

Data Hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar

Idhia Sriliana¹, Sigit Nugroho², Fachri Faisal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Terkadang dalam pelaksanaan percobaan di lapangan satu atau lebih pengamatan hilang dari gugus data. Pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar, tiap data yang hilang dapat merusak keseimbangan rancangan. Sehingga perlu diambil langkah-langkah untuk mengatasi masalah data hilang, khususnya dalam inferensia mengenai perlakuan. Suatu prosedur yang dikemukakan oleh Yates(1933) dapat diterima untuk analisis percobaan dengan beberapa data hilang yaitu dengan menyisipkan nilai dugaan yang meminimumkan jumlah kuadrat galat percobaan. Jadi penelitian ini bertujuan untuk mempelajari bagaimana prosedur tersebut sebagai solusi untuk mengatasi data hilang. Dari hasil kajian disimpulkan bahwa prosedur pendugaan data hilang dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat percobaan dapat digunakan untuk analisis percobaan data hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar.

Kata kunci: Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar, Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar, Analisis Varian

1. PENDAHULUAN

Hilangnya sebuah pengamatan dalam Rancangan Acak Lengkap tidak menimbulkan kesulitan karena rancangan ini dapat dibuat berdasarkan ukuran sampel yang berbeda-beda. Sedangkan pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar, tiap data yang hilang dapat merusak keseimbangan rancangan. Beberapa kontras perlakuan terkontaminasi dengan pengaruh blok. Sehingga perlu diambil langkah-langkah untuk meminimumkan pengaruh data yang hilang, khususnya dalam inferensia mengenai perlakuan (Lentner & Bishop, 1986).

Satu metode yang dikemukakan oleh Yates dapat diterima untuk analisis percobaan dengan beberapa data hilang. Metode ini dilakukan dengan menyisipkan nilai dugaan yang meminimumkan jumlah kuadrat galat percobaan. Nilai dugaan yang didapat tidak memberikan informasi tambahan untuk percobaan, tetapi hanya sebagai fasilitas untuk analisis data sisanya (Steel & Torrie, 1981).

Menurut Steel dan Torrie (1981), terdapat juga solusi yang digunakan untuk dua data hilang. Data hilang yang pertama ditaksir dengan menghitung rata-rata dari nilai yang diketahui pada blok dan perlakuan yang memuat salah satu dari data yang hilang. Selanjutnya, data hilang yang lain ditaksir dengan menggunakan metode Yates. Penaksiran dengan metode Yates terus dilakukan berulang-ulang untuk kedua data hilang secara bergantian hingga konvergensi tercapai.

Sehingga, sesuai dengan apa yang telah diuraikan di atas maka tujuan dari penulisan skripsi ini adalah mempelajari bagaimana prosedur yang dapat diterima untuk analisis percobaan dengan beberapa data hilang sehingga dapat diketahui solusi untuk mengatasi data hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar.

2. LANDASAN TEORI

a. Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar merupakan rancangan lapangan dengan pengelompokan satu arah dimana pengelompokan satuan percobaan dikarenakan terdapat satu hal yang berbeda dan berpengaruh terhadap hasil percobaan (Lentner & Bishop, 1986).

Model linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dapat dituliskan sebagai berikut (Montgomery, 1976):

$$Y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, r \quad j = 1, 2, \dots, t \quad (1)$$

Agar inferensia valid, maka ε_{ij} menyebar bebas identik menurut sebaran normal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk tiap i dan j . Untuk model tetap, diasumsikan bahwa $\sum_j \tau_j = 0$ dan $\sum_i \beta_i = 0$. Untuk model acak, asumsinya adalah setiap β_i menyebar bebas identik menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\beta^2)$. τ_j menyebar bebas identik, menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\tau^2)$, serta semua β , τ , dan ε menyebar saling bebas. Dengan metode kuadrat terkecil, diperoleh penduga bagi i blok ke- i dan perlakuan ke- j yaitu:

$$\hat{\beta}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..} \quad \text{dan} \quad \hat{\tau}_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..} \quad (2)$$

Rumus Masing-masing Jumlah Kuadrat dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar adalah sebagai berikut:

$$JK[T] = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt} \quad (3a)$$

$$JK[B] = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^r Y_{i.}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt} \quad (3b)$$

$$JK[P] = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^t Y_{.j}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^t Y_{ij} \right)^2}{rt} \quad (3c)$$

$$JK[\text{Galat}] = JK[\text{Total}] - JK[\text{Baris}] - JK[\text{Perlakuan}] \quad (3d)$$

Tabel 1 Analisis Varian untuk RAKL Dasar

Sumber Keragaman	db	JK	KT	NHKTT	NHKTA
Blok	$r-1$	JK[B]			
Perlakuan	$t-1$	JK[P]	KT[P]	$\sigma_\varepsilon^2 + r\phi_\tau$	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_\tau^2$
Galat	$(r-1)(t-1)$	JK[G]	KT[G]	σ_ε^2	σ_ε^2
Total	$rt-1$	JK[T]			

Untuk pengujian dengan taraf uji α , $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_r$ lawan

H_1 : sedikitnya ada $\mu_i \neq \mu_j$ untuk $i \neq j$ ($1, 2, \dots, t$) digunakan statistik uji:

$$F_{hit} = \frac{KT[\text{Perlakuan}]}{KT[\text{Galat Percobaan}]} \sim F_{\alpha; (t-1), (r-1)(t-1)} \quad (4)$$

b. Rancangan Bujur Sangkar latin Dasar

Secara umum, Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar dapat digunakan untuk membandingkan rata-rata t perlakuan dengan adanya dua sumber keragaman yang berbeda yaitu dengan mengelompokkan perlakuan tersebut ke dalam t baris dan t lajur.

