**

Sehingga persamaan regresinya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{Y} = & -0485.333 + 1958.111P - 619.833P^2 + 61.056P^3 + 2024.500A \\ & - 797.167A^2 + 99.000A^3 - 2549.972PA + 1092.389PA^2 \\ & - 144.028PA^3 + 986.167P^2A - 439.167P^2A^2 + 59.333P^2A^3 \\ & - 119.028P^3A + 54.444P^3A^2 - 7.472P^3A^3 \end{aligned}$$

Secara teori inilah persamaan yang perlu didapatkan untuk menggambarkan dari apa yang dihasilkan berdasarkan teori ortogonal polinomial ($R^2=0.999$). Prosedur untuk mendapatkan kombinasi A dan P sehingga menghasilkan nilai observasi yang maksimum, bila ada, adalah dengan mengikuti prosedur seperti dalam kalkulus.

Sebagai teladan, bila hanya gunakan hingga sampai *ordo kedua* akan diperoleh persamaan seperti berikut:

$$\hat{Y} = -276.375 + 445.196P + 137.662A - 77.229P^2 - 20.396A^2 - 7.810PA$$

dengan $R^2=0.959$. Model ini dapat dipakai karena nilai *Koeffisien determinasi* yang cukup besar walaupun relatif lebih kecil dari model penuhnya. Bila digunakan persamaan terakhir, maka titik stasionernya adalah (2.739, 2.851) dimana kombinasi titik ini memberikan nilai (dugaan) observasi yang maksimum, karena $4(-77.229)(-20.396) > (-7.810)^2$ dan $-77.229 < 0$.

Latihan

1. Berikut ini adalah data tentang efek Nitrogen dan Fosfor terhadap Berat Kentang

Nitrogen (N-1)100	Fosfor 100P	Berat Kentang (B-1.07)10000
96	40	2
82	36	14
121	30	15
88	42	15
100	28	16
114	26	27
71	33	48
94	26	54
58	26	91
37	11	140

Tentukan:

- (a) Koefisien Korelasi Nitrogen dan Berat Kentang serta Fosfor dan Berat Kentang.
- (b) Koefisien korelasi parsial antara Nitrogen dan Berat Kentang pada taraf Fosfor yang tetap.
- (c) Koefisien regresi untuk model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$ dimana X_{1i} adalah pengaruh Nitrogen ke-i, dan X_{2i} adalah pengaruh Fosfor ke-i dan Y_i adalah Berat kentang ke-i.
- (d) Koefisien regresi untuk model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$ dimana X_{1i} adalah pengaruh Fosfor ke-i, dan X_{2i} adalah pengaruh Nitrogen ke-i dan Y_i adalah Berat kentang ke-i.

2. Berikut ini adalah data tentang efek Nitrogen (N) dan Saat Pemanenan (H) terhadap Hasil Gula Bit (Y) (data sudah dikoding)

Nitrogen	Saat Panen	Hasil
0.0	0	22.0
0.0	3	47.4
0.0	6	61.1
0.0	9	69.8
0.0	12	76.1
0.8	0	39.4
0.8	3	67.9
0.8	6	85.6
0.8	9	105.0
0.8	12	110.1
1.6	0	40.7
1.6	3	74.4
1.6	6	91.9
1.6	9	120.1
1.6	12	129.3
3.2	0	37.9
3.2	3	77.5
3.2	6	96.6
3.2	9	122.1
3.2	12	125.1

- (a) Tentukan koefisien regresi bila model yang dipakai adalah

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 H_i + \beta_2 N_i + \beta_{12} H_i N_i + \beta_{11} H_i^2 + \beta_{22} N_i^2 + \varepsilon_i$$

- (b) Uji baik secara sekuensial maupun parsial apakah koefisien regresi tersebut berbeda nyata
- (c) Tentukan nilai N dan H berapa, sehingga hasil gula bit maksimum
- (d) Dengan menggunakan data diatas, hitung:

$$r_{yh}, r_{yn}, r_{hn}, r_{yh.n}, r_{yn.h}, \text{ dan } r_{yhn}.$$

3. Dengan menggunakan data yang ada pada teladan dalam bagian ini, dapatkan koefisien regresi serta uji apakah koefisien regresi tersebut berbeda nyata dengan menggunakan Metode Akar.

Analisis Peragam

Pengendalian 'keragaman pengganggu' dapat dilakukan dengan sejumlah pertimbangan rancangan yang digunakan. Jika diabaikan, keragaman semacam dapat mengkontaminasi pengaruh perlakuan dan memperbesar keragaman galat percobaan, yang keduanya dapat berakibat buruk dalam kualitas inferensia.

Pemblokian merupakan salah satu usaha untuk mengurangi 'Keragaman pengganggu' yang ada antar satuan percobaan, sehingga diperlukan pengaturan satuan percobaan sebelum dialokasikan ke dalam perlakuan-perlakuan yang akan digunakan. Kekurangan pengetahuan tentang materi percobaan, kekurangan jumlah materi, atau alasan lain, memungkinkan pembentukan blok sangat sukar. Dalam hal tertentu pemblokian tidak dapat dilakukan dalam kelas yang lain.

Apabila kita ingin mempelajari suatu peubah Y, hasil dari suatu tanaman dalam suatu petak. Sudah barang tentu, hasil ini dipengaruhi sejumlah faktor, khususnya X, jumlah tanaman dalam petak itu. Sehingga, ambil mudahnya saja dengan asumsi hanya satu variabel yang mempengaruhi, $Y = f(X)$. Dengan demikian kita berusaha untuk memaksakan jumlah tanaman per plot adalah sama. Tetapi kadang jumlah yang sama tersebut sukar didapat, apalagi jarak tanaman yang bukan sebagai faktor adalah berbeda untuk tiap plot, juga karena kemungkinan adanya tanaman yang tidak tumbuh. Penanaman dengan jumlah tanaman yang sama untuk setiap plot belum menjamin semua akan sukses dan memberi sumbangan terhadap hasil Y. Mungkin disebabkan oleh kondisi tanah di beberapa plot yang kurang bagus, sehingga mempengaruhi *germinasi* dan kemampuan *mensupport* jumlah tanaman. Pemblokian tidak dapat dilakukan apabila informasi tentang hal itu tidak didapatkan sebelumnya. Bahkan bila informasi yang diberikan itu ada, kemungkinan akan sukar dalam penyiapan blok yang homogen atau blok yang lengkap. Teladan peragam lainnya dalam bidang pertanian, diantaranya adalah tinggi awal tanaman dan berat awal ternak percobaan.

Tidak dikatakan bahwa peneliti harus selalu mempunyai permasalahan dalam pengendalian peubah-peubah diatas. Semuanya tergantung dari sifat alami dan ketersediaan materi percobaan. Dalam beberapa percobaan, faktor-faktor seperti tinggi awal dan berat awal dapat digunakan sebagai pemblokkan; dalam hal lain, tidak.

Dapat disimpulkan bahwa terdapat beberapa situasi percobaan dimana hal berikut harus diperhatikan: peubah-peubah pengganggu tidak dapat dikendalikan selama percobaan, tetapi pengaruhnya harus diperhitungkan guna tercapainya kualitas inferensia. Berdasarkan kondisi tertentu, adalah mungkin untuk menggunakan informasi yang didapat selama percobaan, serta tahap analisis dan inferensia.

Peran Peubah Peragam

Suatu percobaan dapat memiliki faktor terkendali dan tidak terkendali. Faktor tak terkendali selama percobaan berlangsung tetapi diperhitungkan didalam analisis disebut peragam.

Analisis Peragam atau *Analysis of Covariance* (Anacova) merupakan suatu prosedur untuk membuat koreksi atau penyesuaian pengaruh peragam. Anacova merupakan kombinasi dari dua teknik statistika yaitu Anova dan Regresi. Bagian prosedur Anova menganalisis pengaruh perlakuan; dan sebagai tambahan dari pengaruh perlakuan, bagian regresi menganalisis peubah respon yang dipengaruhi satu atau lebih peragam. Untuk selanjutnya, yang perlu diperhatikan adalah bahwa perlakuan-perlakuan tidak mempengaruhi peragam.

Ilustrasi. Seorang biometrika kehutanan ingin mempelajari tiga jenis pupuk pada pertumbuhan tanaman jati (*Tectona grandis*). Lima belas benih jati berumur sama didapatkan. Peneliti tersebut tahu bahwa tinggi awal benih tersebut tidak sama tetapi ia tidak melakukan pemblokkan berdasarkan faktor ini. Lima benih secara acak dialokasikan pada tiap perlakuan pemupukan; dan setelah enam

bulan, pertumbuhan (tinggi akhir dikurangi tinggi awal) dicatat untuk tiap pohon (dalam mm).

Pemupukan		
A	B	C
39	38	19
32	40	21
41	33	15
27	34	23
41	39	19

Dengan mengabaikan tinggi awal dan hanya mengkonsentrasikan grafik pertumbuhan, tiga pernyataan dapat dibuat:

- (1) Terdapat keragaman pengukuran pertumbuhan menyolok dalam tiap perlakuan.
- (2) Keragaman dalam perlakuan A paling besar, sedangkan keragaman dalam perlakuan B kira-kira sama dengan keragaman dalam perlakuan C.
- (3) Pupuk A dan Pupuk B memberikan rata-rata pertumbuhan yang lebih besar dan kira-kira bernilai sama.

Untuk diskusi lebih lanjut, misalkan pertumbuhan y merupakan fungsi dari $x =$ tinggi awal, katakan saja $y = 50 - x$ untuk tiap jenis pemupukan. Kita asumsikan juga bahwa $\tau_1 = 8$, $\tau_2 = 0$ dan $\tau_3 = -8$, maka tinggi awal dan pertumbuhan dapat dilihat dalam format (x,y) berikut:

Pemupukan		
A	B	C
(20 ; 39)	(13 ; 38)	(25 ; 19)
(25 ; 32)	(12 ; 40)	(22 ; 21)
(17 ; 41)	(15 ; 33)	(27 ; 15)
(30 ; 27)	(17 ; 34)	(21 ; 23)
(14 ; 41)	(14 ; 39)	(25 ; 19)

Terlihat bahwa tinggi awal tanaman sangat beragam untuk tiap pemupukan, khususnya perlakuan A. Diperoleh keterangan pula bahwa $\bar{x}_1 = 21,2$, $\bar{x}_2 = 14,2$, $\bar{x}_3 = 24,0$.

Dari pengalaman masa lalu dengan percobaan biologis memberikan bahwa benih dengan tinggi awal yang lebih kecil cenderung memberikan pertumbuhan yang lebih besar, dengan demikian kita tahu bahwa penampakan yang bagus terlihat pada pemberian pupuk B sebagian disebabkan tinggi awal benih yang dialokasikan memang lebih rendah dari yang lainnya. Sehingga sebagian besar dari keragaman galat percobaan yang akan tampak dalam analisis RAL data ini disebabkan oleh keragaman yang besar dalam tinggi awalnya.

Anacova dapat digunakan untuk menyesuaikan atau mengoreksi perbedaan-perbedaan dalam nilai-nilai ragam. Dari ilustrasi diatas, penyesuaian dibuat untuk tinggi awal tanaman. Dalam diskusi sebelumnya, nilai-nilai pengaruh perlakuan, serta hubungan yang pasti antara respon dan ragam diasumsikan sudah diketahui.

Model dan Asumsi

Model Linier untuk Anacova dengan satu ragam dapat dituliskan sebagai berikut:

Anacova RAL

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta (X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} \quad (10.1)$$

Anacova RAKL

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \beta (X_{ij} - \bar{X}_{..}) + \varepsilon_{ij} \quad (10.2)$$

Anacova RBSL

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \rho_j + \sum_k \gamma_{(k)} + \beta (X_{ijk} - \bar{X}_{...}) + \varepsilon_{ij} \quad (10.3)$$

Asumsi tiap model di atas merupakan kombinasi asumsi dalam Anova dan Regresi, serta beberapa asumsi tambahan. Kita

Analisis Peragam

asumsikan bahwa komponen galat, ε menyebar bebas identik menurut sebaran $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, dan nilai X tetap (diukur tanpa kesalahan). Hal tersebut merupakan asumsi minimum dari Anova dan Regresi. Dalam Anacova, kita asumsikan bahwa:

- (1) Faktor-faktor perlakuan tidak mempengaruhi nilai peragam, dan
- (2) Semua populasi memiliki slope yang sama, β , bila peubah Y diregresikan pada peragam.

Bila salah satu asumsi ini tidak dipenuhi, maka “penyesuaian atau koreksi” peragam tidak dilakukan. Dengan demikian data Y cukup dianalisis dengan Anova biasa.

Analisis Peragam RAL

Penghitungan Jumlah Kuadrat Perlakuan, Galat Percobaan, dan Total untuk peubah X adalah:

$$JK_x[Total] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t X_{ij}^2 - \frac{X_{..}^2}{nt}$$
$$JK_x[Perlakuan] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{i.}^2 - \frac{X_{..}^2}{nt} \quad (10.4)$$

$$JK_x[Galat] = JK_x[Total] - JK_x[Perlakuan]$$

Penghitungan Jumlah Kuadrat Perlakuan, Galat Percobaan, dan Total untuk peubah Y adalah :

$$JK_y[Total] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{nt}$$
$$JK_y[Perlakuan] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_{i.}^2 - \frac{Y_{..}^2}{nt} \quad (10.5)$$

$$JK_y[Galat] = JK_y[Total] - JK_y[Perlakuan]$$

Penghitungan Jumlah Hasil Kali Perlakuan, Galat Percobaan, dan Total untuk peubah X adalah:

$$JK_{XY}[Total] = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^t X_{ij} Y_{ij} - \frac{X \dots Y \dots}{nt}$$

$$JK_{XY}[Perlakuan] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \cdot Y_i - \frac{X^2}{nt} \tag{10.6}$$

$$JK_{XY}[Galat] = JK_{XY}[Total] - JK_{XY}[Perlakuan]$$

Tabel Anacova – Bagian A

SK	db	XX	XY	YY	Koreksi	Deviasi	KT'
Perlakuan	t-1	JK _X [P]	JK _{XY} [P]	JK _Y [P]			
Galat	n-t	JK _X [G]	JK _{XY} [G]	JK _Y [G]	$\frac{(JK_{XY}[G])^2}{JK_X[G]}$	JK[G]	KT' [G]
Perlakuan+Galat	n-1	JK _X [T]	JK _{XY} [T]	JK _Y [T]	$\frac{(JK_{XY}[T])^2}{JK_X[T]}$	JK[P+G]	

dimana

$$JK [G] = JK_Y [G] - \frac{(JK_{XY} [G])^2}{JK_X [G]} \tag{10.7}$$

dan

$$JK [P + G] = JK_Y [T] - \frac{(JK_{XY} [T])^2}{JK_X [T]} \tag{10.8}$$

serta

$$KT' [G] = \frac{JK [G]}{n - t - 1} \tag{10.9}$$

Teladan. Dengan menggunakan data yang ada pada teladan sebelumnya, maka Tabel Anacova-Bagian A-nya dapat disampaikan sebagai berikut:

SK	db	XX	XY	YY	Koreksi	Deviasi	KT'
Pemupukan	2	254.8	-371.0	964.9			
Galat	12	201.6	-202.8	230.0	204.0	26.0	2.36
Pemupukan + Galat	14	456.4	-573.8	1194.9	721.4	473.5	

Beberapa analisis pendahuluan mencakup pengujian-pengujian seperti berikut:

- (1) Keragaman galat percobaan yang sama untuk semua populasi (grup perlakuan di dalam RAL).
- (2) Slope yang sama untuk semua populasi.
- (3) Slope sama dengan nol.
- (4) Kesamaan rata-rata perlakuan X tak terkoreksi
- (5) Kesamaan rata-rata perlakuan Y tak terkoreksi.

Plot hubungan antara X (peragam) dan Y (respon) untuk semua perlakuan yang digambarkan menjadi satu dapat membantu dalam analisis keragaman galat percobaan yang sama. Keragaman galat percobaan untuk tiap kelompok perlakuan adalah keragaman sisa dari garis regresi kelompoknya. Keragaman sisa ini dapat digunakan untuk pengujian kehomogenan ragam seperti yang telah didiskusikan pada bagian awal dari buku ini. Untuk rancangan lapangan selain RAL, biasanya data tidak mencukupi guna tujuan pengujian ini. Sebagai teladan, dalam RAKL, kita perlu 2 atau lebih pengamatan pada tiap kombinasi perlakuan-blok (mendefinisikan populasi). Masalah ini harus diselesaikan terlebih dahulu sebelum uji pendahuluan berikutnya dilakukan.

Plot antara X dan Y di atas dapat digunakan untuk melihat kesamaan slope dari berbagai populasi perlakuan, yang sama dengan pernyataan “tak ada interaksi antara perlakuan dan kovarian”. Oleh karenanya, konsep penyesuaian (*adjustment*) dalam analisis sekuensial dapat diterapkan disini untuk prosedur pengujian kesamaan slope. Kalau prosedur pengujian terlalu rumit, dapat

digunakan paket statistik untuk analisis masalah ini, sedang disini hanya ingin ditampilkan garis besarnya saja. Pada dasarnya kita ingin membuat dua model linier: yang pertama mencakup interaksi antara perlakuan dan kovarian, yang kedua tidak mencakup interaksi. Model kedua dapat dituliskan sebagai

H_0 : Tak ada interaksi antara X dan Perlakuan

yang setara dengan pengujian

H_0 : Slope yang sama untuk tiap kelompok Perlakuan

Dua baris pertama dari tabel analisis ragam (Anacova) mencakup semua penghitungan yang diperlukan guna pengujian tiga bagian terakhir uji awal yang telah disebutkan. Pertama, pengujian kesamaan slope, yang hipotesisnya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$H_0 : \beta = 0$$

Statistik ujinya adalah

$$F = \frac{(JHK_{xy}[G])^2}{JK_x[G] \cdot KT'[G]} \quad (10.10)$$

yang menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas 1 dan n-t-1. Bila kita gagal untuk menolak hipotesis nol ini, maka tak ada bukti untuk menyatakan bahwa slopenya tidak nol. Bila kita sampai pada kesimpulan ini, kita tidak gunakan penyesuaian atau koreksi kovarian karena penyesuaian untuk garis dengan "slope nol" hanyalah penyesuaian acak. Sehingga, kita dapat gunakan uji rataan perlakuan tak terkoreksi.