Model linier yang digunakan untuk menjelaskan pengamatan dari Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar (Lentner & Bishop, 1986):

$$Y_{ij} = \mu + \rho_i + \gamma_j + \sum_{k=1}^t \tau_{(k)} + \varepsilon_{ij} \quad i, j, k = 1, \dots, t \quad (5)$$

Seperti halnya dengan rancangan lain, jika model tetap yang digunakan dalam Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar, maka perlu diasumsikan (Gaspersz, 1991):

$$\sum_{i=1}^t \rho_i = \sum_{j=1}^t \gamma_j = \sum_{k=1}^t \tau_{(k)} = 0 \quad \text{dan} \quad \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (6)$$

Jika model acak yang digunakan, maka asumsi yang diperlukan adalah sebagai berikut:

$$\rho_i \sim N(0, \sigma_\rho^2); \gamma_j \sim N(0, \sigma_\gamma^2); \tau_{(k)} \sim N(0, \sigma_\tau^2); \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (7)$$

Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil maka diperoleh penduga bagi blok ke- i , lajur ke- j , dan perlakuan ke- k , berturut-turut sebagai berikut :

$$\hat{\rho}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}; \quad \hat{\gamma}_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}; \quad \hat{\tau}_{(k)} = \bar{Y}_{(k)} - \bar{Y}_{..} \quad (8)$$

Penghitungan jumlah kuadrat berdasarkan formula berikut:

$$JK[\text{Total}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (9a)$$

$$JK[\text{Baris}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (9b)$$

$$JK[\text{Perlakuan}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{(k)} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (9c)$$

$$JK[\text{Lajur}] = \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (9d)$$

$$JK[\text{Galat}] = JK[\text{Total}] - JK[\text{Baris}] - JK[\text{Perlakuan}] - JK[\text{Lajur}] \quad (9e)$$

Tabel 2 Analisis Varian untuk Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar

Sumber Keragaman	db	JK	KT	NHKTT	NHKTA
Baris	$t-1$	JK[B]			
lajur	$t-1$	JK[L]			
Perlakuan	$t-1$	JK[P]	KT[P]	$\sigma_\varepsilon^2 + t\phi_\tau^2$	$\sigma_\varepsilon^2 + t\sigma_\tau^2$
Galat	$(t-1)(t-2)$	JK[G]	KT[G]	σ_ε^2	σ_ε^2
Total	t^2-1	JK[T]			

Untuk model tetap, hipotesis yang ingin diuji adalah apakah semua perlakuan memberikan pengaruh yang sama? Statistik uji yang digunakan adalah

$$F_{hit} = \frac{KT[\text{Perlakuan}]}{KT[\text{Galat}]} \sim F_{\alpha; (t-1), (t-1)(t-2)} \quad (10)$$

3. DATA HILANG DALAM RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP DASAR

a. Satu Data Hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Bila data yang hilang adalah Y_{gh} , yaitu nilai pengamatan pada perlakuan ke $-h$ dan blok ke $-g$. Maka nilai dugaan M yang meminimumkan Jumlah Kuadrat Galat Percobaan adalah (Lentner & Bishop, 1986):

$$M = \frac{r.B_g + t.T_h - G}{(r-1)(t-1)} \tag{1}$$

dimana:

- r = banyaknya blok yang digunakan
- t = banyaknya perlakuan yang digunakan
- B_g = total semua pengamatan yang tak hilang blok ke $-g$
- T_h = total semua pengamatan yang tak hilang perlakuan ke $-h$
- G = total semua pengamatan yang tak hilang

Nilai dugaan data hilang yang disisipkan berpengaruh terhadap analisis varian. Pengaruh pertama adalah derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang satu. Pengaruh kedua JK[P] perlu dikoreksi dengan bias dimana:

$$Bias = \frac{[B_g - (t-1)M]^2}{t(t-1)} \tag{2}$$

Contoh Analisis untuk Satu Data Hilang

Tabel 3 Data Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Pembersihan	Asal				
	1	2	3	4	5
1	21	36	25	18	22
2	26	38	27	17	26
3	16	25	22	18	21
4	28	35	27	20	24

Tabel 4 Hasil Analisis Satu Data Hilang pada RAKL Dasar

Data Hilang	Nilai Dugaan	F _{hitung}	Kesimpulan
Blok ke-2 dan Perlakuan ke-2	$M = \frac{(5 \times 96) + (4 \times 96) - 454}{(5-1)(4-1)}$ $= 34.17$	5.55	Untuk $(\alpha = 0.05)$, $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak

b. Dua Data Hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Bila dua data yang hilang adalah Y_{kl} (nilai pengamatan pada blok ke $-k$ dan perlakuan ke $-l$) dan Y_{gh} (nilai pengamatan pada blok ke $-g$ dan perlakuan ke $-h$), dengan penduga berturut-turut adalah A dan B . Maka salah satu data hilang (misalkan Y_{kl}) diaproksimasi dengan menggunakan rumus:

$$A_0 = \frac{(\bar{Y}_k + \bar{Y}_l)}{2} \tag{3}$$

dimana:

A_0 = nilai dugaan awal

$\bar{Y}_{k.}$ = rata-rata pengamatan yang tak hilang blok ke - k

$\bar{Y}_{.l}$ = rata-rata pengamatan yang tak hilang perlakuan ke - l

Kemudian hitung nilai dugaan A dan B hingga konvergensi tercapai, dengan menggunakan rumus dugaan untuk satu data hilang yaitu persamaan (1).

Nilai dugaan data hilang yang disisipkan berpengaruh terhadap analisis varian. Pengaruh pertama adalah derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang dua. Pengaruh kedua JK[P] perlu dikoreksi dengan bias dimana:

$$Bias = \frac{[B_k - (t-1)A]^2 + [B_g - (t-1)B]^2}{t(t-1)} \quad (4)$$

Contoh Hasil Analisis untuk Dua Data Hilang

Dengan menggunakan data Tabel 3 maka untuk contoh dua data hilang dalam RAKLD diperoleh hasil analisis sebagai berikut:

Tabel 5 Dua Data Hilang dalam Blok dan Perlakuan yang Tidak Sama

Data Hilang	Nilai Awal	Nilai Dugaan	F_{hitung}	Kesimpulan
A (blok ke-1 dan perlakuan ke-1)	$A_0 = 24.29$	$A = 23.73$ (iterasi ketiga) $B = 20.19$ (iterasi ketiga)	5.11	Untuk $(\alpha = 0.05)$, $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B (blok ke-3 dan perlakuan ke-3)	$B_0 = 23.17$	$A = 23.73$ (iterasi ketiga) $B = 20.19$ (iterasi ketiga)		
A (blok ke-2 dan perlakuan ke-2)	$A_0 = 28$	$A = 34.08$ (iterasi ketiga) $B = 21.08$ (iterasi ketiga)	4.94	Untuk $(\alpha = 0.05)$, $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B (blok ke-4 dan perlakuan ke-4)	$B_0 = 23.08$	$A = 34.08$ (iterasi ketiga) $B = 21.08$ (iterasi ketiga)		
A (blok ke-5 dan perlakuan ke-1)	$A_0 = 24.33$	$A = 23.41$ (iterasi kedua) $B = 20.13$ (iterasi ketiga)	3.81	Untuk $(\alpha = 0.05)$, $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B (blok ke-1 dan perlakuan ke-3)	$B_0 = 23.25$	$A = 23.41$ (iterasi empat) $B = 20.13$ (iterasi ketiga)		

Tabel 6. Dua Data Hilang dalam Blok yang Sama

Data Hilang	Nilai Awal	Nilai Dugaan	F_{hitung}	Kesimpulan
A(blok ke-5 dan perlakuan ke-1)	$A_0 = 24.25$	$A = 24.87$ (iterasi ketiga) $B = 27.37$ (iterasi empat)	6.04	Untuk $(\alpha = 0.05)$, $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-5 dan perlakuan ke-4)	$B_0 = 25.50$	$A = 24.87$ (iterasi empat) $B = 27.37$ (iterasi empat)		

A(blok ke-5 dan perlakuan ke-1)	$A_0 = 26.13$	$A = 25.50$ (iterasi empat) $B = 21.75$ (iterasi empat)	3.82	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-5 dan perlakuan ke-4)	$B_0 = 24.25$	$A = 25.50$ (iterasi kelima) $B = 21.75$ (iterasi empat)		
A(blok ke-2 dan perlakuan ke-3)	$A_0 = 28.13$	$A = 33.50$ (iterasi kelima) $B = 39.00$ (iterasi kelima)	5.04	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-2 dan perlakuan ke-4)	$B_0 = 30.88$	$A = 33.50$ (iterasi kelima) $B = 39.00$ (iterasi kelima)		

Tabel 7 Dua Data Hilang dalam Perlakuan yang Sama

Data Hilang	Nilai Awal	Nilai Dugaan	F_{hitung}	Kesimpulan
A(blok ke-1 dan perlakuan ke-3)	$A_0 = 24.25$	$A = 18.78$ (iterasi empat) $B = 12.11$ (iterasi kelima)	6.23	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-4 dan perlakuan ke-3)	$B_0 = 25.50$	$A = 18.78$ (iterasi kelima) $B = 12.11$ (iterasi empat)		
A(blok ke-2 dan perlakuan ke-2)	$A_0 = 29.17$	$A = 35.44$ (iterasi empat) $B = 22.11$ (iterasi kelima)	6.87	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-4 dan perlakuan ke-2)	$B_0 = 22.50$	$A = 35.44$ (iterasi empat) $B = 22.11$ (iterasi ketiga)		
A(blok ke-1 dan perlakuan ke-3)	$A_0 = 23.83$	$A = 21.44$ (iterasi empat) $B = 26.78$ (iterasi empat)	5.52	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak
B(blok ke-4 dan perlakuan ke-3)	$B_0 = 26.50$	$A = 21.44$ (iterasi ketiga) $B = 26.78$ (iterasi ketiga)		

c. Tiga Data Hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Bila tiga data yang hilang adalah Y_{kl} (nilai pengamatan pada blok ke- k dan perlakuan ke- l), Y_{mn} (nilai pengamatan pada blok ke- m dan perlakuan ke- n) dan Y_{gh} (nilai pengamatan pada blok ke- g dan perlakuan ke- h), dengan penduga berturut-turut adalah A , B , dan C . Maka sembarang dua dari tiga data hilang (misalkan Y_{kl} dan Y_{mn}) diaproksimasi dengan menggunakan rumus di bawah ini:

$$A_0 = \frac{(\bar{Y}_k + \bar{Y}_l)}{2} \quad (5)$$

$$B_0 = \frac{(\bar{Y}_m + \bar{Y}_n)}{2} \quad (6)$$

Kemudian hitung nilai dugaan A , B dan C hingga konvergensi tercapai, dengan menggunakan rumus dugaan untuk satu data hilang yaitu persamaan (1).

Nilai dugaan data hilang yang disisipkan berpengaruh terhadap analisis varian. Pengaruh pertama adalah derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang Tiga. Pengaruh kedua JK[P] perlu dikoreksi dengan bias dimana:

$$Bias = \frac{[B_k - (t-1)A]^2 + [B_m - (t-1)B]^2 + [B_g - (t-1)C]^2}{t(t-1)} \quad (7)$$

Contoh Hasil Analisis untuk Tiga Data Hilang

Dengan menggunakan data Tabel 3 maka untuk contoh tiga data hilang dalam RAKLD diperoleh hasil analisis sebagai berikut:

Tabel 8. Tiga Data hilang dalam Blok dan Perlakuan yang Tidak Sama

Data Hilang	Nilai Awal	Nilai Dugaan	F_{hit}	Kesimpulan
A (blok ke-5 dan perlakuan ke-4) B (blok ke-1 dan perlakuan ke-3) C (blok ke-4 dan perlakuan ke-1)	$A_0 = 25.25$ $B_0 = 23.25$	$A = 26.11$ (iterasi ketiga) $B = 20.11$ (iterasi ketiga) $C = 17.56$ (iterasi kelima)	3.61	Untuk $(\alpha=005)$, $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka H_0 diterima
	$B_0 = 23.25$ $C_0 = 22.17$	$A = 26.11$ (iterasi keempat) $B = 20.11$ (iterasi keempat) $C = 17.56$ (iterasi ketiga)		
	$C_0 = 22.17$ $A_0 = 25.25$	$A = 26.11$ (iterasi ketiga) $B = 20.11$ (iterasi keempat) $C = 17.56$ (iterasi ketiga)		
A (blok ke-1 dan perlakuan ke-2) B (blok ke-2 dan perlakuan ke-3) C (blok ke-3 dan perlakuan ke-4)	$A_0 = 24.33$ $B_0 = 27.79$	$A = 23.61$ (iterasi keempat) $B = 32.34$ (iterasi ketiga) $C = 27.34$ (iterasi keempat)	3.20	Untuk $(\alpha=005)$, $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka H_0 diterima
	$B_0 = 27.79$ $C_0 = 25.71$	$A = 23.61$ (iterasi ketiga) $B = 32.34$ (iterasi ketiga) $C = 27.34$ (iterasi ketiga)		
	$C_0 = 25.71$ $A_0 = 24.33$	$A = 23.61$ (iterasi ketiga) $B = 32.34$ (iterasi ketiga) $C = 27.34$ (iterasi ketiga)		