Uji tentang kesamaan rataan perlakuan-kovarian tak terkoreksi diperlukan apabila terdapat berbagai pertanyaan tentang perlakuan yang mempengaruhi kovarian. Disini kita gunakan data kovarian, kolom XX dalam Tabel Anacova. Hipotesa nolnya adalah:

H_0 : Semua rataan perlakuan-x sama

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F = \frac{JK_x[P]/(t-1)}{JK_x[G]/(n-t)} \quad (10.11)$$

yang menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas t-1 dan n-t. Bila kita harus menolak H_0 dan berkesimpulan bahwa rata-rata perlakuan-x berbeda, berarti bahwa perlakuan telah mengakibatkan nilai kovarian berubah, kita tidak akan membuat penyesuaian kovarian. Bila perlakuan mengakibatkan kovarian x, pengaruh perlakuan dan kovarian saling berhubungan. Uji kesamaan rata-rata respon tak terkoreksi dilakukan apabila terdapat bukti bahwa perlakuan mempengaruhi kovarian.

Teladan. Teladan ini sebagai kelanjutan dari teladan sebelumnya. Uji kesamaan rata-rata x perlakuan tak terkoreksi tak akan dilakukan karena perlakuan (pemupukan) tak dapat mempengaruhi kovarian (tinggi awal tanaman). Untuk uji kesamaan slope kita dapatkan nilai $F = 204 / (2.36) = 86.3$ dengan taraf nyata pengamatan $p < 0.005$. Pada taraf 0.5%, terdapat bukti bahwa slope tidak sama dengan nol. Untuk uji rata-rata perlakuan y tak terkoreksi

$$H_0 : \text{Rataan perlakuan-y tak terkoreksi sama}$$

vs

$$H_1 : \text{Rataan perlakuan-y tak terkoreksi tak sama}$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F = \frac{JK_y[P]/(t-1)}{JK_y[G]/(n-t)} = \frac{KT[P]}{KT[G]} \quad (10.12)$$

Untuk data diatas didapat $F = (964.9 / 2) \cdot (230.0 / 12) = 25.2$ dengan taraf nyata pengamatan $p < 0.005$. Dengan lain perkataan, pada taraf 0.5% terdapat bukti bahwa rata-rata perlakuan-y tak terkoreksi berbeda.

Rataan Perlakuan Terkoreksi

Sekarang kita perhatikan tentang Tabel Anacova – Bagian B yang akan ditampilkan berikut untuk pengujian kesamaan rataan perlakuan-y terkoreksi oleh adanya kovarian. Bagian B ini dapat dibuat dengan mudah dari Bagian A. Persamaan dasar untuk mendapatkan Jumlah Kuadrat Perlakuan-Y Terkoreksi:

$$JK [P] = JK [P + G] - JK [G] \quad (10.13)$$

dan Tabel Anacova Bagian B

Sumber Keragaman	db	JK Terkoreksi	KT Terkoreksi
Perlakuan	t-1	JK[P]	KT[P]
Galat	n-t-1	JK[G]	KT[G]

Hipotesis nol dalam Anacova atau Analisis Peragam adalah

$$H_0 : \text{Rataan perlakuan-y terkoreksi sama atau semua } \tau_i = 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F = \frac{KT [P]}{KT [G]} \quad (10.14)$$

dimana bila hipotesis nol benar, statistik ini akan menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas t-1 dan n-t-1. Oleh karenanya, dengan data yang sama kita dapatkan

Sumber Keragaman	db	JK Terkoreksi	KT Terkoreksi	F
Pemupukan	2	447.5	223.75	94.67
Galat	11	26.0	2.36	

Analisis Peragam

dimana memberikan taraf nyata pengamatan $p < 0.005$. Terdapat cukup bukti bahwa rata-rata pertumbuhan terkoreksi tidak sama untuk ketiga jenis pemupukan.

Bila hipotesis nol ditolak, maka kita ingin mengetahui berapa nilai rata-rata terkoreksi perlakuan-y (\bar{y}_i^*). Dugaan dari rata-rata ini adalah

$$\bar{y}_i^* = \bar{y}_i - \hat{\beta}(\bar{x}_i - \bar{x}_..) \quad (10.15)$$

dimana

$$\hat{\beta} = \frac{JHK_{XY}[G]}{JK_X[G]} \quad (10.16)$$

yang merupakan penduga bagi slope yang sama. Juga pengaruh perlakuan terkoreksi dapat diduga dengan menggunakan rumus

$$\hat{\tau}_i^* = \bar{y}_i^* - \bar{y}_.. \quad (10.17)$$

Dan akhirnya dugaan bagi beda rata-rata terkoreksi adalah

$$\bar{y}_i^* - \bar{y}_h^* = \hat{\tau}_i^* - \hat{\tau}_h^* \quad (10.18)$$

serta dugaan ragam beda dua rata-rata terkoreksinya adalah

$$Var(\bar{y}_i^* - \bar{y}_h^*) = KT(G) \left[\frac{2}{r} + \frac{(\bar{x}_i - \bar{x}_h)^2}{JK_X(G)} \right] \quad (10.19)$$

Anacova model lain dari RAL, seperti dalam RAKL atau Percobaan Faktorial dalam RAKL ataupun model lain dapat dianalogkan dari teladan yang baru saja kita pelajari, dengan hanya menambahkan hal-hal yang bersesuaian dengannya.

Latihan

1. Seorang ahli agronomi melakukan percobaan untuk membandingkan hasil, y , dari enam varietas kapas. Rancangan lapangannya RAKL dengan 6 kelompok. Banyaknya tanaman yang dipanen per plot, x , digunakan sebagai kovarian.
 - (a) Berikan model linier dari percobaan ini. Terangkan notasi yang anda gunakan dan sebutkan range dari indeks yang dipakai
 - (b) Asumsi apakah yang diperlukan agar inferensia dengan Anacova sah ? Asumsikan bahwa perlakuan bersifat tetap.

2. Anacova dari persoalan diatas adalah sebagai berikut:

SK	db	XX	XY	YY
Kelompok	5	2008	3610	5113
Varietas	5	713	1624	4628
Galat	25	2200	3778	7464

Bila tidak disebutkan, asumsi tetap diperlukan.

- (a) Dapatkan penduga bagi slope umum
- (b) Uji hipotesis bahwa slope umum sama dengan nol
- (c) Apakah ada bukti bahwa Varietas mempengaruhi banyaknya tanaman yang dipanen ? Berikan penjelasan
- (d) Apakah ada bukti bahwa terdapat perbedaan rata-rata hasil kapas untuk keenam varietas ? Jelaskan.

3. Sebagai informasi tambahan dari permasalahan diatas adalah rataan perlakuan:

Varietas	Rataan X	Rataan Y
1	44	158
2	38	140
3	46	170
4	41	155
5	49	174
6	51	167

- (a) Berikan nilai rataan varietas terkoreksi dari hasil kapas.
- (b) Berikan tabel perbedaan rataan hasil kapas terkoreksi dan dugaan simpangan bakunya.

Percobaan Tersarang

Faktorial menunjuk kepada suatu kelas percobaan tertentu yang memiliki perlakuan terdefinisi oleh kombinasi faktor-faktor dengan mengalisilangkan. Hal ini biasanya ditunjukkan dengan:

1. Mengalisilangkan faktor-faktor : tiap taraf dari tiap faktor muncul dengan semua taraf dari tiap factor lainnya.
2. Interaksi dua atau lebih faktor biasanya yang dijadikan obyek penelitian.

Terdapat kelas yang lain dari percobaan yang menggunakan banyak faktor, tetapi faktor-faktor tersebut tidak dikalisilangkan. Kita mulai dengan suatu definisi untuk dua faktor.

Definisi. *Jika tiap taraf faktor A mencakup beberapa taraf faktor B, kita katakan bahwa faktor B tersarang di dalam faktor A.*

Percobaan-percobaan dengan dua atau lebih faktor-faktor yang memenuhi definisi ini disebut dengan Percobaan Faktor Tersarang. Taraf-teraf dari faktor tersarang tidak muncul dalam semua kombinasi; taraf-teraf dari kebanyakan faktor berubah untuk setiap kombinasi faktor-faktor lainnya. Tanpa mengalisilangkan faktor-faktor, tidak kita dapatkan interaksi.

Faktor-faktor dalam suatu percobaan tersarang dapat dipandang sebagai suatu hierarki. Dari tiap faktor utama atau taraf faktor tahap pertama, dipilih taraf-teraf faktor tahap kedua. Kemudian tiap taraf faktor tahap kedua, dipilih taraf-teraf faktor tahap ketiga, dan seterusnya. Dengan alasan ini percobaan tersarang dapat juga disebut "percobaan hierarkis" atau "percobaan sub-sampling".

Yang umum dan paling banyak adalah bahwa faktor tahap pertama bersifat tetap dan faktor-faktor tahap berikutnya bersifat acak. Penyarangan (*nesting*) juga muncul apabila kita melakukan sub-sampling dalam rancangan percobaan dasar. Satuan-satuan penarikan contoh tersarang didalam satuan percobaan. Tetapi

Percobaan Tersarang

subsampling yang demikian tidak menggambarkan factor-faktor yang dikehendaki; lebih bersifat ke aspek rancangan respon. Komponen-komponen yang ada didalamnya untuk menghitung keragaman antar anak contoh, sehingga bukan merupakan perlakuan.

Model Linier dan Asumsi

Misalkan A terdiri dari a taraf, B terdiri dari b taraf tersarang didalam tiap taraf faktor A, dan faktor C (banyaknya contoh yang diambil dari tiap taraf B) terdiri dari c taraf tersarang didalam tiap faktor B. Model untuk rancangan adalah:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)} \quad ; \quad i=1, \dots, a \quad j=1, \dots, b \quad k=1, \dots, c \quad (11.1)$$

dimana Y_{ijk} adalah nilai pengamatan ke-k yang tersarang pada faktor B taraf ke-j dan faktor A taraf ke-i, μ adalah rata-rata umum, α_i adalah pengaruh faktor A taraf ke-i, $\beta_{j(i)}$ merupakan pengaruh faktor B taraf ke-j yang tersarang pada faktor A taraf ke-i dan $\varepsilon_{k(ij)}$ adalah komponen galat pengamatan ke-(ijk).

Komponen-komponen diatas dapat ditulis sebagai berikut

$$\alpha_i = \mu_{i..} - \mu \quad \text{dan} \quad \beta_{j(i)} = \mu_{ij.} - \mu_{i..} \quad (11.2)$$

Dalam model diatas tidak tertulis faktor C. Karena keragaman faktor luar dikombinasikan dengan pengaruh-pengaruh faktor C, maka keseluruhan komponen galat, ε , digunakan untuk menyatakan pengaruh gabungan faktor C dan semua keragaman faktor yang tak dapat diterangkan.

Asumsi untuk model diatas adalah sebagai berikut: Dengan faktor A tetap

1. $\sum_i \alpha_i = 0$
2. Semua $\beta \sim N(0, \sigma_\beta^2)$ untuk setiap i

3. Semua $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk setiap i dan j
4. Semua β dan ε menyebar saling bebas

Penghitungan Jumlah Kuadrat

Untuk menghitung jumlah kuadrat dipergunakan formula-formula berikut:

$$JK[Total] = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c Y_{ijk}^2 - \frac{Y^2}{abc}$$

$$JK[A] = \frac{1}{bc} \sum_{i=1}^a Y_{i..}^2 - \frac{Y^2}{abc} \quad (11.3)$$

$$JK[B(A)] = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^a Y_{ij.}^2 - \frac{Y^2}{abc} - JK[A]$$

$$JK[Galat] = JK[Total] - JK[A] - JK[B(A)]$$

Analisis Keragaman

SK	db	JK	NHKT
A	a-1	JK[A]	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\beta^2 + bc\phi_A$
B(A)	a(b-1)	JK[B(A)]	$\sigma_\varepsilon^2 + c\sigma_\beta^2$
Galat	ab(c-1)	JK[Galat]	σ_ε^2
Total	abc-1	JK[Total]	

Seperti keterangan sebelumnya, jumlah kuadrat untuk faktor tahap ketiga dilambangkan sebagai Jumlah Kuadrat Galat daripada Jumlah Kuadrat C(B(A)). Terlihat pula bahwa penghitungan jumlah kuadrat menunjukkan suatu pola menyerupai teleskop: Pada tahap kedua, JK tahap pertama dikurangkan. Pada tahap ketiga, JK tahap-tahap sebelumnya harus dikurangkan. Dengan pengurangan seperti ini, semua pengaruh-pengaruh faktor sebelum tahap tersebut hilang,

Percobaan Tersarang

seperti apa seharusnya. Pada teleskop ini dapat dikembangkan untuk sembarang faktor tersarang.

Pengujian Hipotesis

Hipotesis-hipotesis untuk percobaan faktor tersarang mirip seperti pada percobaan faktorial-menyatakan kesamaan antar rataan atau kesamaan antar pengaruh untuk faktor tetap dan menyatakan keragaman nol untuk faktor acak.

Untuk model 3 faktor yang kita pelajari pada sub bab sebelum ini, maka hipotesis yang akan diuji adalah:

$$H_0 : \alpha_i = 0 \text{ untuk semua } i$$

vs

$$H_1 : \alpha_i \neq 0 \text{ untuk beberapa } i$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{hit} = \frac{KT[A]}{KT[B(A)]}$$

yang menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas (a-1) dan a(b-1). Kita tolak hipotesis nol apabila $F_{hit} > F_{\alpha; a-1, a(b-1)}$

Untuk faktor tahap kedua, hipotesis pengujianya adalah

$$H_0 : \sigma_{\beta}^2 = 0$$

$$H_1 : \sigma_{\beta}^2 > 0$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{hit} = \frac{KT[B(A)]}{KT[Galat]}$$

yang menyebar menurut sebaran F dengan derajat bebas a(b-1) dan ab(c-1). Kita tolak Hipotesis nol bila $F_{hit} > F_{\alpha; a(b-1), ab(c-1)}$.

Hipotesis diatas setara dengan menyatakan bahwa tidak ada keragaman antar taraf faktor B pada tiap taraf faktor A. Dengan

demikian statistik uji F diatas secara bersamaan menguji tidak ada keragaman di dalam B di keseluruhan taraf faktor A.

Teladan. Sebagai teladan akan diberikan data tentang populasi *Helopeltis theobromae* Mill. Yang diamati pada 4 lokasi; dan dari tiap lokasi dipilih secara acak empat sub lokasi, yang kemudian tiap sub lokasi dipilih secara acak 4 pohon untuk diamati.

L	A				B				C				D			
SL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
	6	13	1	7	10	2	4	0	0	10	8	7	11	5	1	0
	2	3	10	4	9	1	1	3	0	11	5	2	0	10	8	8
	0	9	0	7	7	1	7	4	5	6	0	5	6	8	9	6
	8	8	6	9	12	10	9	1	5	7	7	4	4	3	4	5
SL	16	33	17	27	38	14	21	8	10	34	20	18	21	26	22	19
L	93				81				82				88			

Model yang digunakan dapat dituliskan sebagai berikut

$$Y_{ijk} = \mu + L_i + S_{j(i)} + \epsilon_{k(ij)}$$

dimana Y_{ijk} = pengamatan ke-k pada sub lokasi ke-j yang ada pada lokasi ke-i, μ = rataan umum, L_i = pengaruh lokasi ke-i ($i = 1, \dots, 4$), $S_{j(i)}$ = pengaruh sub lokasi ke-j ($j = 1, \dots, 4$) yang tersarang pada lokasi ke-i, dan $\epsilon_{k(ij)}$ = galat percobaan. $k = 1, \dots, 4$.

Penghitungan jumlah kuadrat

$$JK_{Total} = 6^2 + \dots + 5^2 - \frac{(344)^2}{64}$$

$$JK_{Lokasi} = \frac{(93)^2 + (81)^2 + (82)^2 + (88)^2}{16} - \frac{(344)^2}{64}$$

$$JK_{SL(A)} = \frac{(16)^2 + (33)^2 + (17)^2 + (27)^2}{4} - \frac{(93)^2}{16}$$

$$JK_{SL(B)} = \frac{(38)^2 + (14)^2 + (21)^2 + (8)^2}{4} - \frac{(81)^2}{16}$$

$$JK_{SL(C)} = \frac{(10)^2 + (34)^2 + (20)^2 + (18)^2}{4} - \frac{(82)^2}{16}$$

$$JK_{SL(D)} = \frac{(21)^2 + (26)^2 + (22)^2 + (19)^2}{4} - \frac{(88)^2}{16}$$

$$JK_{SL(Lokasi)} = JK_{SL(A)} + JK_{SL(B)} + JK_{SL(C)} + JK_{SL(D)}$$

$$JK_{Galat} = JK_{Total} - JK_{Lokasi} - JK_{SL(Lokasi)}$$

Percobaan Faktorial-Tersarang

Rancangan ini mengkombinasikan percobaan tersarang dengan faktorial penyilangan (*cross factorial*). Pertama kali akan dibicarakan bila sampling diambil didalam Lajur (C). Bila diasumsikan bahwa semua pengaruh (Baris R, Lajur C) bersifat acak (random), maka model berikut merupakan suatu teladan

$$Y_{ijkl} = \mu + R_i + C_j + (RC)_{ij} + S_{k(j)} + (RS)_{ik(j)} + \epsilon_{l(ijk)}$$

dengan $i = 1, 2, \dots, r$; $j = 1, 2, \dots, c$; $k = 1, 2, \dots, n$; dan $l = 1, 2, \dots, m$

Tabel parsial Analisis Keragaman model ini adalah

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Nilai Harapan Kuadrat Tengah
Baris	$r-1$	$\sigma_\epsilon^2 + m\sigma_{RS(C)}^2 + mn\sigma_{RC}^2 + mnc\sigma_R^2$
Lajur	$c-1$	$\sigma_\epsilon^2 + m\sigma_{RS(C)}^2 + mn\sigma_{RC}^2 + mr\sigma_{S(C)}^2 + mnr\sigma_C^2$
Sampling (Lajur)	$(n-1)c$	$\sigma_\epsilon^2 + m\sigma_{RS(C)}^2 + mr\sigma_{S(C)}^2$
Baris x Lajur	$(r-1)(c-1)$	$\sigma_\epsilon^2 + m\sigma_{RS(C)}^2 + mn\sigma_{RC}^2$
Baris x Sampling (Lajur)	$(r-1)(n-1)c$	$\sigma_\epsilon^2 + m\sigma_{RS(C)}^2$
Galat	$(m-1)nrc$	σ_ϵ^2

Teladan. Lima laboratorium bekerjasama dalam perbandingan prosedur pengujian kekuatan suatu jenis serat karu.