4. DATA HILANG DALAM RANCANGAN BUJUR SANGKAR LATIN DASAR

a. Satu Data Hilang dalam Rancangan Bujur Sangkar latin Dasar

Jika data yang hilang adalah $Y_{gh(u)}$, yaitu nilai pengamatan pada baris ke- g , lajur ke- h , dan perlakuan ke- u . Maka nilai dugaan M yang meminimumkan Jumlah Kuadrat Galat Percobaan adalah (Lentner & Bishop, 1986):

$$M = \frac{t(R_g + C_h + T_u) - 2G}{(t-1)(t-2)} \quad (1)$$

dimana:

t = banyaknya baris, lajur, dan perlakuan yang digunakan

R_g = total semua pengamatan yang tak hilang baris ke - g

C_h = total semua pengamatan yang tak hilang lajur ke - h

T_u = total semua pengamatan yang tak hilang perlakuan ke - u

G = total semua pengamatan yang tak hilang

Nilai dugaan data hilang yang disisipkan berpengaruh terhadap analisis varian. Pengaruh pertama adalah derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang satu. Pengaruh kedua JK[P] perlu dikoreksi dengan bias dimana:

$$Bias = \frac{[G - R_g - C_h - (t-1)T_u]^2}{[(t-1)(t-2)]^2} \quad (2)$$

Contoh Hasil Analisis untuk Satu Data Hilang

Tabel 9. Data Penggunaan Bahan Bakar (km/liter)

Hari (Waktu)	Merk Mobil					Total Baris
	<i>P</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	
1	B = 14	A = 10	E = 11	C = 12	D = 10	57
2	C = 10	D = 10	B = 11	A = 8	E = 12	51
3	E = 14	B = 12	C = 13	D = 11	A = 9	59
4	A = 11	C = 11	D = 10	E = 10	B = 13	55
5	D = 13	E = 12	A = 9	B = 10	C = 13	57
Total Lajur	62	55	54	51	57	279

Tabel 10. Satu Data Hilang pada Data Penggunaan Bahan Bakar

Data Hilang	Nilai Dugaan	F_{hitung}	Kesimpulan
Perlakuan <i>C</i> pada Baris ke-4 dan lajur ke- <i>M</i>	$M = \frac{5 \times (44 + 44 + 48) - (2 \times 268)}{(5-1)(5-2)}$ $= 12$	4.06	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak

b. Dua Data Hilang dalam Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar

Bila dua data yang hilang adalah $Y_{kl(m)}$ (nilai pengamatan pada baris ke- k , lajur ke- l , dan perlakuan ke- m) dan $Y_{gh(u)}$ (nilai pengamatan pada baris ke- g , lajur ke- h , dan perlakuan ke- u), dengan penduga berturut-turut adalah A dan B . Maka salah satu data hilang (misalkan $Y_{kl(m)}$) diaproksimasi dengan menggunakan rumus:

$$A_0 = \frac{(\bar{Y}_{k.} + \bar{Y}_{.l} + \bar{Y}_{(m)})}{3} \quad (3)$$

Kemudian hitung nilai dugaan A dan B hingga konvergensi tercapai, dengan menggunakan rumus dugaan untuk dua data hilang yaitu persamaan (1).

Nilai dugaan data hilang yang disisipkan berpengaruh terhadap analisis varian. Pengaruh pertama adalah derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang dua. Pengaruh kedua $JK[P]$ perlu dikoreksi dengan bias dimana:

$$Bias = \frac{[G - R_k - C_l - (t-1)T_m]^2 + [G - R_g - C_h - (t-1)T_u]^2}{[(t-1)(t-2)]^2} \quad (4)$$

Contoh Hasil Analisis untuk Dua Data Hilang

Dengan menggunakan data Tabel 9 maka untuk contoh dua data hilang dalam RBSLD diperoleh hasil analisis sebagai berikut:

Tabel 11 Dua Data Hilang dalam Blok dan Perlakuan yang Tidak Sama

Data Hilang	Nilai Awal	Nilai Dugaan	F_{hit}	Kesimpulan
A (baris ke-4, lajur ke-P dan perlakuan A)	$A_0 = 10.92$	$A = 10.21$ (iterasi ketiga) $B = 11.21$ (iterasi ketiga)	3.57	Untuk ($\alpha = 0.05$), $F_{hitung} < F_{tabel}$ maka H_0 diterima
B (baris ke-3, lajur ke-N dan perlakuan C)	$B_0 = 11.08$	$A = 10.21$ (iterasi ketiga) $B = 11.21$ (iterasi ketiga)		

Contoh Kasus lain

Diketahui data percobaan dengan RBSLD (Hicks, 1982):

Tabel 12 Latin Square Design Data on Tire Wear

Baris	Lajur				Jumlah Baris	Jumlah Perlakuan
	I	II	III	IV		
1	C 12	D 11	A 13	B 8	44	43
2	B	C 12	D 11	A 13	36	35
3	A 17	B 14	C 10	D 9	50	43
4	D 13	A	B 13	C 9	35	44
Jumlah lajur	42	37	47	39		
Jumlah Pengamatan					165	

Melalui prosedur pendugaan, maka hasil analisis yang didapat adalah sebagai berikut:

Dari proses iterasi diperoleh nilai dugaan $A = 16.75$ dan $B = 14.75$

Dengan menyisipkan nilai dugaan, diperoleh: $JK[\text{Perlakuan}] = 44.27$

Faktor koreksi untuk Bias sebesar: $Bias = 45.00$

Ternyata dari hasil perhitungan terlihat bahwa Faktor Koreksi Bias lebih besar dari Jumlah Kuadrat Perlakuan, sehingga Jumlah Kuadrat Perlakuan Terkoreksi bernilai negatif. Jika Jumlah Kuadrat Perlakuan Terkoreksi bernilai negatif, maka pengujian dengan Analisis Varian tidak dapat dilakukan. Agar Analisis Varian tetap bisa digunakan, formula untuk $JK[\text{Perlakuan Terkoreksi}]$ adalah sebagai berikut:

$$JK[\text{Perlakuan Terkoreksi}] = (\text{Maks}(0), JK[\text{Perlakuan}] - Bias)$$