Panel dari dua pabrik dikirim ke tiap laboratorium, yang mengadakan uji ulang sekali sehari dan dilakukan dalam tiga hari. Tidak ada hubungan antara tiga hari di laboratorium satu dengan laboratorium lainnya. Diasumsikan bahwa kelima laboratorium tersebut mewakili dari seluruh populasi laboratorium yang ada; juga pabrik dan hari. Artinya, semua berpengaruh acak. Data yang diperoleh adalah sebagai berikut:

Laboratorium	Pabrik	1			2		
	Hari	1	2	3	1	2	3
A		183	141	150	204	177	135
		196	116	178	205	157	178
B		149	177	146	165	118	124
		100	171	98	123	145	126
C		199	183	189	206	278	199
		172	209	135	237	186	191
D		128	104	114	107	155	123
		101	119	146	116	135	142
E		209	116	119	180	64	137
		139	141	144	129	141	138

Hasil Analisis dapat dilihat pada tabel berikut:

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah
Laboratorium	4	43626.60	10906.65
Pabrik	1	1033.35	1033.35
Hari(Pabrik)	4	2909.33	727.33
Lab x Pabrik	4	4363.40	1090.85
Lab x Hari(Pabrik)	16	16815.00	1090.94
Duplikasi	30	21188.50	706.28

Uji apakah komponen ragam tiap sumber keragaman berbeda nyata, dengan kata lain komponen ragam tidak bernilai nol atau terdapat keragaman pada tiap sumber keragaman yang dimaksud. Pengembangan model sangat bervariasi, tergantung struktur lapangan, perlakuan dan pengambilan sampel.

Latihan

1. Misalkan kita telah melakukan sampling terhadap r sumber air yang berbeda untuk meneliti polutan. Bahan-bahan dari tiap sumber air cukup banyak dan dibagi menjadi n sampel. Tiap sampel dibagi lagi menjadi ct subsampel dengan t subsampel dikirimkan ke tiap laboratorium (jumlah laboratorium yang dipakai ada c), dimana tiap laboratorium tiap t subsampel, dianalisis oleh tehniisi yang berbeda. Akhirnya diasumsikan bahwa tiap tehniisi bahan yang cukup untuk m pengukuran. Dengan asumsi model acak.
 - (a) Tuliskan model dari percobaan, lengkap dengan penjelasannya.
 - (b) Buatlah tabel parsial analisis keragamannya yang mencakup sumber keragaman, derajat bebas, dan nilai harapan kuadrat tengahnya.
2. Jika semua nilai dugaan komponen ragam tidak negatif, maka dapatkan penduga komponen ragam bagi:
 - (a) sumber air
 - (b) Laboratorium
 - (c) Interaksi Sumber Air dan Laboratorium
3. Percobaan dengan RAKL pada hasil jagung digunakan 12 blok, dimana tiap blok memiliki 4 “tetua jantan” yang berbeda, dengan tiap “tetua jantan” disilangkan dengan 4 “tetua betina” yang berbeda. Tiap blok terdapat 32 petak, untuk dua ulangan dari 16 progeny. Tiap plot terdapat 10 tanaman, tetapi kuadrat tengah galat ditentukan hanya dari 23 petak (230 tanaman); data petak lainnya adalah total dari 10 tanaman.

- (a) Tuliskan model yang anda gunakan
- (b) Buat tabel parsial analisis keragamannya yang mencakup sumber keragaman, derajat bebas, dan nilai harapan kuadrat tengahnya.

4. Bila tabel parsial analisis keragamannya adalah

Sumber keragaman	Derajat Bebas	Kuadrat Tengah
Blok	11	0.1530
Ulangan	12	0.0630
Jantan (Blok)	36	0.1670
Betina(Jantan(Blok))	144	0.0690
Ulangan x Betina(Jantan(Blok))	180	0.0310
Tanaman(Petak)	207	0.0153

Tentukan penduga komponen ragam bagi

- (a) Tanaman (Petak), σ_{ε}^2
- (b) Ulangan x Betina (Jantan (Blok)), $\sigma_{f(m(b))}^2$
- (c) Betina (Jantan(Blok)), $\sigma_{f(m(b))}^2$
- (d) Jantan (Blok), $\sigma_{m(b)}^2$
5. Dari hasil diatas, tentukan nilai-nilai berikut:
- (a) Keragaman Genetik Additif, $\sigma_g^2 = 4\sigma_{m(b)}^2$
- (b) Keragaman deviasi dominansi skema additif,
 $\sigma_d^2 = 4(\sigma_{f(m(b))}^2 - \sigma_{m(b)}^2)$
- (c) Dominansi, $a = \sqrt{\frac{2\sigma_d^2}{\sigma_g^2}} = \sqrt{\frac{2(\sigma_{f(m(b))}^2 - \sigma_{m(b)}^2)}{\sigma_{m(b)}^2}}$

(d) Heritabilitas,
$$h = \frac{\sigma_g^2}{\sigma_{m(b)}^2 + \sigma_{f(m(b))}^2 + \sigma_{rf(m(b))}^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

6. Lengkapilah tabel analisis keragaman teladan tentang populasi *Helopeltis theobromae* Mill. Tuliskan hipotesis yang anda uji dan bagaimana kesimpulan yang anda peroleh dari analisis diatas.

Rancangan Cross-Over

Rancangan ini digunakan untuk membandingkan perlakuan yang diberikan ke satuan percobaan (seperti misalnya hewan) secara berurut atau bergiliran. Setiap satuan percobaan dikenakan tiap perlakuan berdasarkan sekuen yang sudah ditentukan sebelumnya. Tujuan dari rancangan ini adalah untuk menghilangkan keragaman dalam perbandingan perlakuan dengan mengamati semua perlakuan pada satuan percobaan yang sama.

Meskipun rancangan ini menghilangkan keragaman antar satuan percobaan dari perbandingan perlakuan, masalah lain muncul dalam bentuk pengaruh residu atau pengaruh carry-over. Pengaruh carry-over muncul apabila perlakuan A diberikan terlebih dahulu dan pengaruh ini belum hilang hingga saat perlakuan B diberikan. Jika pengaruh A yang masih melekat ini mengganggu respon dari subyek yang dikenai perlakuan B (baik positif ataupun negatif), maka terdapat pengaruh residu dari perlakuan A pada respon perlakuan B.

Model rancangan ini harus mengandung sekuen, pengaruh waktu, pengaruh perlakuan, pengaruh carry-over, kesalahan satuan percobaan, dan kesalahan selang waktu.

Definisi, Asumsi dan Model

Dalam rancangan Cross-Over, kita ingin membandingkan t perlakuan dimana tiap perlakuan diamati pada tiap satuan percobaan; yaitu, perlakuan-perlakuan diberikan secara berurut pada satuan percobaan. Kita harus membuat sekuen yang terdiri dari t perlakuan dan secara acak menempatkan n_i satuan percobaan pada sekuen ke- i . Penempatan sekuen hewan (suatu satuan percobaan yang mungkin) berarti bahwa hewan adalah satuan percobaan untuk sekuen; penempatan perlakuan dalam selang waktu berarti bahwa selang waktu merupakan satuan percobaan untuk perlakuan.

Model yang menggambarkan respon dari pengamatan ke-m dari hewan yang menerima sekuen ke-i dan perlakuan ke-k pada saat j adalah

$$Y_{ijkm} = \mu_{ijk} + \varepsilon_{im} + e_{ijm} \quad (12.1)$$

$$i = 1, \dots, s \quad j = 1, \dots, t \quad k = 1, \dots, t \quad m = 1, \dots, n_i$$

dimana μ_{ijk} adalah rataan respon perlakuan k yang diberikan pada sekuen i pada saat j, ε_{im} kesalahan acak yang berkenaan dengan satuan percobaan ke-m dalam sekuen i, dan e_{ijm} adalah kesalahan acak yang berkenaan dengan selang waktu j dari satuan percobaan m dalam sekuen i.

Reparameterisasi model diatas adalah

$$Y_{ijkm} = \mu + \tau_k + \prod_j + \sum_{r=0}^{j-1} \lambda_{jkr} + \varepsilon_{im} + e_{ijm} \quad (12.2)$$

dimana τ_k adalah pengaruh perlakuan, \prod_j adalah pengaruh interval, dan λ_{jkr} adalah pengaruh carry-over perlakuan ke- k_r (yang diberikan pada saat $r = 0, 1, 2, \dots, j-1$) pada saat j dimana $\lambda_{jk0} = 0$. Hampir semua aplikasi rancangan cross-over menggunakan asumsi bahwa $\lambda_{jkr} = 0$ untuk semua r dimana $r < j - 1, j = 2, 3, \dots, t$. Misalkan $\lambda_{jkj-1} = \lambda_{kj-1}$ maka modelnya dapat dituliskan sebagai

$$Y_{ijkm} = \mu + \tau_k + \prod_j + \lambda_{kj-1} + \varepsilon_{im} + e_{ijm} \quad (12.3)$$

Asumsi tentang sebaran ε_{im} dan e_{ijm} sangat penting untuk pengembangan analisis yang tepat. Karena satuan percobaan diacak dalam sekuen, asumsi yang tepat adalah ε_{im} menyebar bebas identik menurut sebaran $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Karena e_{ijm} adalah kesalahan selang waktu, hampir dikatakan bahwa kesalahan ini tidak menyebar bebas. Kita berasumsi bahwa kovarian memenuhi kondisi simetri. Dengan demikian, metode analisis keragaman untuk e_{ijm} bebas, dapat digunakan untuk analisis. Asumsi kondisi simetri perlu dipenuhi untuk

rancangan dua periode dan mungkin terpenuhi untuk beberapa rancangan tiga periode. Struktur kesalahan deret waktu mungkin lebih tepat untuk rancangan cross-over dengan tiga atau lebih periode.

Rancangan Cross-Over Dua Periode

Rancangan percobaan cross-over dengan dua periode dapat diklasifikasikan sebagai rancangan ukuran berulang (*Repeated Measures Design*) karena satuan percobaan yang sama diamati lebih dari sekali.

Rancangan ini merupakan suatu metode yang berguna untuk membandingkan perlakuan yang diberikan pada hewan (satuan percobaan), juga manusia, dengan memberikan perlakuan A terlebih dahulu kepada hewan, kemudian diamati respon dari hewan tersebut setelah beberapa saat, selanjutnya berikan cukup waktu hewan tersebut untuk pulih kembali akibat perlakuan A, kemudian berikan perlakuan B pada hewan yang sama, dan amati respon dari hewan tersebut setelah beberapa saat. Pendekatan ini juga dapat dilakukan pada tanaman, petak tanah, atau tipe proses yang paling sedikit dapat pulih secara parsial dari pengaruh perlakuan sebelumnya.

Dalam metode perbandingan perlakuan ini, terdapat dua sekuen pengaturan perlakuan untuk hewan A diikuti B dan B diikuti A. Struktur perlakuan adalah gugus perlakuan satu arah dengan dua perlakuan (A dan B), tetapi karena perlakuan diaplikasikan dalam sekuen, kita bangkitkan tipe perlakuan yang disebut sekuen. Dengan demikian rancangan ini mencakup struktur perlakuan dua arah dengan perlakuan disilangkan dengan sekuen.

Walaupun setiap struktur rancangan dapat digunakan, Rancangan Acak Lengkap umumnya yang digunakan, dimana tiap hewan diberi perlakuan sekuen secara acak lengkap. Rancangan percobaan untuk satuan percobaan yang kecil (waktu) merupakan struktur perlakuan satu arah dalam struktur RAKL dimana hewan

digunakan sebagai blok. Data dapat dituliskan seperti pada tabel berikut

Sekuen 1	Hewan			
	1	2	...	n_j
A	y_{11A}	y_{12A}	y_{1n1A}
B	y_{11B}	y_{12B}	y_{1n1B}
Sekuen 2	Hewan			
	1	2	...	n_j
B	Y_{21B}	Y_{22B}	Y_{2n2B}
A	Y_{21A}	Y_{22A}	Y_{2n2A}

Model yang digunakan untuk mendeskripsikan susunan data diatas adalah

$$Y_{ijk} = \mu_{ik} + \varepsilon_{ij} + e_{ijk} \tag{12.4}$$

dimana μ_{ik} melambangkan pengaruh perlakuan ke-k dalam sekuen ke-i, ε_{ij} melambangkan pengaruh acak hewan j dalam sekuen i dan diasumsikan menyebar bebas identik $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ dan e_{ijk} melambangkan kesalahan acak karena pengukuran dan diasumsikan menyebar bebas identik $N(0, \sigma_e^2)$; demikian juga dipakai asumsi ε_{ij} dan e_{ijk} saling bebas.

Reparameterisasi modelnya adalah:

$$\left. \begin{aligned} Y_{1jA} &= \mu + \pi_i + \phi_A + \varepsilon_{1j} + e_{1jA} \\ Y_{1jB} &= \mu + \pi_{2i} + \phi_B + \varepsilon_{1j} + e_{1jB} \end{aligned} \right\} j = 1, 2, \dots, n_1$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{2jB} &= \mu + \pi_1 + \phi_B + \varepsilon_{2j} + e_{2jB} \\ Y_{2jA} &= \mu + \pi_2 + \phi_A + \lambda_B + \varepsilon_{2j} + e_{2jA} \end{aligned} \right\} j = 1, 2, \dots, n_2 \tag{12.5}$$

dimana π_m melambangkan pengaruh periode m, ϕ_k melambangkan pengaruh perlakuan k, dan λ_k pengaruh carry-over perlakuan k (yang diberikan dalam periode pertama) kedalam periode kedua.

Karena terdapat dua ukuran satuan percobaan, maka terdapat dua kemungkinan tipe perbandingan, perbandingan antar hewan dan perbandingan dalam hewan (waktu).

Beberapa kontras tentang μ_{ik} menarik untuk dipelajari lebih lanjut, demikian juga interpretasinya dikembangkan dengan mengekspresikan kontras reparameterisasi. Pengaruh sekuen

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_{1.} - \bar{\mu}_{2.} &= \frac{1}{2}(\mu_{1A} + \mu_{1B} - \mu_{2B} - \mu_{2A}) \\ &= \frac{1}{2}(\lambda_A - \lambda_B)\end{aligned}\quad (12.6)$$

membandingkan pengaruh residu atau pengaruh carry-over dari dua perlakuan. Dugaan terbaik bagi pengaruh sekuen adalah $\bar{y}_{1..} - \bar{y}_{2..}$, yang merupakan perbandingan antar hewan.

Pengaruh perlakuan

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_{.A} - \bar{\mu}_{.B} &= \frac{1}{2}(\mu_{1A} - \mu_{1B} - \mu_{2B} + \mu_{2A}) \\ &= \phi_A - \phi_B + \frac{1}{2}(\lambda_B - \lambda_A)\end{aligned}\quad (12.7)$$

dugaan darin pengaruh perlakuan adalah $\bar{y}_{..A} - \bar{y}_{..B}$, yang merupakan perbandingan dalam hewan.

Pengaruh interaksi perlakuan dan sekuen

$$\mu_{1A} - \mu_{2A} - \mu_{1B} + \mu_{2B} = 2(\pi_1 - \pi_2) - (\lambda_A + \lambda_B) \quad (12.8)$$

Dugaan terbaik dari interaksi ini adalah $\bar{y}_{1A} - \bar{y}_{2A} - \bar{y}_{1B} + \bar{y}_{2B}$ yang merupakan perbandingan dalam hewan. Ragam yang berhubungan dengan perbandingan antar hewan merupakan kelipatan skalar dari $\sigma_e^2 + 2\sigma_{\epsilon}^2$ dan keragaman perbandingan dalam hewan merupakan kelipatan dari σ_e^2

Sumber Keragaman	db	NHKT
Sekuen	1	$\sigma_e^2 + 2\sigma_\varepsilon^2 + Q(\text{Sekuen})$
Galat (Hewan)	$n_1 + n_2 - 2$	$\sigma_e^2 + 2\sigma_\varepsilon^2$
Perlakuan	1	$\sigma_e^2 + Q(\text{Perlakuan})$
Perlakuan * sekuen	1	$\sigma_e^2 + Q(\text{Perlakuan} * \text{Sekuen})$
Galat (waktu)	$n_1 + n_2 - 2$	σ_e^2

Jika tidak ada pengaruh sekuen, maka $(\lambda_B - \lambda_A) = 0$, pengaruh perlakuan dapat dibandingkan melalui $\bar{\mu}_{..A} - \bar{\mu}_{..B}$. Dugaan pengaruh perlakuan adalah $\bar{y}_{..A} - \bar{y}_{..B}$ dan memiliki $\frac{2\sigma_e^2}{n_1 + n_2}$. Nilai LSD dibentuk dari

$$LSD_\alpha = t_{\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2} \sqrt{\frac{2KT \text{ Galat}[\text{Waktu}]}{n_1 + n_2}} \tag{12.9}$$

Bila terdapat interaksi Prelakuan*Sekuen atau pengaruh sekuen, maka perlakuan harus dibandingkan melalui pengaruh langsungnya, yang merupakan perbandingan dua perlakuan pada periode pertama saja. Kontras yang menjadi perhatian adalah $\bar{\mu}_{1A} - \bar{\mu}_{2B}$ yang dapat diekspresikan sebagai jumlah kontras yang diduga dengan perbandingan dalam hewan,

$$(\mu_{1A} - \bar{\mu}_{1.}) - (\mu_{2B} - \mu_{2.}) \tag{12.10}$$

dengan kontras yang diduga dengan perbandingan antar hewan $(\bar{\mu}_{1.} - \bar{\mu}_{2.})$.

Sebagai penduga bagi $\mu_{1A} - \mu_{2B}$ adalah

$$\begin{aligned}\hat{\mu}_{1A} - \hat{\mu}_{2B} &= [(\bar{y}_{1.A} - \bar{y}_{1..}) - (\bar{y}_{2.B} - \bar{y}_{2..})] + \bar{y}_{1..} - \bar{y}_{2..} \\ &= \bar{y}_{1.A} - \bar{y}_{2.B}\end{aligned}\quad (12.11)$$

Keuntungan penulisan $\hat{\mu}_{1A} - \hat{\mu}_{2B}$ sebagai jumlah dua kontras adalah ragam dari penduga dapat dievaluasi relatif mudah. Karena kedua kontras saling bebas, maka

$$\begin{aligned}\text{Var}(\hat{\mu}_{1A} - \hat{\mu}_{2B}) &= \text{Var}(\bar{y}_{1.A} - \bar{y}_{1..} - \bar{y}_{2.B} + \bar{y}_{2..}) + \text{Var}(\bar{y}_{1..} - \bar{y}_{2..}) \\ &= \frac{\frac{1}{2}(n_1 + n_2)(\sigma_e^2 + 2\sigma_e^2)}{n_1 n_2} + \frac{\frac{1}{2}(n_1 + n_2)\sigma_e^2}{n_1 n_2}\end{aligned}\quad (12.12)$$

atau bila disederhanakan

$$\text{Var}(\hat{\mu}_{1A} - \hat{\mu}_{2B}) = \frac{(n_1 + n_2)(\sigma_e^2 + \sigma_e^2)}{n_1 n_2}\quad (12.13)$$

Dugaan ragamnya adalah

$$\text{Var}(\bar{y}_{1.A} - \bar{y}_{2.B}) = \frac{\frac{1}{2}(n_1 + n_2)[KT\ Galat(Hewan) + KT\ Galat(Waktu)]}{n_1 n_2}\quad (12.14)$$

Suatu pendekatan nilai LSD dapat diturunkan sebagai berikut

$$LDS_\alpha = t_\alpha^* \sqrt{\text{Var}(\bar{y}_{1.A} - \bar{y}_{2.B})}\quad (12.15)$$

dimana

$$t_\alpha^* = \frac{\frac{1}{2}(n_1 + n_2) [t_{\frac{\alpha}{2}, v}^{KTG(Hewan)} + t_{\frac{\alpha}{2}, u}^{KTG(Waktu)}]}{[KTG(Hewan) + KTG(Waktu)] \frac{\frac{1}{2}(n_1 + n_2)}{n_1 n_2}}\quad (12.16)$$

dimana v adalah derajat bebas KTG(Hewan) dan u adalah KTG(Waktu).

Bila struktur rancangan memiliki $v = u$, maka

$$t_{\frac{\alpha}{2}}^* = t_{\frac{\alpha}{2}, n_1+n_2-2} \tag{12.17}$$

Pendekatan nilai LSD ini ternyata konsisten dengan cara yang sama pada rancangan petak terpisah dan rancangan ukuran berulang.

Teladan. Berikut adalah data modifikasi dari suatu Rancangan Cross-over

Perlakuan	Hewan							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Sekuen 1								
A	0.2	0.0	-0.8	0.6	0.3	1.5	-	-
B	1.0	-0.7	0.2	1.1	0.6	1.2	-	-
Sekuen 2								
B	1.3	-2.3	0.0	-0.8	-0.4	-2.9	-1.9	-2.9
A	0.9	1.0	0.6	-0.3	-1.0	1.7	-0.3	0.9

Dan diperoleh tabel analisis keragamannya sebagai berikut

SK	db	JK	KT	F
Sekuen	1	4.57	4.57	4.57 (0.10)
Galat (Hewan)	12	12.00	1.00	
Perlakuan	1	5.14	5.14	4.13 (0.10)
Perl*Sekuen	1	6.24	6.24	5.01 (0.05)
Galat(Waktu)	12	14.94	1.24	

dengan nilai $\bar{y}_{1.A} = .30, \bar{y}_{1.B} = .53, \bar{y}_{2.A} = .44, \bar{y}_{1.B} = -1.24$. Karena terdapat pengaruh sekuen yang moderat, maka perbandingan dua perlakuan dilakukan melalui

$$\hat{\mu}_{1.A} - \hat{\mu}_{2.B} = 1.54$$

Ragam dugaannya adalah

$$Var(\hat{\mu}_{1A} - \hat{\mu}_{2B}) = \frac{\frac{1}{2}(6+8)(1.00+1.245)}{(6 \cdot 8)} = .33$$

Nilai $t_{.025}^*$ dihitung sebagai berikut

$$t_{\frac{\alpha}{2}}^* = \frac{\left[\frac{\frac{1}{2}(6+8)}{(6 \cdot 8)} \right] [t_{.025(12)}(1.00) + t_{.025(12)}(1.245)]}{(1.00+1.245) \left[\frac{\frac{1}{2}(6+8)}{(6 \cdot 8)} \right]}$$

Nilai $LSD_{.05}$ adalah

$$LSD_{.05} = 2.179\sqrt{.33} = 1.25$$

Dengan demikian pada taraf uji, $\alpha = 0.05$ pendekatan LSD mendeteksi adanya perbedaan yang nyata antar perlakuan.

Untuk generalisasi rancangan Cross-over diatas, misalkan bahwa hewan diatas dikelompokkan sebagai blok. Pemblokkan seperti itu dapat terjadi karena fasilitas yang tak cukup besar untuk melakukan satuan percobaan dalam satu tahap, yang dengan demikian menjadikan percobaan harus dilakukan beberapa tahap. Hewan-hewan yang digunakan dalam tahap pertama membentuk satu blok, mereka yang digunakan dalam tahap kedua membentuk blok kedua, dan seterusnya, hingga terdapat p tahap.

Dalam percobaan terrevisi ini, struktur rancangan satuan percobaan hewan terdiri dari blok-blok dan dapat diklasifikasikan sebagai suatu struktur rancangan acak kelompok lengkap dengan struktur perlakuan satu arah. Hanya analisis bagian hewan yang dipengaruhi oleh pemblokkan, karena hewan merupakan satuan percobaan yang dilakukan pemblokkan.

Tabel analisis keragamannya adalah sebagai berikut

Sumber keragaman	Db	NHKT
Blok	p-1	
Sekuen	1	$\sigma_e^2 + 2\sigma_\epsilon^2 + Q(\text{Sekuen})$

Rancangan Cross-Over

Galat (Hewan)	$n_1 + n_2 - p - 1$	$\sigma_e^2 + 2\sigma_\varepsilon^2$
Perlakuan	1	$\sigma_e^2 + Q(\text{Sekuen})$
Perlakuan*sekuen	1	$\sigma_e^2 + Q(\text{Perlakuan} * \text{Sekuen})$
Galat(waktu)	$n_1 + n_2 - 2$	σ_e^2

RCO Dengan Periode Waktu Lebih dari Dua

Rancangan Cross-over (RCO) dengan periode waktu lebih dari dua seperti RCO dengan periode waktu dua dimana terdapat dua ukuran satuan percobaan, dua term kesalahan, dan dua tahap analisis. Dalam diskusi ini, satuan percobaan yang lebih besar disebut “satuan percobaan”, dan satuan percobaan yang lebih kecil disebut “interval waktu”. Selama struktur RCO terikutkan, untuk menduga parameter-parameter yang dipelajari diperlukan lebih banyak usaha.

Tingkat kompleksitas tergantung pada rancangan yang dipilih. Dalam beberapa RCO, dugaan dari perbandingan perlakuan didapatkan dengan menggabungkan nilai dugaan dari bagian analisis dalam satuan percobaan (*with-experimental-unit*) dengan bagian analisis antar satuan percobaan (*between-experimental-unit*). Untuk rancangan yang lain, dugaan pengaruh perlakuan dapat dilakukan hanya dari satu bagian analisis saja.

Teladan. Dua perlakuan dalam RCO Tiga Periode Waktu. Beberapa sekuen yang mungkin dapat dibentuk dengan memberikan dua perlakuan pada tiga periode waktu. Empat sekuen dipilih dalam teladan ini terlihat pada tabel berikut, dimana $n_1, n_2, n_3,$ dan n_4 satuan percobaan telah diberikan pada sekuen yang bersesuaian.

Waktu	Sekuen			
	1	2	3	4
1	A	A	B	B
2	B	B	A	A
3	A	B	B	A

Dua tahapan analisis perlu dilakukan untuk percobaan ini. Model pertama adalah

$$Y_{ijkm} = \mu + p_{im} + \Pi_k + \tau_j + \lambda_{i(k-1)} + \varepsilon_{ijkm} \quad (12.18)$$

dimana p_{im} melambangkan kesalahan acak sebagai akibat satuan percobaan ke- m yang diberikan pada sekuen i , yang diasumsikan menyebar bebas identik $N(0, \sigma_p^2)$; Π_k melambangkan pengaruh pada periode ke- k ; τ_j menunjukkan pengaruh Perlakuan ke- j ; $\lambda_{i(k-1)}$ melambangkan pengaruh carry-over (terbawa atau tersisa) dari perlakuan yang muncul dalam periode $k-1$ pada sekuen i ; ε_{ijkm} merupakan kesalahan acak yang berhubungan dengan periode waktu dalam satuan percobaan yang diasumsikan menyebar bebas identik $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Metode yang lebih mudah untuk menganalisis model ini adalah dengan mendefinisikan

$$\chi_{ik} = \begin{cases} 0 & , \text{ jika } k = 1 \\ 1 & , \text{ jika perlakuan dalam periode } k-1 \text{ adalah } A \\ -1 & , \text{ jika perlakuan dalam periode } k-1 \text{ adalah } B \end{cases} \quad (12.19)$$

dan model dalam 12.18

$$Y_{ijkm} = \mu + p_{im} + \Pi_k + \tau_j + \lambda_{\chi_{ik}} + \varepsilon_{ijkm} \quad (12.20)$$

dimana χ_{ik} diperlakukan sebagai peubah kontinu atau kovarian. Model memberikan dugaan satuan dalam percobaan $\tau_A - \tau_B$, $\lambda = \lambda_A - \lambda_B$ dan σ_ε^2 dimana $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ adalah kuadrat tengah galat dalam satuan percobaan. Rataan model teladan ini dapat dilihat pada tabel berikut:

Rancangan Cross-Over

Waktu	Sekuen			
	1	2	3	4
1	$\Pi_1 + \tau_A$	$\Pi_1 + \tau_A$	$\Pi_1 + \tau_B$	$\Pi_1 + \tau_B$
2	$\Pi_2 + \tau_B + \lambda_A$	$\Pi_2 + \tau_B + \lambda_A$	$\Pi_2 + \tau_A + \lambda_B$	$\Pi_2 + \tau_A + \lambda_B$
3	$\Pi_3 + \tau_A + \lambda_B$	$\Pi_3 + \tau_B + \lambda_B$	$\Pi_3 + \tau_B + \lambda_A$	$\Pi_3 + \tau_A + \lambda_A$

dan rata-rata pengamatannya dapat terlihat pada tabel berikut

Waktu	Sekuen			
	1	2	3	4
1	$\bar{Y}_{1A1.}$	$\bar{Y}_{2A1.}$	$\bar{Y}_{3B1.}$	$\bar{Y}_{4B1.}$
2	$\bar{Y}_{1B2.}$	$\bar{Y}_{2B2.}$	$\bar{Y}_{3A2.}$	$\bar{Y}_{4A2.}$
3	$\bar{Y}_{1A3.}$	$\bar{Y}_{2B3.}$	$\bar{Y}_{3B3.}$	$\bar{Y}_{4A3.}$

Model kedua dibentuk dengan mengambil rata-rata dari tiga respon tiap satuan percobaan. Tiap sekuen mempunyai model yang berbeda, seperti dibawah ini:

$$\begin{aligned} \bar{y}_{1..m} &= \mu + p_{1m} + \bar{\Pi}_\cdot + \frac{2}{3} \tau_A + \frac{1}{3} \tau_B + \frac{1}{3} \lambda_A + \frac{1}{3} \lambda_B + \bar{\epsilon}_{1..m} \\ &= \mu^* + \frac{2}{3} \tau_A + \frac{1}{3} \tau_B + e_{1m}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{2..m} &= \mu + p_{2m} + \bar{\Pi}_\cdot + \frac{1}{3} \tau_A + \frac{2}{3} \tau_B + \frac{1}{3} \lambda_A + \frac{1}{3} \lambda_B + \bar{\epsilon}_{2..m} \\ &= \mu^* + \frac{1}{3} \tau_A + \frac{2}{3} \tau_B + e_{2m}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{y}_{3..m} &= \mu + p_{3m} + \bar{\Pi}_\cdot + \frac{1}{3} \tau_A + \frac{2}{3} \tau_B + \frac{1}{3} \lambda_A + \frac{1}{3} \lambda_B + \bar{\epsilon}_{2..m} \quad (12.21) \\ &= \mu^* + \frac{1}{3} \tau_A + \frac{2}{3} \tau_B + e_{3m}^* \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \bar{y}_{4..m} &= \mu + p_{4m} + \bar{\Pi}_\cdot + \frac{2}{3} \tau_A + \frac{1}{3} \tau_B + \frac{1}{3} \lambda_A + \frac{1}{3} \lambda_B + \bar{\epsilon}_{4..m} \\ &= \mu^* + \frac{2}{3} \tau_A + \frac{1}{3} \tau_B + e_{4m}^* \end{aligned}$$

dimana

$$\mu^* = \mu + \bar{\Pi} + \frac{1}{3} \lambda_A + \frac{1}{3} \lambda_B$$

dan

$$e_{im}^* = p_{im} + \bar{\varepsilon}_{i..m}$$

dengan e_{im}^* menyebar bebas identik $N(0, \frac{1}{3}(\sigma_\varepsilon^2 + 3\sigma_p^2))$.

Karena hanya perbedaan antara rata-rata dari model rata-rata satuan percobaan berada di dalam koefisien τ , terdapat informasi antar satuan percobaan tentang τ tetapi bukannya λ . Analisis keragaman model rata-rata satuan percobaan memberikan dugaan antar satuan percobaan $\tau_A - \tau_B$ dan dugaan $\frac{1}{3}(\sigma_\varepsilon^2 + 3\sigma_p^2)$ dari kuadrat tengah galat. Koefisien $\frac{1}{3}$ muncul karena rata-rata satuan percobaan berdasar pada rata-rata data dari tiga selang waktu.

Berikut ini adalah data teladan dari RCO dengan Dua Perlakuan dalam Tiga Periode Waktu.

Sekuen	Periode	Perlakuan	Hewan dalam Sekuen				
			1	2	3	4	5
1	1	A	25.1	22.0	25.3		
	2	B	27.6	24.3	27.7		
	3	A	24.5	21.6	25.7		
2	1	A	26.9	20.3	25.9	25.2	
	2	B	28.7	24.0	28.7	26.6	
	3	B	28.1	25.0	28.0	28.5	
3	1	B	25.5	27.4	26.2		
	2	A	23.7	27.9	26.2		
	3	B	24.9	24.6	25.0		
4	1	B	20.3	25.1	22.2	25.8	22.5
	2	A	22.2	26.2	25.0	26.5	23.6
	3	A	20.6	25.7	22.9	24.5	20.9

Nilai dugaan bagi $\tau_A - \tau_B$ dapat dicari dengan perbandingan dalam satuan percobaan dan perbandingan antar satuan percobaan. Tujuan dari analisis ini adalah mengkombinasikan dua dugaan ini menjadi satu nilai dugaan.

Tabel analisis keragaman berikut memberikan dugaan dalam satuan percobaan bagi $\lambda_A - \lambda_B$ dan $\tau_A - \tau_B$

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F hitung
Satuan Percobaan	14	178.49		
Perlakuan	1	12.37	12.37	13.07
Carry-over	1	4.78	4.78	5.09
Periode	2	22.14	11.07	11.78
Galat (Dalam SP)	26	24.43	0.94	

dan diperoleh nilai-nilai berikut $(\tau_A - \tau_B)_{Dalam} = -1.189$ dengan $s.e(\tau_A - \tau_B)_{Dalam} = 0.3277 = \hat{\sigma}_{Dalam}$; $(\lambda_A - \lambda_B) = 0.427$ dengan $s.e(\lambda_A - \lambda_B) = 0.1892$ dan $\hat{\sigma}_\epsilon = 0.94$.

Sedangkan untuk mencari dugaan antar satuan percobaan digunakan tabel analisis keragaman berikut

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F hitung
Perlakuan	1	15.38	15.38	4.53
Galat (Antar SP)	13	44.12	3.39	

dan diperoleh nilai-nilai berikut $(\tau_A - \tau_B)_{Antar} = -6.089$ dengan $s.e(\tau_A - \tau_B)_{Antar} = 2.8602 = \hat{\sigma}_{Antar}$ serta $\hat{\sigma}_\epsilon^2 + 3\sigma_p^2 = 3(3.39) = 10.17$.

Dengan demikian nilai dugaan kombinasinya dapat dicari sebagai berikut

$$(\tau_A - \tau_B)_{Komb} = \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_{Antar}^2} (\tau_A - \tau_B)_{Antar} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{Dalam}^2} (\tau_A - \tau_B)_{Dalam}}{\frac{1}{\hat{\sigma}_{Antar}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{Dalam}^2}} \quad (12.22)$$

dimana

$$\text{Var}\left[(\tau_A - \tau_B)_{Komb}\right] = \frac{\sigma_{Antar}^2 \sigma_{Dalam}^2}{\sigma_{Antar}^2 + \sigma_{Dalam}^2} \quad (12.23)$$

yang dapat diduga dengan

$$\hat{\sigma}_{Komb}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{Antar}^2 \hat{\sigma}_{Dalam}^2}{\hat{\sigma}_{Antar}^2 + \hat{\sigma}_{Dalam}^2} \quad (12.24)$$

Untuk membuat selang kepercayaan tentang $\tau_A - \tau_B$, perlu dihitung nilai berikut

$$\frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_{Antar}^2} t_{\frac{\alpha}{2}, u} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{Dalam}^2} t_{\frac{\alpha}{2}, v}}{\frac{1}{\hat{\sigma}_{Antar}^2} + \frac{1}{\hat{\sigma}_{Dalam}^2}} \quad (12.25)$$

dimana u dan v adalah derajat bebas kuadrat tengah galat antar dan dalam satuan percobaan, berturut-turut.

Untuk RCO dengan tiga perlakuan dalam tiga periode ataupun modifikasi dari RCO yang sudah dibicarakan disini, dapat dicari dari beberapa literatur yang ada, atau konsultasikan kepada mereka yang mengetahui.

Catatan Khusus

Rancangan Cross-Over digunakan dalam banyak percobaan untuk membandingkan beberapa perlakuan yang diberikan pada satuan percobaan dalam sekuen tertentu. Terdapat beberapa model yang mencakup pengaruh perlakuan dan pengaruh tersisa atau terbawa atau carry-over. Pemilihan model tergantung pada banyaknya periode dan banyaknya perlakuan yang digunakan untuk membentuk sekuen-sekuen.

Teladan yang diberikan dalam tulisan ini menggambarkan bagaimana perlunya metode untuk analisis Rancangan Cross-Over. Perbandingan mana yang digunakan untuk menduga parameter

Rancangan Cross-Over

yang dipelajari berbeda-beda. Kedua model, model untuk perbandingan dalam dan antar satuan percobaan, harus dihitung untuk mendapatkan analisis yang tepat.

Sistem Pembauran

Pengendalian keragaman pengganggu merupakan tujuan utama dari rancangan percobaan. Kita telah gunakan dua teknik rancangan yang digunakan secara ekstensif untuk itu: penggunaan pemblokkan dan penggunaan kovarian.

Dalam RAKL dan RBSL, ditekankan untuk menggunakan kelompok yang lengkap (sehingga sesuai dengan namanya); yaitu, dimana semua perlakuan muncul pada tiap taraf faktor pemblokkan. Hal ini dilakukan untuk meyakinkan suatu rancangan yang seimbang, sehingga memiliki keuntungan yang sangat penting: semua kontras perlakuan bebas dari pengaruh blok, namun dalam beberapa kasus peneliti mungkin memiliki kesulitan untuk mendapatkan kelompok yang lengkap.