5. KESIMPULAN

Prosedur pendugaan data hilang dengan meminimumkan Jumlah Kuadrat Galat dapat digunakan untuk analisis percobaan data hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dan Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar. Pendugaan data hilang mengakibatkan Jumlah Kuadrat Perlakuan berbias ke atas dan derajat bebas dari Total dan Galat percobaan masing-masing berkurang sesuai dengan jumlah data yang hilang. Secara empiris prosedur ini bisa digunakan untuk analisis percobaan dua data hilang dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar baik dalam blok yang sama, perlakuan yang sama, maupun blok dan perlakuan yang berbeda dan pada proses iterasi pendugaan data, dan terlihat bahwa data yang menjadi nilai dugaan awal tidak mempengaruhi nilai dugaan yang dihasilkan, tetapi konvergen pada iterasi yang berbeda. Pada pendugaan data hilang dalam Rancangan Bujur Sangkar Latin Dasar, secara empiris dapat disimpulkan adanya kecenderungan bahwa jumlah taraf perlakuan mempengaruhi banyaknya pendugaan data hilang.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. 2007. *Randomized Complete Block Design*.
www.ndsu.nodak.edu/ndsu/horsley/RCBD.pdf. 30 januari 2007;9:44.
- [1] Anonim. 2007. *Latin Square Design*.
www.ndsu.nodak.edu/ndsu/horsley/LS.pdf. 30 januari 2007;9:21.
- [2] Gaspersz, V. 1991. *Metode Perancangan Percobaan*.
ARMICO. Bandung.
- [3] Gomez, K.A. and A.A. Gomez. 1984. *Statistical Procedures for Agricultural Research*. 2nd edition. John Wiley & Sons, Inc. New York.
- [4] Hicks, C.R. 1982. *Fundamental Concepts in the Design of Experiments*.
3rd edition. Holt, Rinehart and Winston. New York, NY.
- [5] Lastiyono. 2000. *Masalah Data Hilang dalam Rancangan Blok Acak Lengkap*. Tugas Akhir FMIPA Universitas Gadjah Mada Tahun 2000.
- [6] Lentner, M. and T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*.
Valley Book Company. Blacksburg, VA, USA.
- [7] Montgomery, C.D. 1976. *Design and Analysis of Experiments*.
John Wiley & Sons, Inc. New York.
- [8] Ott, R.L. and M. Longnecker. 2001. *Statistical Methods and Data Analysis*. 5th edition.
Duxbury. USA.
- [9] Steel, R.G.D. & J.H. Torrie. 1981. *Principles and Procedures of Statistics*.
2nd edition. McGraw-Hill International Book Company. Singapore.
- [10] Sudjana. 1989. *Desain dan Analisis Eksperimen*.
edisi ketiga. Tarsito. Bandung.
- [11] Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan*.
PT Gramedia Utama. Jakarta

Rancangan Latis Seimbang

Pepi Novianti¹, Sigit Nugroho², dan Fachri Faisal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Abstrak

Tujuan dari rancangan percobaan adalah keefisienan percobaan baik dari segi penggunaan lahan maupun biaya. Suatu rancangan acak kelompok lengkap dengan banyak perlakuan akan memerlukan banyak satuan percobaan untuk mencapai ketelitian percobaan. Sehingga untuk mencapai keefisienan, maka peneliti dapat membentuk suatu rancangan percobaan kelompok tak lengkap. Ada beberapa metode rancangan kelompok tak lengkap, salah satunya adalah rancangan latis seimbang. Rancangan ini pertama kali dikenalkan oleh *Yates*. Awalnya *Yates* menggunakan informasi intrablok dalam pendugaan parameter pada rancangan latis seimbang, kemudian *Yates* mengenalkan analisa interblok yang memiliki perhitungan lebih akurat

Kata Kunci : Rancangan Latis Seimbang, Analisa Varian, Metode Kuadrat Terkecil, Efisiensi, Penduga Interblok, Penduga Intrablok.

Pendahuluan

Dalam rancangan percobaan terdapat tiga rancangan lapangan dasar, yaitu rancangan acak lengkap, rancangan acak kelompok lengkap, dan rancangan bujur sangkar latin. Ketiga rancangan ini tidak cocok dilakukan apabila dalam percobaan melibatkan banyak perlakuan. Untuk keefisienan rancangan percobaan dengan banyak perlakuan, *Yates* (1936) dalam *Federer* (1955) memperkenalkan rancangan kelompok tak lengkap yang dikenal dengan rancangan *Quasi-Factorial* atau rancangan latis.

Rancangan latis dikatakan seimbang jika banyaknya ulangan untuk tiap perlakuan sebesar $r = k + 1$ dan banyaknya tiap pasangan perlakuan muncul dalam satu blok yang sama hanya sekali yang dinotasikan dengan $\lambda = 1$. Banyaknya blok yang diperlukan dalam percobaan latis seimbang sebesar $b = k(k + 1)$.

Menurut *Federer* (1955), keuntungan dari rancangan latis adalah banyaknya perlakuan dapat dibandingkan ke dalam blok yang relatif kecil, dapat dianalisis sebagai rancangan acak kelompok lengkap (bergantung pada penyusunan kelompok tak lengkapnya), dan keragaman blok dalam rancangan latis lebih dapat dikendalikan dibandingkan dengan rancangan acak kelompok lengkap. Sedangkan kerugian dari rancangan latis adalah perhitungan yang cukup rumit, yaitu pada saat data dalam satuan percobaan hilang, tidak tersedia untuk semua nilai t , r , dan k , analisa menjadi rumit jika perlakuannya merupakan persoalan dalam membedakan keragaman galat, dan rancangan lebih sulit dibentuk.

Awalnya analisa untuk rancangan latis hanya menggunakan informasi intrablok, sehingga keragaman antar blok tak lengkap diabaikan. Kemudian *Yates* (1939) dalam *Federer* (1955) menggunakan informasi tambahan akibat keragaman antar kelompok tak lengkap yang dikenal dengan analisa interblok dalam rancangan latis. Dengan analisa interblok, keefisienan rancangan latis terhadap rancangan acak kelompok lengkap akan lebih besar dari 100, sedangkan keefisienan rancangan latis akan lebih kecil dari 100 jika dilakukan dengan analisa intrablok.

Dalam tulisan ini akan dipelajari pembentukan rancangan latis seimbang, pendugaan parameter menggunakan analisa intrablok dan interblok, analisa varian pada rancangan latis seimbang, dan pengaplikasi rancangan latis seimbang menggunakan paket program SAS.

Pembentukan Rancangan Latis

Sebagai contoh, pada suatu percobaan di bidang pertanian terdapat 9 varietas padi yang akan diamati hasilnya. Penelitian dilakukan di areal persawahan dan dilakukan pengelompokan untuk meningkatkan ketelitian percobaan. Akan tetapi, di lapangan peneliti sulit menemukan kelompok satuan percobaan homogen yang dapat ditanami 9 varietas padi. Oleh karena itu peneliti memilih rancangan latis seimbang 3×3 sebagai alternatifnya. Dalam penelitian ini, peneliti harus menyediakan 12 blok tak lengkap yang berukuran $k=3$ satuan percobaan, sehingga setiap perlakuan akan muncul sebanyak $r = 4$ kali. Untuk pembentukan dan pengacakan rancangan percobaan, dapat dilakukan dengan langkah sebagai berikut:

1. Areal percobaan dibagi menjadi $r = k + 1$ ulangan, yang masing-masing berisi $t=k^2$ satuan percobaan. Untuk contoh ini, areal percobaan dibagi menjadi $r = 4$ ulangan, yang masing-masing terdiri dari $t = 9$ satuan percobaan, seperti yang terlihat pada layout berikut:

Blok	Ulangan 1			Ulangan 2			Ulangan 3			Ulangan 4		
1	1	2	3	10	11	12	19	20	21	28	29	30
2	4	5	6	13	14	15	22	23	24	31	32	33
3	7	8	9	16	17	18	25	26	27	34	35	36

Gambar 1. Layout Satuan Percobaan Rancangan Latis Seimbang 3×3

2. Bagilah setiap ulangan ke dalam $k=3$ kelompok tak lengkap, yang masing-masing kelompok berisi $k=3$ satuan percobaan.
3. Pilih rancangan dasar latis seimbang sesuai dengan banyaknya perlakuan yang akan diamati. Untuk contoh ini, rancangan dasar latis seimbang 3×3 diambil dari rancangan 10.1 dalam Cochran & Cox seperti yang terlihat pada Gambar berikut:

Blok	Ulangan 1			Ulangan 2			Ulangan 3			Ulangan 4		
1	v1	v2	v3	v1	v4	v7	v1	v5	v9	v1	v8	v6
2	v4	v5	v6	v2	v5	v8	v7	v2	v6	v4	v2	v9
3	v7	v8	v9	v3	v6	v9	v4	v8	v3	v7	v5	v3

Sumber : Cochran & Cox, 1957.

Gambar 2. Layout Rancangan Dasar Latis Seimbang 3×3

4. Acaklah susunan ulangan dari rancangan dasar yang terpilih. Misalkan setelah dilakukan pengacakan pada rancangan dasar (Gambar 2).

Blok	Ulangan 1			Ulangan 2			Ulangan 3			Ulangan 4		
1	v1	v4	v7	v1	v2	v3	v1	v8	v6	v1	v5	v9
2	v2	v5	v8	v4	v5	v6	v4	v2	v9	v7	v2	v6
3	v3	v6	v9	v7	v8	v9	v7	v5	v3	v4	v8	v3

Gambar 3. Layout Rancangan Latis Seimbang 3×3 Setelah Dilakukan Pengacakan pada Ulangan.

5. Acaklah kelompok tak lengkap dalam setiap ulangan.

Blok	Ulangan 1			Ulangan 2			Ulangan 3			Ulangan 4		
1	v3	v6	v9	v4	v5	v6	v7	v5	v3	v1	v5	v9
2	v2	v5	v8	v1	v2	v3	v1	v8	v6	v4	v8	v3
3	v1	v4	v7	v7	v8	v9	v4	v2	v9	v7	v2	v6

Gambar 4. Layout Rancangan Latis Seimbang 3×3 Setelah Dilakukan Pengacakan Kelompok dalam Setiap Ulangan.

6. Acaklah susunan perlakuan dalam setiap kelompok tak lengkap.

Blok	Ulangan 1			Ulangan 2			Ulangan 3			Ulangan 4		
1	v9	v3	v6	v5	v4	v6	v7	v5	v3	v1	v9	v5
2	v8	v5	v2	v3	v2	v1	v6	v8	v1	v4	v8	v3
3	v7	v1	v4	v9	v8	v7	v2	v4	v9	v7	v6	v2

Gambar 5. Layout Rancangan Latis Seimbang 3x3 Setelah Dilakukan Pengacakan Perlakuan dalam Setiap Kelompok.

Layout pada Gambar 5 merupakan modifikasi lain dari rancangan dasar latis seimbang 3x3. Pada pengacakan dan penataan rancangan latis seimbang, hal yang terpenting yang harus diperhatikan adalah syarat dari rancangan latis seimbang, yaitu setiap pasangan perlakuan muncul bersama-sama hanya satu kali dalam kelompok yang sama.

Model Linier dan Asumsi

Hasil pengamatan pada rancangan latis seimbang terdiri dari komponen-komponen yang bersifat aditif. Model untuk rancangan latis seimbang adalah:

$$Y_{ijg} = \mu + \pi_i + \tau_g + \beta_{ij} + \varepsilon_{ijg}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad j = 1, 2, \dots, b, \quad g = 1, 2, \dots, t \quad (1)$$

dimana,

Y_{ijg} = Pengamatan untuk perlakuan ke- g pada blok ke- j untuk ulangan ke- i

μ = Rataan umum

π_i = Pengaruh ulangan ke- i

β_{ij} = Pengaruh blok ke- j untuk ulangan ke- i

τ_g = Pengaruh perlakuan ke- g

ε_{ijg} = Galat percobaan untuk perlakuan ke- g pada blok ke- j ulangan ke- i

Asumsi untuk model linier rancangan ini adalah:

- ε_{ijg} menyebar bebas identik menurut sebaran normal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$
- $\sum_{i=1}^r \hat{\pi}_i = 0$
- β_{ij} menyebar bebas identik menurut sebaran normal $(0, \sigma_\beta^2)$
- Pengaruh perlakuan tetap atau acak
- ε_{ijg} dan β_{ij} menyebar saling bebas

Pendugaan Parameter

Yates telah mengenalkan dua metode analisa untuk rancangan kelompok tak lengkap, yaitu analisa intrablok dan analisa interblok. Sesuai dengan namanya, analisa intrablok hanya memperhatikan keragaman perlakuan yang ada dalam satu blok. Sedangkan pada analisa interblok, keragaman antar blok juga diperhatikan. Hal ini dikarenakan pengaruh perlakuan juga terbaaur dalam blok tak lengkap. Berikut akan dibahas kedua analisa tersebut dalam rancangan latis seimbang.

1 Analisa Intrablok

Pada analisa intrablok hanya memperhatikan keragaman tiap perlakuan yang ada dalam satu blok, sehingga keragaman yang diakibatkan oleh adanya pengelompokan tak lengkap diabaikan.