Suatu kelompok tak lengkap adalah suatu gugus k satuan percobaan yang homogen, dimana $k < t$, dan t adalah jumlah perlakuan. Penggunaan kelompok tak lengkap dalam suatu percobaan mempunyai berbagai implikasi. Pertama, beberapa perlakuan hilang dalam tiap blok/kelompok. Kedua, bila ditekankan untuk menggunakan r ulangan untuk tiap perlakuan, kita perlukan jumlah blok/kelompok yang banyak. Ketiga, beberapa kontras perlakuan mengandung pengaruh blok/kelompok tak lengkap.

Dalam banyak situasi dimana pengacakan dibatasi. Sebagai teladan misalnya, dalam Rancangan Petak Terpisah, pembatasan pengacakan dilakukan sehingga pengaruh utama terbaaur di dalam blok-blok atau ulangan-ulangan. Kadang, pembatasan ini perlu karena perlakuan faktorial yang lengkap tak dapat dilakukan dalam satu hari, atau dalam satu bedengan. Bila pembatasan ini dimasukkan dalam percobaan, keputusan harus diambil seperti: informasi apa yang harus dikorbankan dan dengan demikian apa yang harus dibaurkan.

Untuk merancang percobaan dimana jumlah perlakuan yang dapat diberikan pada suatu blok lebih kecil dari jumlah kombinasi perlakuan, peneliti pertama kali harus memutuskan pengaruh apa yang dibaurkan. Salah satu cara adalah dengan menempatkan

dalam satu blok kombinasi perlakuan-perlakuan dengan tanda + dalam pengaruh yang akan dibaurkan, dan dengan – dalam blok yang lain. Suatu metode yang lebih umum diperlukan bila jumlah blok dan jumlah perlakuan bertambah besar.

Berbagai Pertimbangan Rancangan

Bahkan dengan diperolehnya keragaman antar materi percobaan, mungkin masih terdapat beberapa alasan mengapa kelompok lengkap tak dapat dibentuk atau dipenuhi. Beberapa hal yang perlu diperhatikan diantaranya adalah:

1. Jumlah perlakuan yang besar sehingga tak dapat dibuat kelompok/blok yang dapat digunakan untuk menampung keseluruhan perlakuan.
2. Ketidakmampuan mengusahakan atau menangani secara efektif kelompok/blok lengkap.
3. Kelompok/blok tak lengkap muncul secara alamiah.
4. Terjadi hal-hal yang tak diinginkan sebelumnya pada saat pengamatan, seperti:
 - (a) Banjir yang menghabiskan beberapa petak pengamatan.
 - (b) Beberapa hewan percobaan mati
 - (c) Beberapa pengamatan hilang, dlsb.

Walaupun kelompok tak lengkap dapat terjadi tanpa sengaja, disini ingin dipelajari bagaimana merancang percobaan dengan kelompok tak lengkap dengan ukuran dan komposisi tertentu. Dengan kondisi ini tentunya tidak kita dapatkan keseimbangan. Sejumlah pertanyaan muncul berkenaan dengan kondisi ini. Apakah dengan ukuran blok yang berbeda mengakibatkan derajat ketakseimbangan yang berbeda ? Apakah pola ketakseimbangan yang berbeda memberikan pengaruh pada inferensia kita ? Dapatkah

kita mengidentifikasi ketidakseimbangan tertentu ? Bila demikian, tampaknya kita harus dapat berbuat sesuatu akan hal ini. Dapatkah kita membuat modifikasi rancangan untuk meminimumkan pengaruh ketidakseimbangan ?

Pengaruh Terbaaur

Untuk menjelaskan hal ini, terlebih dahulu perhatikan teladan dibawah ini, dimana banjir menghabiskan beberapa petak dalam percobaan RAKL.

Blok	Perlakuan			
1	3	2		
2	1	4	3	
3	2	1	3	4

Dengan demikian beberapa kontras rataan perlakuan akan bebas dari pengaruh blok dan yang lain tidak. Sebagai teladan, untuk kontras rataan $\theta_1 = \mu_1 - \mu_2$ digunakan penduga $C_1 = \bar{y}_{1.} - \bar{y}_{4.}$ berdasarkan data yang tersedia. Tetapi C_1 bebas dari semua pengaruh blok, karena:

1. Dari blok 1, tak ada data yang dapat digunakan untuk menghitung baik $\bar{y}_{1.}$ atau $\bar{y}_{4.}$, sehingga pengaruh blok 1 tak dapat masuk C_1 .
2. Dari blok 2, pengamatan digunakan dalam penghitungan tiap $\bar{y}_{1.}$ atau $\bar{y}_{4.}$, sehingga pengaruh blok kedua masuk dan pergi C_1 bila dua rataan tersebut dikurangkan.
3. Dari blok 3, satu pengamatan digunakan dalam penghitungan tiap $\bar{y}_{1.}$ atau $\bar{y}_{4.}$, sehingga pengaruh blok ketiga masuk dan pergi C_1 bila dua rataan tersebut dikurangkan.

Untuk kontras rataan $\theta_2 = \mu_1 - \mu_2$ digunakan penduga $C_2 = \bar{y}_1 - \bar{y}_2$ mengandung pengaruh blok 1 dan blok 2, karena

1. Dari blok 1, satu pengamatan digunakan dalam penghitungan \bar{y}_2 dan tak ada data yang dapat digunakan untuk menghitung baik \bar{y}_1 sehingga pengaruh blok pertama ada dalam C_2 bila dua rataan tersebut dikurangkan.
2. Dari blok 2, satu pengamatan digunakan dalam penghitungan \bar{y}_1 dan tak ada data yang dapat digunakan untuk menghitung baik \bar{y}_2 sehingga pengaruh blok kedua dalam C_2 bila dua rataan tersebut dikurangkan.
3. Dari blok 3, satu pengamatan digunakan dalam penghitungan tiap \bar{y}_1 dan \bar{y}_2 , sehingga pengaruh blok ketiga masuk dan pergi C_2 bila dua rataan tersebut dikurangkan.

Dengan demikian, kita tidak tahu berapa bagian dari nilai pengamatan untuk C_2 diakibatkan oleh pengaruh perlakuan dan berapa bagian diakibatkan pengaruh blok. Demikian juga kontras lainnya. Sekarang perlu didefinisikan konsep pengaruh terkontaminasi.

Definisi. *Dua faktor dikatakan terbaaur jika pengaruh-pengaruhnya saling berhubungan sedemikian rupa sehingga banyaknya kontribusi tiap faktor tak dapat dipisahkan.*

Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa suatu percobaan blok tak lengkap baik karena adanya tak kesengajaan ataupun yang sengaja dirancang, memiliki beberapa komponen perlakuan yang terbaaur dengan pengaruh blok tak lengkap.

Percobaan Faktorial 2^2 dalam Rancangan Blok Tak Lengkap

Kita mungkin tak habis berfikir bahwa tak perlu mempertimbangkan pembauran dengan jumlah perlakuan yang kecil. Karena semua ini hanya diperlukan blok berukuran 4 satuan percobaan. Di lain pihak, blok berukuran 2 satuan percobaan mungkin lebih homogen daripada blok berukuran 4 satuan percobaan.

Dengan empat perlakuan, dimana blok hanya dapat menampung dua perlakuan, maka diperlukan dua buah blok untuk satu ulangan yang lengkap dari perlakuan yang ada. Kita harus memutuskan perlakuan mana yang harus ada pada blok satu dan mana yang ada di blok lainnya. Misalkan kita putuskan untuk menggunakan satu ulangan dari perlakuan dengan alokasi blok tak lengkap seperti berikut

$$\begin{aligned} \text{Blok 1: } & (1) \quad a \\ & b \quad ab \\ \text{Blok 2: } & b \quad ab \end{aligned} \tag{13.1}$$

Sekarang perhatikan kontras perlakuan yang menghitung pengaruh utama A dan B, serta interaksi antara A dan B yang dapat dinyatakan seperti berikut:

$$\begin{aligned} \text{Pengaruh Utama A } C_1 &= -(1) - b + a + ab \\ \text{Pengaruh Utama B } C_2 &= -(1) + b - a + ab \\ \text{Interaksi A dan B } C_3 &= +(1) - b - a + ab \end{aligned} \tag{13.2}$$

dimana simbol (1), a, b, dan ab melambangkan perlakuan seperti telah dibahas dalam Bab Percobaan Faktorial.

Dengan demikian kontras pertama dan ketiga bebas dari pengaruh blok, tetapi kontras kedua tidak. Kenyataannya, bila kita misalkan B_1 dan B_2 melambangkan total blok dalam 13.1 kontras kedua dapat dituliskan sebagai

$$C_2 = B_1 - B_2 \quad (13.3)$$

sehingga dapat dikatakan bahwa pengaruh utama B terbaur dengan dua blok tak lengkap, atau singkatnya B terbaur dalam blok.

Penghitungan jumlah kuadratnya, juga berdasarkan kontras yang dapat dituliskan kembali seperti berikut:

$$\begin{aligned} JK[A] &= JK[C_1] = C_1^2 / [1+1+1+1] \\ JK[B] &= JK[C_2] = C_2^2 / [1+1+1+1] \\ JK[AB] &= JK[C_3] = C_3^2 / [1+1+1+1] \end{aligned} \quad (13.4)$$

Dalam percobaan ini, terdapat dua derajat bebas tunggal antar blok-blok tak lengkap. Akibatnya, jumlah kuadrat blok tak lengkap dihitung dari kontras total blok dalam 13.3. Sudah disebutkan terdahulu bahwa kontras ini juga sebagai kontras pengaruh utama B; dengan demikian, jumlah kuadrat blok tak lengkap identik dengan jumlah kuadrat pengaruh terbaur. Secara umum, bila jumlah kuadrat jumlah kuadrat dan derajat bebas derajat bebas untuk blok tak lengkap dan pengaruh terbaur identik, dikatakan bahwa pengaruh-pengaruh tersebut terbaur lengkap dalam blok (tak lengkap).

Tabel analisis keragaman percobaan 2^2 dalam RBTL atau RAKTL (Rancangan Acak Kelompok Tak Lengkap) dapat dilihat sebagai berikut:

Sumber keragaman	Derajat Bebas
Blok (=B)	1
A	1
AB	1

Selain menggunakan skema pada 13.1, dapat digunakan skema lainnya, yaitu

$$\begin{aligned} \text{Blok 1: } & (1) \quad b \\ \text{Blok 2: } & a \quad ab \end{aligned} \quad (13.5)$$

dan

$$\begin{aligned} \text{Blok 1: } & (1) \quad ab \\ \text{Blok 2: } & a \quad b \end{aligned} \quad (13.6)$$

yang menunjukkan berturut-turut bahwa A dan AB terbaur lengkap dalam blok. Skema mana yang ingin digunakan dalam percobaan tergantung pada dua komponen mana yang paling penting, atau satu komponen mana yang ingin dikorbankan.

Percobaan Faktorial 2^3 dalam Rancangan Blok Tak Lengkap

Dengan tiga faktor yang masing-masing memiliki dua taraf, akan diperoleh kombinasi 8 perlakuan. Kelompok akan lengkap bila dapat menampung ke delapan kombinasi perlakuan ini. Dan tentunya dikatakan tak lengkap bila hanya menampung atau berukuran 2 atau 4 satuan percobaan.

Penggunaan blok berukuran 4 akan diperlukan 2 blok untuk satu kali ulangan perlakuan. Karena ada 1 derajat bebas antar dua blok, satu dari pengaruh utama atau interaksi harus terbaur dengan blok tak lengkap untuk tiap ulangan lengkap perlakuan. Misalkan kita ingin membaurkan interaksi ABC dengan blok tak lengkap. Untuk itu perlu dituliskan untuk menghitung kontrasnya terlebih dahulu, sebagai berikut:

$$C_{ABC} = -(1) + a + b + c - ab - ac - bc + abc \quad (13.7)$$

Perlakuan-perlakuan yang bertanda sama dalam penghitungan kontras ABC diletakkan pada blok tak lengkap yang sama. Dengan demikian alokasi perlakuan dalam tiap blok berukuran 4 tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} \text{Blok 1 } a \quad b \quad c \quad abc \\ \text{Blok 2 } (1) \quad ab \quad ac \quad bc \end{array} \quad (13.8)$$

Kontras pada 13.7 dapat dituliskan sebagai $C_{ABC} = B_1 - B_2$ dimana B_1 dan B_2 adalah total blok blok 1 dan 2. Jumlah kuadrat pengaruh terbaur ABC sama dengan jumlah kuadrat dari blok.

Penggunaan blok berukuran 2 akan diperlukan 4 blok untuk satu kali ulangan perlakuan. Karena ada 3 derajat bebas antar empat blok, tiga perlakuan harus terbaur dengan blok tak lengkap untuk tiap ulangan lengkap perlakuan. Walaupun tak secara jelas, hanya diperlukan dua perlakuan mana yang harus terbaur dalam blok. Pengaruh terbaur ketiga dengan sendirinya akan diketahui. Misalkan kita ingin membaurkan interaksi AB dan AC dengan blok tak lengkap. Empat komposisi blok adalah perlakuan-perlakuan dua kontras ini yang masuk

1. positif baik dalam AB dan AC
2. positif dalam AB, negatif dalam AC
3. negatif dalam AB, positif dalam AC
4. negatif baik dalam AB dan AC.

Untuk itu perlu dituliskan untuk menghitung kontrasnya terlebih dulu, sebagai berikut:

$$\begin{array}{l} C_{AB} = (1) - a - b + c + ab - ac - bc + abc \\ C_{AC} = (1) - a + b - c - ab + ac - bc + abc \end{array} \quad (13.9)$$

Perlakuan-perlakuan yang bertanda sama dalam penghitungan kontras AB dan AC diletakkan pada blok tak lengkap yang sama. Dengan demikian alokasi perlakuan dalam tiap blok berukuran 2 tersebut adalah sebagai berikut:

<i>Blok</i>	1	(1)	<i>abc</i>	
<i>Blok</i>	2	<i>a</i>	<i>bc</i>	
<i>Blok</i>	3	<i>c</i>	<i>ab</i>	(13.10)
<i>Blok</i>	4	<i>b</i>	<i>ac</i>	

Bila B_1 , B_2 , B_3 , dan B_4 merupakan total blok, dua kontras dalam 13.9 dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} C_{AB} &= B_1 - B_2 + B_3 - B_4 \\ C_{AC} &= B_1 - B_2 - B_3 + B_4 \end{aligned} \quad (13.11)$$

dan perbandingan ketiga yang ortogonal terhadap kontras dalam 13.11 adalah

$$C_3 = B_1 + B_2 - B_3 - B_4 \quad (13.12)$$

Bila kita perhatikan bahwa C_3 ini adalah kontras untuk mengukur interaksi BC.

Catatan Khusus

Untuk diskusi tentang penghitungan jumlah kuadrat dan pengisian dalam tabel analisis keragaman, tentunya analog dengan teladan yang sudah-sudah. Dalam percobaan faktorial 2^n dengan blok tak lengkap dan faktorial lainnya dengan blok tak lengkap akan dipelajari nanti dalam edisi Rancangan Percobaan Lanjut. Ide dari penyampaian bahan ini adalah untuk mengantarkan atau menyampaikan bahwa terdapat hal-hal lain dari aspek rancangan percobaan yang bukan merupakan hal seperti biasanya atau tidak baku, sehingga memerlukan penanganan tersendiri.

Daftar Pustaka

- Box, G.E.P and D.R. Cox. 1964. An Analysis of transformations. *J. R. Stat. Soc B*. **26**, 211-252.
- Christensen, R. 1987. *Plane Answers to Complex Questions: The Theory of Linear Models*. Springer-verlag. New York.
- D'Agostino, R.B. 1971. An Omnibus test of normality for moderate and large samples. *Biometrika* **58**, 341-348.
- D'Agostino, R.B. 1972. Small Sample probability points for the D test of normality. *Biometrika* **59**, 219-221.
- Daniel, W.W. 1978. *Biostatistics: A Foundations for Analysis in the Health Sciences*. 2nd ed. John Willey & Sons. New York.
- Dunn. O.J. and V.A. Clark. *Applied Statistics: Analysis of Variance and Regression*. John Willey & Sons. New York.
- Graybill, F.A. 1976. *Theory and Application of Linear Model.* Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Software. Pacific Grove.
- Hicks, C.R. 1982. *Fundamental Concepts in Design of Experiments*. 3rd ed. Holt, Rinehart, and Winston. New York.
- Lentner, M. and T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*. Valley Book Company. Blacksburg.
- Little. T.M. and F.J. Hills. 1978. *Agricultural Experimentation: Design and Analysis*. John Willey & Sons. New York.
- Milliken, G.A. and D.E. Johnson. 1984. *Analysis of Messy Data. Volume I: Design Experiments*. Vam Nostrand Reinhold Company. New York.
- Myers, R.H. 1971. *Response Surface Methodology*. Allyn and Bacon, Inc. Boston.

- Shapiro, S.S. and M.B. Wilk. 1965. An Analysis-of-variance test for normality. *Biometrika*, **52** 591-611.
- Snedecor, G.W., and W.G. Cochran. 1980 *Statistical Methodes*. 7th ed. The Iowa State University Press.. Ames.
- Tukey, J.W. 1957. On the Comparative anatomy of comparisons. *Ann.Math.Stat.*,**28**. 602-632.
- Weisberg,. S. 1980. *Applied Linear Regression*. John Willey & Sons. New York.

LAMPIRAN

Sebagian isi tabel dibangkitkan dengan menggunakan
Fungsi-fungsi yang tersedia pada
Microsoft Excel[®]

Oleh : Sigit Nugroho

Tabel Lampiran 1. Sebaran Kumulatif Normal Baku.

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359

... Lanjutan

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Tabel Lampiran 2. Tabel Sebaran Kai-kuadrat

db	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100
1	10,828	7,879	6,635	5,024	3,841	2,706
2	13,816	10,597	9,210	7,378	5,991	4,605
3	16,266	12,838	11,345	9,348	7,815	6,251
4	18,467	14,860	13,277	11,143	9,488	7,779
5	20,515	16,750	15,086	12,833	11,070	9,236
6	22,458	18,548	16,812	14,449	12,592	10,645
7	24,322	20,278	18,475	16,013	14,067	12,017
8	26,124	21,955	20,090	17,535	15,507	13,362
9	27,877	23,589	21,666	19,023	16,919	14,684
10	29,588	25,188	23,209	20,483	18,307	15,987
11	31,264	26,757	24,725	21,920	19,675	17,275
12	32,909	28,300	26,217	23,337	21,026	18,549
13	34,528	29,819	27,688	24,736	22,362	19,812
14	36,123	31,319	29,141	26,119	23,685	21,064
15	37,697	32,801	30,578	27,488	24,996	22,307
16	39,252	34,267	32,000	28,845	26,296	23,542
17	40,790	35,718	33,409	30,191	27,587	24,769
18	42,312	37,156	34,805	31,526	28,869	25,989
19	43,820	38,582	36,191	32,852	30,144	27,204
20	45,315	39,997	37,566	34,170	31,410	28,412
21	46,797	41,401	38,932	35,479	32,671	29,615
22	48,268	42,796	40,289	36,781	33,924	30,813
23	49,728	44,181	41,638	38,076	35,172	32,007
24	51,179	45,559	42,980	39,364	36,415	33,196
25	52,620	46,928	44,314	40,646	37,652	34,382
26	54,052	48,290	45,642	41,923	38,885	35,563
27	55,476	49,645	46,963	43,195	40,113	36,741
28	56,892	50,993	48,278	44,461	41,337	37,916
29	58,301	52,336	49,588	45,722	42,557	39,087
30	59,703	53,672	50,892	46,979	43,773	40,256
40	73,402	66,766	63,691	59,342	55,758	51,805
50	86,661	79,490	76,154	71,420	67,505	63,167

... Lanjutan

db	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	0,016	0,004	0,001	0,000	0,000	0,000
2	0,211	0,103	0,051	0,020	0,010	0,002
3	0,584	0,352	0,216	0,115	0,072	0,024
4	1,064	0,711	0,484	0,297	0,207	0,091
5	1,610	1,145	0,831	0,554	0,412	0,210
6	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676	0,381
7	2,833	2,167	1,690	1,239	0,989	0,598
8	3,490	2,733	2,180	1,646	1,344	0,857
9	4,168	3,325	2,700	2,088	1,735	1,152
10	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156	1,479
11	5,578	4,575	3,816	3,053	2,603	1,834
12	6,304	5,226	4,404	3,571	3,074	2,214
13	7,042	5,892	5,009	4,107	3,565	2,617
14	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075	3,041
15	8,547	7,261	6,262	5,229	4,601	3,483
16	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142	3,942
17	10,085	8,672	7,564	6,408	5,697	4,416
18	10,865	9,390	8,231	7,015	6,265	4,905
19	11,651	10,117	8,907	7,633	6,844	5,407
20	12,443	10,851	9,591	8,260	7,434	5,921
21	13,240	11,591	10,283	8,897	8,034	6,447
22	14,041	12,338	10,982	9,542	8,643	6,983
23	14,848	13,091	11,689	10,196	9,260	7,529
24	15,659	13,848	12,401	10,856	9,886	8,085
25	16,473	14,611	13,120	11,524	10,520	8,649
26	17,292	15,379	13,844	12,198	11,160	9,222
27	18,114	16,151	14,573	12,879	11,808	9,803
28	18,939	16,928	15,308	13,565	12,461	10,391
29	19,768	17,708	16,047	14,256	13,121	10,986
30	20,599	18,493	16,791	14,953	13,787	11,588
40	29,051	26,509	24,433	22,164	20,707	17,916
50	37,689	34,764	32,357	29,707	27,991	24,674

Tabel Lampiran 3. Sebaran *t-student*

	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
1	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552
21	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505
23	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467
25	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435
27	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408
29	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232
inf	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090

Tabel Lampiran 4. Sebaran F

db- 2	alpha	Db-1							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,100	39,86	49,50	53,59	55,83	57,24	58,20	58,91	59,44
	0,050	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88
	0,010	4052,18	4999,50	5403,35	5624,58	5763,65	5858,99	5928,36	5981,07
2	0,100	8,53	9,00	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37
	0,050	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37
	0,010	98,50	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,37
3	0,100	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25
	0,050	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85
	0,010	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49
4	0,100	4,54	4,32	4,19	4,11	4,05	4,01	3,98	3,95
	0,050	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04
	0,010	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80
5	0,100	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34
	0,050	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82
	0,010	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29
6	0,100	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,01	2,98
	0,050	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15
	0,010	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10
7	0,100	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75
	0,050	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73
	0,010	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84
8	0,100	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59
	0,050	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44
	0,010	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03

... Lanjutan

db-2	alpha	db-1							
		1	2	3	4	5	6	7	8
9	0,100	3,36	3,01	2,81	2,69	2,61	2,55	2,51	2,47
	0,050	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23
	0,010	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47
10	0,100	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38
	0,050	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07
	0,010	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06
11	0,100	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30
	0,050	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95
	0,010	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74
12	0,100	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24
	0,050	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85
	0,010	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50
13	0,100	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20
	0,050	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77
	0,010	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30
14	0,100	3,10	2,73	2,52	2,39	2,31	2,24	2,19	2,15
	0,050	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70
	0,010	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14
15	0,100	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12
	0,050	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64
	0,010	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00
16	0,100	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09
	0,050	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59
	0,010	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89

... Lanjutan

db- 2	alpha	db-1							
		1	2	3	4	5	6	7	8
17	0,100	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06
	0,050	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55
	0,010	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79
18	0,100	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,08	2,04
	0,050	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51
	0,010	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71
19	0,100	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02
	0,050	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48
	0,010	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63
20	0,100	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00
	0,050	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45
	0,010	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56
21	0,100	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98
	0,050	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42
	0,010	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51
22	0,100	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97
	0,050	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40
	0,010	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45
23	0,100	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95
	0,050	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37
	0,010	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41
24	0,100	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94
	0,050	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36
	0,010	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36

... Lanjutan

db-2	alpha	db-1							
		9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,100	59,86	60,19	60,47	60,71	60,90	61,07	61,22	61,35
	0,050	240,54	241,88	242,98	243,91	244,69	245,36	245,95	246,46
	0,010	6022,47	6055,85	6083,32	6106,32	6125,86	6142,67	6157,28	6170,10
2	0,100	9,38	9,39	9,40	9,41	9,41	9,42	9,42	9,43
	0,050	19,38	19,40	19,40	19,41	19,42	19,42	19,43	19,43
	0,010	99,39	99,40	99,41	99,42	99,42	99,43	99,43	99,44
3	0,100	5,24	5,23	5,22	5,22	5,21	5,20	5,20	5,20
	0,050	8,81	8,79	8,76	8,74	8,73	8,71	8,70	8,69
	0,010	27,35	27,23	27,13	27,05	26,98	26,92	26,87	26,83
4	0,100	3,94	3,92	3,91	3,90	3,89	3,88	3,87	3,86
	0,050	6,00	5,96	5,94	5,91	5,89	5,87	5,86	5,84
	0,010	14,66	14,55	14,45	14,37	14,31	14,25	14,20	14,15
5	0,100	3,32	3,30	3,28	3,27	3,26	3,25	3,24	3,23
	0,050	4,77	4,74	4,70	4,68	4,66	4,64	4,62	4,60
	0,010	10,16	10,05	9,96	9,89	9,82	9,77	9,72	9,68
6	0,100	2,96	2,94	2,92	2,90	2,89	2,88	2,87	2,86
	0,050	4,10	4,06	4,03	4,00	3,98	3,96	3,94	3,92
	0,010	7,98	7,87	7,79	7,72	7,66	7,60	7,56	7,52
7	0,100	2,72	2,70	2,68	2,67	2,65	2,64	2,63	2,62
	0,050	3,68	3,64	3,60	3,57	3,55	3,53	3,51	3,49
	0,010	6,72	6,62	6,54	6,47	6,41	6,36	6,31	6,28
8	0,100	2,56	2,54	2,52	2,50	2,49	2,48	2,46	2,45
	0,050	3,39	3,35	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,20
	0,010	5,91	5,81	5,73	5,67	5,61	5,56	5,52	5,48

... Lanjutan

db- 2	alpha	db-1								
		9	10	11	12	13	14	15	16	
9	0,100	2,44	2,42	2,40	2,38	2,36	2,35	2,34	2,33	
	0,050	3,18	3,14	3,10	3,07	3,05	3,03	3,01	2,99	
	0,010	5,35	5,26	5,18	5,11	5,05	5,01	4,96	4,92	
10	0,100	2,35	2,32	2,30	2,28	2,27	2,26	2,24	2,23	
	0,050	3,02	2,98	2,94	2,91	2,89	2,86	2,85	2,83	
	0,010	4,94	4,85	4,77	4,71	4,65	4,60	4,56	4,52	
11	0,100	2,27	2,25	2,23	2,21	2,19	2,18	2,17	2,16	
	0,050	2,90	2,85	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,70	
	0,010	4,63	4,54	4,46	4,40	4,34	4,29	4,25	4,21	
12	0,100	2,21	2,19	2,17	2,15	2,13	2,12	2,10	2,09	
	0,050	2,80	2,75	2,72	2,69	2,66	2,64	2,62	2,60	
	0,010	4,39	4,30	4,22	4,16	4,10	4,05	4,01	3,97	
13	0,100	2,16	2,14	2,12	2,10	2,08	2,07	2,05	2,04	
	0,050	2,71	2,67	2,63	2,60	2,58	2,55	2,53	2,51	
	0,010	4,19	4,10	4,02	3,96	3,91	3,86	3,82	3,78	
14	0,100	2,12	2,10	2,07	2,05	2,04	2,02	2,01	2,00	
	0,050	2,65	2,60	2,57	2,53	2,51	2,48	2,46	2,44	
	0,010	4,03	3,94	3,86	3,80	3,75	3,70	3,66	3,62	
15	0,100	2,09	2,06	2,04	2,02	2,00	1,99	1,97	1,96	
	0,050	2,59	2,54	2,51	2,48	2,45	2,42	2,40	2,38	
	0,010	3,89	3,80	3,73	3,67	3,61	3,56	3,52	3,49	
16	0,100	2,06	2,03	2,01	1,99	1,97	1,95	1,94	1,93	
	0,050	2,54	2,49	2,46	2,42	2,40	2,37	2,35	2,33	
	0,010	3,78	3,69	3,62	3,55	3,50	3,45	3,41	3,37	

... Lanjutan

db-2	alpha	db-1							
		9	10	11	12	13	14	15	16
17	0,100	2,03	2,00	1,98	1,96	1,94	1,93	1,91	1,90
	0,050	2,49	2,45	2,41	2,38	2,35	2,33	2,31	2,29
	0,010	3,68	3,59	3,52	3,46	3,40	3,35	3,31	3,27
18	0,100	2,00	1,98	1,95	1,93	1,92	1,90	1,89	1,87
	0,050	2,46	2,41	2,37	2,34	2,31	2,29	2,27	2,25
	0,010	3,60	3,51	3,43	3,37	3,32	3,27	3,23	3,19
19	0,100	1,98	1,96	1,93	1,91	1,89	1,88	1,86	1,85
	0,050	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,21
	0,010	3,52	3,43	3,36	3,30	3,24	3,19	3,15	3,12
20	0,100	1,96	1,94	1,91	1,89	1,87	1,86	1,84	1,83
	0,050	2,39	2,35	2,31	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18
	0,010	3,46	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,09	3,05
21	0,100	1,95	1,92	1,90	1,87	1,86	1,84	1,83	1,81
	0,050	2,37	2,32	2,28	2,25	2,22	2,20	2,18	2,16
	0,010	3,40	3,31	3,24	3,17	3,12	3,07	3,03	2,99
22	0,100	1,93	1,90	1,88	1,86	1,84	1,83	1,81	1,80
	0,050	2,34	2,30	2,26	2,23	2,20	2,17	2,15	2,13
	0,010	3,35	3,26	3,18	3,12	3,07	3,02	2,98	2,94
23	0,100	1,92	1,89	1,87	1,84	1,83	1,81	1,80	1,78
	0,050	2,32	2,27	2,24	2,20	2,18	2,15	2,13	2,11
	0,010	3,30	3,21	3,14	3,07	3,02	2,97	2,93	2,89
24	0,100	1,91	1,88	1,85	1,83	1,81	1,80	1,78	1,77
	0,050	2,30	2,25	2,22	2,18	2,15	2,13	2,11	2,09
	0,010	3,26	3,17	3,09	3,03	2,98	2,93	2,89	2,85

... Lanjutan

db-2	alpha	db-1							
		17	18	19	20	21	22	23	24
1	0,100	61,46	61,57	61,66	61,74	61,81	61,88	61,95	62,00
	0,050	246,92	247,32	247,69	248,01	248,31	248,58	248,83	249,05
	0,010	6181,43	6191,53	6200,58	6208,73	6216,12	6222,84	6228,99	6234,63
2	0,100	9,43	9,44	9,44	9,44	9,44	9,45	9,45	9,45
	0,050	19,44	19,44	19,44	19,45	19,45	19,45	19,45	19,45
	0,010	99,44	99,44	99,45	99,45	99,45	99,45	99,46	99,46
3	0,100	5,19	5,19	5,19	5,18	5,18	5,18	5,18	5,18
	0,050	8,68	8,67	8,67	8,66	8,65	8,65	8,64	8,64
	0,010	26,79	26,75	26,72	26,69	26,66	26,64	26,62	26,60
4	0,100	3,86	3,85	3,85	3,84	3,84	3,84	3,83	3,83
	0,050	5,83	5,82	5,81	5,80	5,79	5,79	5,78	5,77
	0,010	14,11	14,08	14,05	14,02	13,99	13,97	13,95	13,93
5	0,100	3,22	3,22	3,21	3,21	3,20	3,20	3,19	3,19
	0,050	4,59	4,58	4,57	4,56	4,55	4,54	4,53	4,53
	0,010	9,64	9,61	9,58	9,55	9,53	9,51	9,49	9,47
6	0,100	2,85	2,85	2,84	2,84	2,83	2,83	2,82	2,82
	0,050	3,91	3,90	3,88	3,87	3,86	3,86	3,85	3,84
	0,010	7,48	7,45	7,42	7,40	7,37	7,35	7,33	7,31
7	0,100	2,61	2,61	2,60	2,59	2,59	2,58	2,58	2,58
	0,050	3,48	3,47	3,46	3,44	3,43	3,43	3,42	3,41
	0,010	6,24	6,21	6,18	6,16	6,13	6,11	6,09	6,07
8	0,100	2,45	2,44	2,43	2,42	2,42	2,41	2,41	2,40
	0,050	3,19	3,17	3,16	3,15	3,14	3,13	3,12	3,12
	0,010	5,44	5,41	5,38	5,36	5,34	5,32	5,30	5,28

... Lanjutan

db-2	alpha	db-1							
		17	18	19	20	21	22	23	24
9	0,100	2,32	2,31	2,30	2,30	2,29	2,29	2,28	2,28
	0,050	2,97	2,96	2,95	2,94	2,93	2,92	2,91	2,90
	0,010	4,89	4,86	4,83	4,81	4,79	4,77	4,75	4,73
10	0,100	2,22	2,22	2,21	2,20	2,19	2,19	2,18	2,18
	0,050	2,81	2,80	2,79	2,77	2,76	2,75	2,75	2,74
	0,010	4,49	4,46	4,43	4,41	4,38	4,36	4,34	4,33
11	0,100	2,15	2,14	2,13	2,12	2,12	2,11	2,11	2,10
	0,050	2,69	2,67	2,66	2,65	2,64	2,63	2,62	2,61
	0,010	4,18	4,15	4,12	4,10	4,08	4,06	4,04	4,02
12	0,100	2,08	2,08	2,07	2,06	2,05	2,05	2,04	2,04
	0,050	2,58	2,57	2,56	2,54	2,53	2,52	2,51	2,51
	0,010	3,94	3,91	3,88	3,86	3,84	3,82	3,80	3,78
13	0,100	2,03	2,02	2,01	2,01	2,00	1,99	1,99	1,98
	0,050	2,50	2,48	2,47	2,46	2,45	2,44	2,43	2,42
	0,010	3,75	3,72	3,69	3,66	3,64	3,62	3,60	3,59
14	0,100	1,99	1,98	1,97	1,96	1,96	1,95	1,94	1,94
	0,050	2,43	2,41	2,40	2,39	2,38	2,37	2,36	2,35
	0,010	3,59	3,56	3,53	3,51	3,48	3,46	3,44	3,43
15	0,100	1,95	1,94	1,93	1,92	1,92	1,91	1,90	1,90
	0,050	2,37	2,35	2,34	2,33	2,32	2,31	2,30	2,29
	0,010	3,45	3,42	3,40	3,37	3,35	3,33	3,31	3,29
16	0,100	1,92	1,91	1,90	1,89	1,88	1,88	1,87	1,87
	0,050	2,32	2,30	2,29	2,28	2,26	2,25	2,24	2,24
	0,010	3,34	3,31	3,28	3,26	3,24	3,22	3,20	3,18

... Lanjutan

db- 2	alpha	db-1							
		17	18	19	20	21	22	23	24
17	0,100	1,89	1,88	1,87	1,86	1,86	1,85	1,84	1,84
	0,050	2,27	2,26	2,24	2,23	2,22	2,21	2,20	2,19
	0,010	3,24	3,21	3,19	3,16	3,14	3,12	3,10	3,08
18	0,100	1,86	1,85	1,84	1,84	1,83	1,82	1,82	1,81
	0,050	2,23	2,22	2,20	2,19	2,18	2,17	2,16	2,15
	0,010	3,16	3,13	3,10	3,08	3,05	3,03	3,02	3,00
19	0,100	1,84	1,83	1,82	1,81	1,81	1,80	1,79	1,79
	0,050	2,20	2,18	2,17	2,16	2,14	2,13	2,12	2,11
	0,010	3,08	3,05	3,03	3,00	2,98	2,96	2,94	2,92
20	0,100	1,82	1,81	1,80	1,79	1,79	1,78	1,77	1,77
	0,050	2,17	2,15	2,14	2,12	2,11	2,10	2,09	2,08
	0,010	3,02	2,99	2,96	2,94	2,92	2,90	2,88	2,86
21	0,100	1,80	1,79	1,78	1,78	1,77	1,76	1,75	1,75
	0,050	2,14	2,12	2,11	2,10	2,08	2,07	2,06	2,05
	0,010	2,96	2,93	2,90	2,88	2,86	2,84	2,82	2,80
22	0,100	1,79	1,78	1,77	1,76	1,75	1,74	1,74	1,73
	0,050	2,11	2,10	2,08	2,07	2,06	2,05	2,04	2,03
	0,010	2,91	2,88	2,85	2,83	2,81	2,78	2,77	2,75
23	0,100	1,77	1,76	1,75	1,74	1,74	1,73	1,72	1,72
	0,050	2,09	2,08	2,06	2,05	2,04	2,02	2,01	2,01
	0,010	2,86	2,83	2,80	2,78	2,76	2,74	2,72	2,70
24	0,100	1,76	1,75	1,74	1,73	1,72	1,71	1,71	1,70
	0,050	2,07	2,05	2,04	2,03	2,01	2,00	1,99	1,98
	0,010	2,82	2,79	2,76	2,74	2,72	2,70	2,68	2,66