Dengan metode penduga kuadrat terkecil, maka dapat diduga parameter-parameter dengan meminimumkan galat percobaan berikut:

$$L = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b \sum_{g=1}^t \varepsilon_{ijg}^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b \sum_{g=1}^t (Y_{ijg} - \mu - \pi_i - \tau_g - \beta_{ij})^2 \quad (2)$$

sehingga persamaan normalnya adalah

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b \sum_{g=1}^t Y_{ijg} = k(k+1)\hat{\mu} + k^2 \sum_{i=1}^r \hat{\pi}_i + (k+1) \sum_{g=1}^t \hat{\tau}_g + k \sum_{j=1}^b \hat{\beta}_{ij} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b Y_{ijg} = (k+1)\hat{\mu} + (k+1)\hat{\tau}_g + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b n_{ij} \hat{\beta}_{ij} \quad \text{untuk } g = 1, 2, \dots, t \quad (4)$$

$$\sum_{g=1}^t Y_{ijg} = k\hat{\mu} + k\hat{\pi}_i + \sum_{g=1}^t n_{ij} \hat{\tau}_g + k \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b n_{ij} \hat{\beta}_{ij} \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, r \text{ dan } j = 1, 2, \dots, b \quad (5)$$

Karena $\sum_{i=1}^r \hat{\tau}_i = 0$ dan $\sum_{j=1}^b \hat{\beta}_{ij} = 0$, maka nilai penduga rata-rata umum untuk rancangan latis seimbang adalah:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b \sum_{g=1}^t Y_{ijg}}{k^2(k+1)} = \frac{Y_{\dots}}{k^2(k+1)} \quad (6)$$

Persamaan (4) merupakan total pengamatan pada perlakuan ke- g yang dinotasikan dengan T_g , dimana $g = 1, 2, \dots, t$. Penyederhaan dari persamaan (4) tidak dapat memberikan nilai dugaan untuk pengaruh perlakuan ke- g atau $\hat{\tau}_g$. Hal ini dikarenakan persamaan (4) memiliki $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b n_{ij} \hat{\beta}_{ij}$ yang tidak diketahui nilainya. $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b n_{ij} \hat{\beta}_{ij}$ merupakan jumlah pengaruh blok-blok yang di dalamnya muncul perlakuan ke- g , dimana

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b n_{ij} \hat{\beta}_{ij} = T_g - (k+1)\hat{\mu} - (k+1)\hat{\tau}_g \quad (7)$$

Persamaan (5) menunjukkan total pengamatan pada blok ke- j untuk ulangan ke- i . Untuk mendapatkan $\hat{\tau}_g$, jumlahkan semua blok yang di dalamnya muncul perlakuan ke- g yang dinotasikan dengan B_g .

$$B_g = k(k+1)\hat{\mu} + k \sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\beta}_{ij} + k\hat{\tau}_g \quad (8)$$

Sehingga dengan mensubstitusikan persamaan (7) ke persamaan (8), maka didapat:

$$\hat{\tau}_g + \hat{\mu} = \frac{T_g}{(k+1)} + \frac{kT_g - (k+1)B_g + G}{k^2(k+1)} \quad (9)$$

Nilai suku pertama penjumlahan pada ruas kiri, $\frac{T_g}{(k+1)}$ merupakan rata-rata perlakuan tak terkoreksi. Dengan memisalkan $W_g = kT_g - (k+1)B_g + G$, maka $\frac{W_g}{k^2(k+1)}$ merupakan pengoreksi bagi rata-rata perlakuan ke-g. Sehingga pengaruh perlakuan ke-g dapat diketahui dengan mengurangi rata-rata perlakuan terkoreksi dengan rata-rata umum.

2 Analisa Interblok

Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, pada analisa interblok keragaman antar blok juga diperhatikan. Sehingga digunakan keragaman perlakuan dalam blok dan juga keragaman antar blok, yang masing-masing dinyatakan dengan:

$$R_1 = \sum_i \sum_j \sum_g (Y_{ijg} - \mu - \pi_i - \beta_{ij} - \tau_g)^2 \quad (10)$$

dan

$$R_2 = \frac{1}{k} \sum_i \sum_j \left(Y_{ij.} - k\mu - k\pi_i - \sum_g n_{ij} \tau_g \right)^2 \quad (11)$$

Ragam dalam R_1 dan R_2 diboboti dengan kebalikan simpangan bakunya masing-masing. Maka dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, akan diminimumkan jumlah kuadrat galat terboboti yang dirumuskan dengan:

$$R = wR_1 + w'R_2$$

$$= w \sum_i \sum_j \sum_g (Y_{ijg} - \mu - \pi_i - \beta_{ij} - \tau_g)^2 + \frac{w'}{k} \sum_i \sum_j \left(Y_{ij.} - k\mu - k\pi_i - \sum_g n_{ij} \tau_g \right)^2 \quad (12)$$

Dimana $w = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}$, dan $w' = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2 + k\sigma_\beta^2}$

Untuk pendugaan parameter μ dan β_{ij} dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, maka dihitung $\frac{\partial R}{\partial \mu} = 0$ dan $\frac{\partial R}{\partial \beta_{ij}} = 0$, sehingga didapat persamaan normal:

$$\sum_i \sum_j \sum_g Y_{ijg} = k(k+1)\hat{\mu} + k^2 \sum_i \hat{\pi}_i + k \sum_i \sum_j \beta_{ij} + (k+1) \sum_g \hat{\tau}_g \quad (13)$$

$$\sum_i \sum_j Y_{ij.} = k\hat{\mu} + k\hat{\pi}_i + k\hat{\beta}_{ij} + \sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\tau}_g \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, r \text{ dan } j = 1, 2, \dots, b \quad (14)$$

Sehingga penduga dari μ dan β_{ij} masing-masing adalah:

$$\hat{\mu} = \frac{Y_{...}}{k^2(k+1)} \quad (15)$$

dan

$$\hat{\beta}_{ij} = \frac{1}{k} \left(Y_{ij\cdot} - \sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\tau}_g \right) - \hat{\mu} - \hat{\pi}_i \quad (16)$$

Dengan metode penduga kuadrat terkecil, untuk pendugaan τ_g diperoleh persamaan normal:

$$2w \sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\beta}_{ig} = 2w Y_{ij\cdot} - 2w(k+1)\hat{\mu} - 2w \sum_i \hat{\pi}_i - 2w(k+1)\hat{\tau}_g - 2w'(k+1)\hat{\mu} - 2w'\hat{\tau}_g + 2\frac{w'}{k}B_g \quad (17)$$

Karena pada persamaan (17) terdapat $\sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\beta}_{ig}$, maka persamaan (16) dijumlahkan untuk semua blok yang di dalamnya muncul perlakuan ke -g. Sehingga didapat:

$$\sum_i \sum_j n_{ij} \hat{\beta}_{ij} = \frac{B_g}{k} - \tau_g - (k+1)\hat{\mu} \quad (18)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (18) ke persamaan (17), maka diperoleh:

$$\hat{\tau}_g + \hat{\mu} = \frac{T_g}{(k+1)} + \frac{(w-w')(kT_g - (k+1)B_g + G)}{k(k+1)(kw+w')} \quad (19)$$