Tabel Lampiran 5. Titik Persentase Rasio F Maksimum

UPPER 5% POINTS											
$p \backslash k$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	39.0	87.5	142	202	266	333	403	475	550	626	704
3	15.4	27.8	39.2	50.7	62.0	72.9	83.5	93.9	104	114	124
4	9.69	15.5	20.6	25.2	29.5	33.6	37.5	41.1	44.6	48.0	51.4
5	7.15	10.8	13.7	16.3	18.7	20.8	22.9	24.7	26.5	28.2	29.9
6	5.82	8.38	10.4	12.1	13.7	15.0	16.3	17.5	18.6	19.7	20.7
7	4.99	6.94	8.44	9.70	10.8	11.8	12.7	13.5	14.3	15.1	15.8
8	4.43	6.00	7.18	8.12	9.03	9.78	10.5	11.1	11.7	12.2	12.7
9	4.03	5.34	6.31	7.11	7.80	8.41	8.95	9.45	9.91	10.3	10.7
10	3.72	4.85	5.67	6.34	6.92	7.42	7.87	8.28	8.66	9.01	9.34
12	3.28	4.16	4.79	5.30	5.72	6.09	6.42	6.72	7.00	7.25	7.48
15	2.86	3.54	4.01	4.37	4.68	4.95	5.19	5.40	5.59	5.77	5.93
20	2.46	2.95	3.29	3.54	3.76	3.94	4.10	4.24	4.37	4.49	4.59
30	2.07	2.40	2.61	2.78	2.91	3.02	3.12	3.21	3.29	3.36	3.39
60	1.67	1.85	1.96	2.04	2.11	2.17	2.22	2.26	2.30	2.33	2.36
∞	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

UPPER 1% POINTS											
$p \backslash k$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	199	448	729	1036	1362	1705	2063	2432	2813	3204	3605
3	47.5	85	120	151	184	21(6)	24(9)	28(1)	31(0)	33(7)	36(1)
4	23.2	37	49	59	69	79	89	97	106	113	120
5	14.9	22	28	33	38	42	46	50	54	57	60
6	11.1	15.5	19.1	22	25	27	30	32	34	36	37
7	8.89	12.1	14.5	16.5	18.4	20	22	23	24	26	27
8	7.50	9.9	11.7	13.2	14.5	15.8	16.9	17.9	18.9	19.8	21
9	6.54	8.5	9.9	11.1	12.1	13.1	13.9	14.7	15.3	16.0	16.6
10	5.85	7.4	8.6	9.6	10.4	11.1	11.8	12.4	12.9	13.4	13.9
12	4.91	6.1	6.9	7.6	8.2	8.7	9.1	9.5	9.9	10.2	10.6
15	4.07	4.9	5.5	6.0	6.4	6.7	7.1	7.3	7.5	7.8	8.0
20	3.32	3.8	4.3	4.6	4.9	5.1	5.3	5.5	5.6	5.8	5.9
30	2.63	3.0	3.3	3.4	3.6	3.7	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2
60	1.96	2.2	2.3	2.4	2.4	2.5	2.5	2.6	2.6	2.7	2.7
∞	1.00	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 6. Titik Kritis Bonferroni

VALUES OF c FOR $1 - \alpha = .95$
 $\int_{-\infty}^c f^{(m)}(t) dt = 1 - \frac{.05}{2m}$

$m \backslash v$	5	7	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
2	3.17	2.84	2.64	2.56	2.49	2.42	2.39	2.36	2.33	2.30	2.27	2.24
3	3.54	3.13	2.87	2.78	2.69	2.61	2.58	2.54	2.50	2.47	2.43	2.39
4	3.81	3.34	3.04	2.94	2.84	2.75	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	2.50
5	4.04	3.50	3.17	3.06	2.95	2.85	2.80	2.75	2.71	2.66	2.62	2.58
6	4.22	3.64	3.28	3.15	3.04	2.93	2.88	2.83	2.78	2.73	2.68	2.64
7	4.38	3.76	3.37	3.24	3.11	3.00	2.94	2.89	2.84	2.79	2.74	2.69
8	4.53	3.86	3.45	3.31	3.18	3.06	3.00	2.94	2.89	2.84	2.79	2.74
9	4.66	3.95	3.52	3.37	3.24	3.11	3.05	2.99	2.93	2.88	2.83	2.77
10	4.78	4.03	3.58	3.43	3.29	3.16	3.09	3.03	2.97	2.92	2.86	2.81
15	5.25	4.36	3.83	3.65	3.48	3.33	3.26	3.19	3.12	3.06	2.99	2.94
20	5.60	4.59	4.01	3.80	3.62	3.46	3.38	3.30	3.23	3.16	3.09	3.02
25	5.89	4.78	4.15	3.93	3.74	3.55	3.47	3.39	3.31	3.24	3.16	3.09
30	6.15	4.95	4.27	4.04	3.82	3.63	3.54	3.46	3.38	3.30	3.22	3.15
35	6.36	5.09	4.37	4.13	3.90	3.70	3.61	3.52	3.43	3.34	3.27	3.19
40	6.56	5.21	4.45	4.20	3.97	3.76	3.66	3.57	3.48	3.39	3.31	3.23
45	6.70	5.31	4.53	4.26	4.02	3.80	3.70	3.61	3.51	3.42	3.34	3.26
50	6.86	5.40	4.59	4.32	4.07	3.85	3.74	3.65	3.55	3.46	3.37	3.29
100	8.00	6.08	5.06	4.73	4.42	4.15	4.04	3.90	3.79	3.69	3.58	3.48
250	9.68	7.06	5.70	5.27	4.90	4.56	4.4*	4.2*	4.1*	3.97	3.83	3.72

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 6 ... lanjutan

VALUES OF c FOR $1 - \alpha = .99$

$$\int_{-\infty}^c f^{(m)}(t) dt = -\frac{.01}{2m}$$

$m \backslash v$	5	7	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
2	4.78	4.03	3.58	3.43	3.29	3.16	3.09	3.03	2.97	2.92	2.86	2.81
3	5.25	4.36	3.83	3.65	3.48	3.33	3.26	3.19	3.12	3.06	2.99	2.94
4	5.60	4.59	4.01	3.80	3.62	3.46	3.38	3.30	3.23	3.16	3.09	3.02
5	5.89	4.78	4.15	3.93	3.74	3.55	3.47	3.39	3.31	3.24	3.16	3.09
6	6.15	4.95	4.27	4.04	3.82	3.63	3.54	3.46	3.38	3.30	3.22	3.15
7	6.36	5.09	4.37	4.13	3.90	3.70	3.61	3.52	3.43	3.34	3.27	3.19
8	6.56	5.21	4.45	4.20	3.97	3.76	3.66	3.57	3.48	3.39	3.31	3.23
9	6.70	5.31	4.53	4.26	4.02	3.80	3.70	3.61	3.51	3.42	3.34	3.26
10	6.86	5.40	4.59	4.32	4.07	3.85	3.74	3.65	3.55	3.46	3.37	3.29
15	7.51	5.79	4.86	4.56	4.29	4.03	3.91	3.80	3.70	3.59	3.50	3.40
20	8.00	6.08	5.06	4.73	4.42	4.15	4.04	3.90	3.79	3.69	3.58	3.48
25	8.37	6.30	5.20	4.86	4.53	4.25	4.1*	3.98	3.88	3.76	3.64	3.54
30	8.68	6.49	5.33	4.95	4.61	4.33	4.2*	4.13	3.93	3.81	3.69	3.59
35	8.95	6.67	5.44	5.04	4.71	4.39	4.3*	4.26	3.97	3.84	3.73	3.63
40	9.19	6.83	5.52	5.12	4.78	4.46	4.3*	4.1*	4.01	3.89	3.77	3.66
45	9.41	6.93	5.60	5.20	4.84	4.52	4.3*	4.2*	4.1*	3.93	3.80	3.69
50	9.68	7.06	5.70	5.27	4.90	4.56	4.4*	4.2*	4.1*	3.97	3.83	3.72
100	11.04	7.80	6.20	5.70	5.20	4.80	4.7*	4.4*	4.5*		4.00	3.89
250	13.26	8.83	6.9*	6.3*	5.8*	5.2*	5.0*	4.9*	4.8*			4.11

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 7. Peluang Sebaran Multivariat-t

Entries are $t_{\alpha/2, q, m}$ where $P[\max\{T_i\} \leq t_{\alpha/2, q, m}] = 1 - \alpha$ and $(T_1, T_2, \dots, T_q)'$ is distributed $S(t; q, m; \mathbf{I})$.

$m \backslash q$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20
$1 - \alpha = .90$											
3	2.353	2.989	3.369	3.637	3.844	4.011	4.272	4.471	4.631	4.823	5.066
4	2.132	2.662	2.976	3.197	3.368	3.506	3.722	3.887	4.020	4.180	4.383
5	2.015	2.491	2.769	2.965	3.116	3.239	3.430	3.576	3.694	3.837	4.018
6	1.943	2.385	2.642	2.822	2.961	3.074	3.249	3.384	3.493	3.624	3.790
7	1.895	2.314	2.556	2.725	2.856	2.962	3.127	3.253	3.355	3.478	3.635
8	1.860	2.262	2.494	2.656	2.780	2.881	3.038	3.158	3.255	3.373	3.522
9	1.833	2.224	2.447	2.603	2.723	2.819	2.970	3.086	3.179	3.292	3.436
10	1.813	2.193	2.410	2.562	2.678	2.771	2.918	3.029	3.120	3.229	3.360
11	1.796	2.169	2.381	2.529	2.642	2.733	2.875	2.984	3.072	3.178	3.313
12	1.782	2.149	2.357	2.501	2.612	2.701	2.840	2.946	3.032	3.136	3.268
15	1.753	2.107	2.305	2.443	2.548	2.633	2.765	2.865	2.947	3.045	3.170
20	1.725	2.065	2.255	2.386	2.486	2.567	2.691	2.786	2.863	2.956	3.073
25	1.708	2.041	2.226	2.353	2.450	2.528	2.648	2.740	2.814	2.903	3.016
30	1.697	2.025	2.207	2.331	2.426	2.502	2.620	2.709	2.781	2.868	2.978
40	1.684	2.006	2.183	2.305	2.397	2.470	2.585	2.671	2.741	2.825	2.931
60	1.671	1.986	2.160	2.278	2.368	2.439	2.550	2.634	2.701	2.782	2.884
$1 - \alpha = .95$											
3	3.183	3.960	4.430	4.764	5.023	5.233	5.562	5.812	6.015	6.259	6.567
4	2.777	3.382	3.745	4.003	4.203	4.366	4.621	4.817	4.975	5.166	5.409
5	2.571	3.091	3.399	3.619	3.789	3.928	4.145	4.312	4.447	4.611	4.819
6	2.447	2.916	3.193	3.389	3.541	3.664	3.858	4.008	4.129	4.275	4.462
7	2.365	2.800	3.056	3.236	3.376	3.489	3.668	3.805	3.916	4.051	4.223
8	2.306	2.718	2.958	3.128	3.258	3.365	3.532	3.660	3.764	3.891	4.052
9	2.262	2.657	2.885	3.046	3.171	3.272	3.430	3.552	3.651	3.770	3.923
10	2.228	2.609	2.829	2.984	3.103	3.199	3.351	3.468	3.562	3.677	3.823

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 7 ... lanjutan

Entries are $t_{\alpha/2, q, m}$, where $P[\max\{T_i \leq t_{\alpha/2, q, m}, \text{ for } i = 1, 2, \dots, q\} = 1 - \alpha$ and $t = [T_1, T_2, \dots, T_q]'$ is distributed $S(t; q, m; \mathbf{1})$.

$m \backslash q$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20
------------------	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

$1 - \alpha = .95$

11	2.201	2.571	2.784	2.933	3.048	3.142	3.288	3.400	3.491	3.602	3.743
12	2.179	2.540	2.747	2.892	3.004	3.095	3.236	3.345	3.433	3.541	3.677
15	2.132	2.474	2.669	2.805	2.910	2.994	3.126	3.227	3.309	3.409	3.536
20	2.086	2.411	2.594	2.722	2.819	2.898	3.020	3.114	3.190	3.282	3.399
25	2.060	2.374	2.551	2.673	2.766	2.842	2.959	3.048	3.121	3.208	3.320
30	2.042	2.350	2.522	2.641	2.732	2.805	2.918	3.005	3.075	3.160	3.267
40	2.021	2.321	2.488	2.603	2.690	2.760	2.869	2.952	3.019	3.100	3.203
60	2.000	2.292	2.454	2.564	2.649	2.716	2.821	2.900	2.964	3.041	3.139

$1 - \alpha = .99$

3	5.841	7.127	7.914	8.479	8.919	9.277	9.838	10.269	10.616	11.034	11.559
4	4.604	5.462	5.985	6.362	6.656	6.897	7.274	7.565	7.801	8.087	8.451
5	4.032	4.700	5.106	5.398	5.625	5.812	6.106	6.333	6.519	6.744	7.050
6	3.707	4.271	4.611	4.855	5.046	5.202	5.449	5.640	5.796	5.985	6.250
7	3.500	3.998	4.296	4.510	4.677	4.814	5.031	5.198	5.335	5.502	5.716
8	3.355	3.809	4.080	4.273	4.424	4.547	4.742	4.894	5.017	5.168	5.361
9	3.250	3.672	3.922	4.100	4.239	4.353	4.532	4.672	4.785	4.924	5.103
10	3.169	3.567	3.801	3.969	4.098	4.205	4.373	4.503	4.609	4.739	4.905
11	3.106	3.485	3.707	3.865	3.988	4.087	4.247	4.370	4.470	4.593	4.750
12	3.055	3.418	3.631	3.782	3.899	3.995	4.146	4.263	4.359	4.475	4.625
15	2.947	3.279	3.472	3.608	3.714	3.800	3.935	4.040	4.125	4.229	4.363
20	2.845	3.149	3.323	3.446	3.541	3.617	3.738	3.831	3.907	3.999	4.117
25	2.788	3.075	3.239	3.354	3.442	3.514	3.626	3.713	3.783	3.869	3.978
30	2.750	3.027	3.185	3.295	3.379	3.448	3.555	3.637	3.704	3.785	3.889
40	2.705	2.969	3.119	3.223	3.303	3.367	3.468	3.545	3.607	3.683	3.780
60	2.660	2.913	3.055	3.154	3.229	3.290	3.384	3.456	3.515	3.586	3.676

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 8. Persentase Studentized Range

The entries are $q_{(0.95, m, n)}$, where $P[Q < q_{(0.95, m, n)}] = .95$.

$n \backslash m$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	17.97	26.98	32.82	37.08	40.41	43.12	45.40	47.36	49.07
2	6.08	8.33	9.80	10.88	11.74	12.44	13.03	13.54	13.99
3	4.50	5.91	6.82	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39
13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20
16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15
17	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07
19	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65
120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56
∞	2.77	3.31	3.63	3.89	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 8 ... lanjutan

The entries are $q_{05, m, n}$, where $P[Q < q_{05, m, n}] = .95$.

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
50.59	51.96	53.20	54.33	55.36	56.32	57.22	58.04	58.83	59.56
14.39	14.75	15.08	15.38	15.65	15.91	16.14	16.37	16.57	16.77
9.72	9.95	10.15	10.35	10.52	10.69	10.84	10.98	11.11	11.24
8.03	8.21	8.37	8.52	8.66	8.79	8.91	9.03	9.13	9.23
7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21
6.65	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59
6.30	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17
6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87
5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64
5.72	5.83	5.93	6.03	6.11	6.19	6.27	6.34	6.40	6.47
5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.13	6.20	6.27	6.33
5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21
5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	5.99	6.05	6.11
5.36	5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	5.85	5.91	5.97	6.03
5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.78	5.85	5.90	5.96
5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90
5.21	5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73	5.79	5.84
5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79
5.14	5.23	5.31	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75
5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.55	5.61	5.66	5.71
5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.49	5.55	5.59
4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.47
4.82	4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.22	5.27	5.31	5.36
4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13
4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.85	4.89	4.93	4.97	5.01

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 8 ... lanjutan

The entries are $q_{0.01(m,n)}$, where $P[Q < q_{0.01(m,n)}] = .99$.

$n \backslash m$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	90.03	135.0	164.3	185.6	202.2	215.8	227.	237.0	245.6
2	14.04	19.02	22.29	24.72	26.63	28.20	29.53	30.68	31.69
3	8.26	10.62	12.17	13.33	14.24	15.00	15.64	16.20	16.69
4	6.51	8.12	9.17	9.96	10.58	11.10	11.55	11.93	12.27
5	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24
6	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10
7	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.36
8	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86
9	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49
10	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21
11	4.39	5.15	5.62	5.97	6.25	6.48	6.67	6.84	6.99
12	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81
13	4.26	4.96	5.40	5.73	5.98	6.19	6.37	6.53	6.67
14	4.21	4.89	5.32	5.63	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54
15	4.17	4.84	5.25	5.56	5.80	5.99	6.16	6.31	6.44
16	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35
17	4.10	4.74	5.14	5.43	5.66	5.85	6.01	6.15	6.27
18	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20
19	4.05	4.67	5.05	5.33	5.55	5.73	5.89	6.02	6.14
20	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09
24	3.96	4.55	4.91	5.17	5.37	5.54	5.69	5.81	5.92
30	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76
40	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60
60	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45
120	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30
∞	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 8 ... lanjutan

The entries are $q_{(15, m, s)}$, where $P[Q < q_{(15, m, s)}] = .95$.

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
253.2	260.0	266.2	271.8	277.0	281.8	286.3	290.4	294.3	298.0
32.59	33.40	34.13	34.81	35.43	36.00	36.53	37.03	37.50	37.95
17.13	17.53	17.89	18.22	18.52	18.81	19.07	19.32	19.55	19.77
12.57	12.84	13.09	13.32	13.53	13.73	13.91	14.08	14.24	14.40
10.48	10.70	10.89	11.08	11.24	11.40	11.55	11.68	11.81	11.93
9.30	9.48	9.65	9.81	9.95	10.08	10.21	10.32	10.43	10.54
8.55	8.71	8.86	9.00	9.12	9.24	9.35	9.46	9.55	9.65
8.03	8.18	8.31	8.44	8.55	8.66	8.76	8.85	8.94	9.03
7.65	7.78	7.91	8.03	8.13	8.23	8.33	8.41	8.49	8.57
7.36	7.49	7.60	7.71	7.81	7.91	7.99	8.08	8.15	8.23
7.13	7.25	7.36	7.46	7.56	7.65	7.73	7.81	7.88	7.95
6.94	7.06	7.17	7.26	7.36	7.44	7.52	7.59	7.66	7.73
6.79	6.90	7.01	7.10	7.19	7.27	7.35	7.42	7.48	7.55
6.66	6.77	6.87	6.96	7.05	7.13	7.20	7.27	7.33	7.39
6.55	6.66	6.76	6.84	6.93	7.00	7.07	7.14	7.20	7.26
6.46	6.56	6.66	6.74	6.82	6.90	6.97	7.03	7.09	7.15
6.38	6.48	6.57	6.66	6.73	6.81	6.87	6.94	7.00	7.05
6.31	6.41	6.50	6.58	6.65	6.73	6.79	6.85	6.91	6.97
6.25	6.34	6.43	6.51	6.58	6.65	6.72	6.78	6.84	6.89
6.19	6.28	6.37	6.45	6.52	6.59	6.65	6.71	6.77	6.82
6.02	6.11	6.19	6.26	6.33	6.39	6.45	6.51	6.56	6.61
5.85	5.93	6.01	6.08	6.14	6.20	6.26	6.31	6.36	6.41
5.69	5.76	5.83	5.90	5.96	6.02	6.07	6.12	6.16	6.21
5.53	5.60	5.67	5.73	5.78	5.84	5.89	5.93	5.97	6.01
5.37	5.44	5.50	5.56	5.61	5.66	5.71	5.75	5.79	5.83
5.23	5.29	5.35	5.40	5.45	5.49	5.54	5.57	5.61	5.65

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 9. Persentase DNMRT

Error df	α	$r = \text{number of ordered steps between means}$														
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	
1	.05	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
	.01	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	.05	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.0
	.01	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	.05	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.5
	.01	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.0	9.1	9.2	9.3	9.3	
4	.05	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.0	
	.01	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.4	7.4	7.5	7.5	
5	.05	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.8
	.01	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.6	6.6	6.7	6.7	6.8	
6	.05	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.6
	.01	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.1	6.2	6.2	6.3	6.3	
7	.05	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.6
	.01	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	5.8	5.9	5.9	6.0	6.0	
8	.05	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.5
	.01	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.6	5.7	5.7	5.8	5.8	
9	.05	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.5
	.01	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.5	5.5	5.6	5.7	5.7	

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 9 ... lanjutan

10	.05	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48
	.01	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.36	5.42	5.48	5.54	5.55
11	.05	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	.01	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.24	5.28	5.34	5.38	5.39
12	.05	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48	
	.01	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.13	5.17	5.22	5.23	5.26
13	.05	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.04	5.08	5.13	5.14	5.15
14	.05	3.05	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	4.96	5.00	5.04	5.06	5.07
15	.05	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	4.90	4.94	4.97	4.99	5.00
16	.05	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.84	4.88	4.91	4.93	4.94
17	.05	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.72	4.75	4.80	4.83	4.86	4.88	4.89
18	.05	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.76	4.79	4.82	4.84	4.85
19	.05	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
	.01	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.72	4.76	4.79	4.81	4.82
20	.05	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.43	3.44	3.46	3.46	3.47
	.01	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.69	4.73	4.76	4.78	4.79
22	.05	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.32	3.35	3.37	3.39	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47
	.01	3.99	4.17	4.28	4.36	4.42	4.48	4.53	4.57	4.60	4.65	4.68	4.71	4.74	4.75

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 9 ... lanjutan

Error <i>df</i>	α	$r = \text{number of ordered steps between means}$											
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16
24	.05	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31	3.34	3.37	3.38	3.41	3.44	3.45
	.01	3.96	4.14	4.24	4.33	4.39	4.44	4.49	4.53	4.57	4.62	4.64	4.67
26	.05	2.91	3.06	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34	3.36	3.38	3.41	3.43	3.45
	.01	3.93	4.11	4.21	4.30	4.36	4.41	4.46	4.50	4.53	4.58	4.62	4.65
28	.05	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30	3.33	3.35	3.37	3.40	3.43	3.45
	.01	3.91	3.98	4.18	4.28	4.34	4.39	4.43	4.47	4.51	4.56	4.60	4.62
30	.05	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.40	3.43	3.44
	.01	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.54	4.58	4.61
40	.05	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.39	3.42	3.44
	.01	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.46	4.51	4.54
60	.05	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.37	3.40	3.43
	.01	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.39	4.44	4.47
100	.05	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.36	3.40	3.42
	.01	3.71	3.86	3.93	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.35	4.38	4.42
∞	.05	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.34	3.38	3.41
	.01	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.26	4.31	4.34

Sumber : Milliken & Johnson (1984)

Tabel Lampiran 10. Titik Persentase Dunnet Dua Arah (5%)

ν	k , the number of means, excluding the control								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	2.57	3.03	3.29	3.48	3.62	3.73	3.82	3.90	3.97
6	2.45	2.86	3.10	3.26	3.39	3.49	3.57	3.64	3.71
7	2.36	2.75	2.97	3.12	3.24	3.33	3.41	3.47	3.53
8	2.31	2.67	2.88	3.02	3.13	3.22	3.29	3.35	3.41
9	2.26	2.61	2.81	2.95	3.05	3.14	3.20	3.26	3.32
10	2.23	2.57	2.76	2.89	2.99	3.07	3.14	3.19	3.24
11	2.20	2.53	2.72	2.84	2.94	3.02	3.08	3.14	3.19
12	2.18	2.50	2.68	2.81	2.90	2.98	3.04	3.09	3.14
13	2.16	2.48	2.65	2.78	2.87	2.94	3.00	3.06	3.10
14	2.14	2.46	2.63	2.75	2.84	2.91	2.97	3.02	3.07
15	2.13	2.44	2.61	2.73	2.82	2.89	2.95	3.00	3.04
16	2.12	2.42	2.59	2.71	2.80	2.87	2.92	2.97	3.02
17	2.11	2.41	2.58	2.69	2.78	2.85	2.90	2.95	3.00
18	2.10	2.40	2.56	2.68	2.76	2.83	2.89	2.94	2.98
19	2.09	2.39	2.55	2.66	2.75	2.81	2.87	2.92	2.96
20	2.09	2.38	2.54	2.65	2.73	2.80	2.86	2.90	2.95
24	2.06	2.35	2.51	2.61	2.70	2.76	2.81	2.86	2.90
30	2.04	2.32	2.47	2.58	2.66	2.72	2.77	2.82	2.86
40	2.02	2.29	2.44	2.54	2.62	2.68	2.73	2.77	2.81
60	2.00	2.27	2.41	2.51	2.58	2.64	2.69	2.73	2.77
120	1.98	2.24	2.38	2.47	2.55	2.60	2.65	2.69	2.73
∞	1.96	2.21	2.35	2.44	2.51	2.57	2.61	2.65	2.69

Sumber : Lentner & Bishop (1986)

Lanjutan ... Titik Persentase Dunnet Dua Arah (1%)

ν	k, the number of means, excluding the control								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	4.03	4.63	4.98	5.22	5.41	5.56	5.69	5.80	5.89
6	3.71	4.21	4.51	4.71	4.87	5.00	5.10	5.20	5.28
7	3.50	3.95	4.21	4.39	4.53	4.64	4.74	4.82	4.89
8	3.36	3.77	4.00	4.17	4.29	4.40	4.48	4.56	4.62
9	3.25	3.63	3.85	4.01	4.12	4.22	4.30	4.37	4.43
10	3.17	3.53	3.74	3.88	3.99	4.08	4.16	4.22	4.28
11	3.11	3.45	3.65	3.79	3.89	3.98	4.05	4.11	4.16
12	3.05	3.39	3.58	3.71	3.81	3.89	3.96	4.02	4.07
13	3.01	3.33	3.52	3.65	3.74	3.82	3.89	3.94	3.99
14	2.98	3.29	3.47	3.59	3.69	3.76	3.83	3.88	3.93
15	2.95	3.25	3.43	3.55	3.64	3.71	3.78	3.83	3.88
16	2.92	3.22	3.39	3.51	3.60	3.67	3.73	3.78	3.83
17	2.90	3.19	3.36	3.47	3.56	3.63	3.69	3.74	3.79
18	2.88	3.17	3.33	3.44	3.53	3.60	3.66	3.71	3.75
19	2.86	3.15	3.31	3.42	3.50	3.57	3.63	3.68	3.72
20	2.85	3.13	3.29	3.40	3.48	3.55	3.60	3.65	3.69
24	2.80	3.07	3.22	3.32	3.40	3.47	3.52	3.57	3.61
30	2.75	3.01	3.15	3.25	3.33	3.39	3.44	3.49	3.52
40	2.70	2.95	3.09	3.19	3.26	3.32	3.37	3.41	3.44
60	2.66	2.90	3.03	3.12	3.19	3.25	3.29	3.33	3.37
120	2.62	2.85	2.97	3.06	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29
∞	2.58	2.79	2.92	3.00	3.06	3.11	3.15	3.19	3.22

Sumber : Lentner & Bishop (1986)

Lanjutan ... Titik Persentase Dunnet Satu Arah (5%)

ν	k, the number of means, excluding the control								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	2.02	2.44	2.68	2.85	2.98	3.08	3.16	3.24	3.30
6	1.94	2.34	2.56	2.71	2.83	2.92	3.00	3.07	3.12
7	1.89	2.27	2.48	2.62	2.73	2.82	2.89	2.95	3.01
8	1.86	2.22	2.42	2.55	2.66	2.74	2.81	2.87	2.92
9	1.83	2.18	2.37	2.50	2.60	2.68	2.75	2.81	2.86
10	1.81	2.15	2.34	2.47	2.56	2.64	2.70	2.76	2.81
11	1.80	2.13	2.31	2.44	2.53	2.60	2.67	2.72	2.77
12	1.78	2.11	2.29	2.41	2.50	2.58	2.64	2.69	2.74
13	1.77	2.09	2.27	2.39	2.48	2.55	2.61	2.66	2.71
14	1.76	2.08	2.25	2.37	2.46	2.53	2.59	2.64	2.69
15	1.75	2.07	2.24	2.36	2.44	2.51	2.57	2.62	2.67
16	1.75	2.06	2.23	2.34	2.43	2.50	2.56	2.61	2.65
17	1.74	2.05	2.22	2.33	2.42	2.49	2.54	2.59	2.64
18	1.73	2.05	2.21	2.32	2.41	2.48	2.53	2.58	2.62
19	1.73	2.03	2.20	2.31	2.40	2.47	2.52	2.57	2.61
20	1.72	2.03	2.19	2.30	2.39	2.46	2.51	2.56	2.60
24	1.71	2.01	2.17	2.28	2.36	2.43	2.48	2.53	2.57
30	1.70	1.99	2.15	2.25	2.33	2.40	2.45	2.50	2.54
40	1.68	1.97	2.13	2.23	2.31	2.37	2.42	2.47	2.51
60	1.67	1.95	2.10	2.21	2.28	2.35	2.39	2.44	2.48
120	1.66	1.93	2.08	2.18	2.26	2.32	2.37	2.41	2.45
∞	1.64	1.92	2.06	2.16	2.23	2.29	2.34	2.38	2.42

Sumber : Lentner & Bishop (1986)

Lanjutan ... Titik Persentase Dunnett Satu Arah (1%)

ν	k, the number of means, excluding the control								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5	3.37	3.90	4.21	4.43	4.60	4.73	4.85	4.94	5.03
6	3.14	3.61	3.88	4.07	4.21	4.33	4.43	4.51	4.59
7	3.00	3.42	3.66	3.83	3.96	4.07	4.15	4.23	4.30
8	2.90	3.29	3.51	3.67	3.79	3.88	3.96	4.03	4.09
9	2.82	3.19	3.40	3.55	3.66	3.75	3.82	3.89	3.94
10	2.76	3.11	3.31	3.45	3.56	3.64	3.71	3.78	3.83
11	2.72	3.06	3.25	3.38	3.48	3.56	3.63	3.69	3.74
12	2.68	3.01	3.19	3.32	3.42	3.50	3.56	3.62	3.67
13	2.65	2.97	3.15	3.27	3.37	3.44	3.51	3.56	3.61
14	2.62	2.94	3.11	3.23	3.32	3.40	3.46	3.51	3.56
15	2.60	2.91	3.08	3.20	3.29	3.36	3.42	3.47	3.52
16	2.58	2.88	3.05	3.17	3.26	3.33	3.39	3.44	3.48
17	2.57	2.86	3.03	3.14	3.23	3.30	3.36	3.41	3.45
18	2.55	2.84	3.01	3.12	3.21	3.27	3.33	3.38	3.42
19	2.54	2.83	2.99	3.10	3.18	3.25	3.31	3.36	3.40
20	2.53	2.81	2.97	3.08	3.17	3.23	3.29	3.34	3.38
24	2.49	2.77	2.92	3.03	3.11	3.17	3.22	3.27	3.31
30	2.46	2.72	2.87	2.97	3.05	3.11	3.16	3.21	3.24
40	2.42	2.68	2.82	2.92	2.99	3.05	3.10	3.14	3.18
60	2.39	2.64	2.78	2.87	2.94	3.00	3.04	3.08	3.12
120	2.36	2.60	2.73	2.82	2.89	2.94	2.99	3.03	3.06
∞	2.33	2.56	2.68	2.77	2.84	2.89	2.93	2.97	3.00

Sumber : Lentner & Bishop (1986)



SIGIT NUGROHO, Ph.D. (University of Kentucky-USA, 1994) dilahirkan di Surakarta pada tanggal 30 Nopember 1960. Ia menyelesaikan Pendidikan Dasar dan Menengahnya di Yogyakarta. Setelah tamat **SMA Negeri III ‘Padmanaba’ Yogyakarta**, ia meneruskan studinya di Institut Pertanian Bogor pada tahun 1980 melalui jalur Proyek Perintis II. Lulus sebagai **Sarjana Statistika (Ir.)** tahun 1984 dari

Jurusan Statistika – **Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam – Institut Pertanian Bogor (FMIPA-IPB)**. Sejak awal 1986 ia bekerja sebagai staf pengajar pada Fakultas Pertanian Universitas Bengkulu (Faperta UNIB), yang selanjutnya pada tahun 2000 pindah ke Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu. Sampai buku ini ditulis, jabatan akademiknya adalah **Lektor Kepala** dalam bidang Statistika.

Pada tahun 1987 ia melanjutkan studinya di Department of Statistics, University of Kentucky, U.S.A. dan meraih gelar **Master of Science (M.Sc.)** dalam bidang Statistika pada tahun 1989. Setelah dua tahun kembali ke Universitas Bengkulu mengasuh mata kuliah Matematika I dan II, Metode Statistika I dan II, serta Rancangan Percobaan di Faperta UNIB ia kembali meneruskan studinya pada tahun 1991 ke jenjang yang lebih tinggi di tempat yang sama (Department of Statistics, University of Kentucky, U.S.A.). Dibawah bimbingan **Zakkula Govindarajulu, Ph.D.** (Minnesota, 1961), ia menyelesaikan disertasinya yang berjudul “*On the Locally Most Powerful Rank Test of the Two-way Experiment*” dan dinyatakan lulus pada tanggal 15 April 1994 dihadapan tim penguji yang terdiri dari: William S. Griffith, Ph.D., Henry Howard, Ph.D., William S. Rayens, Ph.D., Mokhtar Ali, Ph.D., Mai Zhou, Ph.D. dan mendapatkan gelar **Doctor of Philosophy (Ph.D.)** dalam bidang Statistika.

Pada tahun 1988 penulis mengikuti Kursus “*Analysis of Messy Data*” di Washington, D.C. yang diberikan langsung oleh penulis buku tentang analisis tersebut, yaitu: George M. Milliken, Ph.D. dan Dallas T. Johnson, Ph.D.

Selain sebagai staf pengajar (**Lektor Kepala** dalam bidang Statistika) Universitas Bengkulu, ia juga sebagai dosen tamu pada program doktor di Jurusan Statistika IPB (2003) dan beberapa pendidikan tinggi lainnya. Sebagai tambahan, ia juga sebagai konsultan *Data Analysis*. Pada tahun 2003-2006 penulis juga menjadi **Senior Instruktur** pada Divisi Pendidikan dan Pelatihan **PT**.

Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk. Sampai dengan tahun 1997 penulis juga menjadi anggota *American Statistical Association*. Berbagai kegiatan seminar dalam bidang statistika telah diikutinya baik lokal, nasional, regional, ataupun internasional.

Beberapa Publikasi yang berhubungan dengan dengan bidang ilmunya:

1. Uji Nonparametrik Perlakuan Acak dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap. ***Forum Statistika dan Komputasi IPB*** (1997) **2** (1), 10-14 ISSN 0853-8115.
2. Tests for Random Effects in Two-way Experiment with One Observation per Cell. ***Indian Journal of Mathematics*** vol **41** No 1 January 1999. B.N. Prasad Birth Centenary Commemoration Volume. (with Dr. Z. Govindarajulu, Univ of Kentucky)
3. Nonparametric tests for random effects in the balanced incomplete block design. ***Statistics & Probability Letters*** **56**, 431-437 2002. (with Dr. Z. Govindarajulu, Univ of Kentucky)
4. Some Notes on Nonparametric Test of Random Treatment Effects in One-way and Two-way Experiments. ***Journal of Quantitative Methods*** nol **3** no 2. 2007 (with Dr. Z. Govindarajulu, Univ of Kentucky)



SIGIT NUGROHO, Ph.D.

<http://www.geocities.com/sinugsta/>

snugroho@unib.ac.id

sns1960@telkom.net

sinugsta@yahoo.com

Penelitian eksperimen agar terarah memerlukan suatu perencanaan yang matang. Rancangan Percobaan di perlukan sebagai suatu usaha merancang pelaksanaan penelitian yang akan dilakukan, khususnya bila menggunakan eksperimen/ percobaan.

Buku ini memberikan dasar-dasar rancangan percobaan, dimulai dengan pengenalan istilah umum yang sering digunakan. Materi kemudian dilanjutkan dengan membahas rancangan lapangan dan rancangan perlakuan dasar, sehingga efisiensi percobaan tercapai.

Filosofi penggunaan rancangan, dibarengi dengan teori singkat diberikan untuk memperjelas aplikasi. Bagi para mahasiswa, peneliti atau siapa saja yang ingin mempelajari rancangan percobaan, hendaknya jangan melewatkan kesempatan untuk tidak memiliki buku ini.

Ditulis oleh seseorang yang ahli di bidangnya, alumni perguruan tinggi terkemuka (Sarjana Statistika, Institut Pertanian Bogor dan *Master of Science* dan *Doctor of Philosophy* bidang Statistics, University of Kentucky) buku ini dapat dipakai juga sebagai referensi termasuk juga sebagai materi proses belajar mengajar.

UNIB Press

Jalan WR Supratman, Bengkulu
38371