Dengan menotasikan $\frac{w-w'}{k(kw+w')} = \omega$ yang disebut sebagai faktor pembobot, maka diperoleh:

$$\omega = \frac{\sigma_\beta^2 - \sigma_\varepsilon^2}{k^2 \sigma_\beta^2} \quad (20)$$

Sehingga total perlakuan terkoreksi adalah:

$$T_g' = (k+1)(\hat{\tau}_g + \hat{\mu}) = T_g + \omega W_g \quad (21)$$

Analisa Varian

Analisa varian pada rancangan latis seimbang biasanya menggunakan analisa interblok. Berikut ini akan diberikan tabel analisa varian pada rancangan latis seimbang (Tabel 1) dan formula-formula untuk mendapatkannya:

$$FK = \frac{G^2}{k^2(k+1)} \quad (22)$$

$$JKT = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^b \sum_{g=1}^t Y_{ijg}^2 - FK \quad (23)$$

$$JKR = \frac{\sum_{i=1}^r R_i^2}{k^2} - FK \quad (24)$$

$$JKP_{TK} = \frac{\sum_{g=1}^t T_g^2}{k+1} - FK \quad (25)$$

Tabel 1. Analisa Varian pada Rancangan Latis Seimbang

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat tengah	NHKT
Ulangan	k	JKR	-	$\sigma_\varepsilon^2 + k\sigma_\beta^2 + k^2\sigma_\pi^2$
Blok (Terkoreksi)	$k^2 - 1$	JKB_K	KTB_k	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{k^2}{k+1}\sigma_\beta^2$
Perlakuan (Tak Terkoreksi)	$k^2 - 1$	JKP_{TK}	-	$\sigma_\varepsilon^2 + \frac{k}{k+1}\sigma_\beta^2 + (k+1)\sigma_\tau^2$
Galat Intrablok	$(k-1)(k^2-1)$	JKG_{intra}	KTG_{intra}	σ_ε^2
Perlakuan (Terkoreksi)	$k^2 - 1$	JKP_K	KTP_K	$\sigma_\varepsilon^2 + (k+1)\sigma_\tau^2$
Galat Efektif	$(k-1)(k^2-1)$	-	$KTG_{efektif}$	$\sigma_\varepsilon^2(1+k\omega)$
Total	$k^2(k+1)-1$	JKT	-	-

Sumber : Federer, 1955.

$$JKB_K = \frac{\sum_{g=1}^t W_g^2}{k^3(k+1)} \quad (26)$$

$$JKG_{intra} = JKT - JKR - JKP_{TK} - JKB_K \quad (27)$$

$$KTB_K = \frac{JKB_K}{k^2 - 1} \quad (28)$$

$$KTG_{intra} = \frac{JKG_{intra}}{(k-1)(k^2-1)} \quad (29)$$

$$\omega = \frac{KTB_K - KTG_{intra}}{k^2 KTB_K} \quad (30)$$

$$T'_g = T_g + \omega W_g \quad (31)$$

$$JKP_K = \sum_{g=1}^t T_g'^2 - FK \quad (32)$$

$$KTP_K = \frac{JKP_K}{(k^2 - 1)} \quad (33)$$

$$KTG_{efektif} = KTG_{intra}(1 + k\omega) \quad (34)$$

Pada pengujian hipotesis bahwa $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$ vs $H_1 : \text{sedikitnya ada } \tau_i \neq \tau_j, i \neq j$, digunakan statistik uji:

$$F_{hit} = \frac{KTP_K}{KTG_{efektif}} \sim F_{k^2-1; (k-1)(k^2-1)} \quad (35)$$

Sehingga kesimpulannya adalah tolak $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$ jika $F_{hit} > F_{k^2-1; (k-1)(k^2-1)}$, yang berarti terdapat pengaruh dari perlakuan terhadap pengamatan. Jika $F_{hit} > F_{k^2-1; (k-1)(k^2-1)}$ $H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_t$ diterima yang artinya perlakuan yang diberikan tidak berpengaruh terhadap pengamatan.

Pada analisa varian rancangan latis seimbang, kuadrat tengah blok terkoreksi harus lebih besar daripada kuadrat tengah galat intrablok. Hal ini dikarenakan jika kuadrat tengah blok terkoreksi lebih besar daripada kuadrat tengah galat intrablok, pengoreksian untuk blok tidak berpengaruh. Sehingga dalam kasus ini data pada rancangan latis seimbang dapat dihitung dengan analisa varian untuk rancangan acak kelompok lengkap dengan ulangan sebagai pemblokkan.

Apabila pengujian hipotesis telah dilakukan dan kesimpulan menunjukkan bahwa perlakuan yang diberikan berpengaruh secara nyata dengan taraf nyata $(1 - \alpha)\%$. Perbedaan rata-rata simpangan baku antara dua perlakuan terkoreksi adalah:

$$s = \sqrt{\frac{2}{k+1} \left(\frac{k+1}{kw + w'} \right)} = \sqrt{\frac{2E_e}{k+1} (1 + k\omega)} \quad (36)$$

Efisiensi (ketepatan) rancangan latis seimbang terhadap rancangan acak kelompok lengkap adalah perbandingan antara keragaman rata-rata galat efektif.

$$ER = \frac{100(JKB_K + JKG_{intra})}{k(k^2 - 1)(KTG_{efektif})} \quad (37)$$

Studi Kasus

Suatu percobaan dilakukan untuk mengetahui pengaruh pupuk terhadap pertumbuhan tanaman padi. Pada percobaan ini terdapat 16 jenis pupuk sebagai perlakuan yang akan diteliti. Rancangan percobaan yang digunakan adalah rancangan latis seimbang berukuran 4×4 , sehingga dalam percobaan diperlukan $k = 4$ blok yang berukuran $k = 4$ satuan percobaan dalam $k + 1 = 4 + 1 = 5$ ulangan. Satuan percobaan yang diperlukan sebanyak $k^2(k + 1) = 80$ satuan lahan percobaan dengan ukuran $1m \times 1m$. Setelah dilakukan percobaan, diperoleh data banyak anakan dalam setiap satuan percobaan adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Banyak Anakan per Meter Persegi dari 16 Perlakuan Pemupukan yang Diujikan dalam Rancangan Latis Seimbang 4x4

Blok	Ulangan			
	v1	v2	v3	v4
1	147	152	167	150
2	v5	v6	v7	v8
	127	155	162	172
3	v9	v10	v11	v12
	147	100	192	177
4	v13	v14	v15	v16
	155	195	192	205

Blok	Ulangan 2			
	v1	v5	v9	v13
1	140	165	182	152
2	v10	v1	v14	v6
	97	155	192	142
3	v7	v15	v3	v11
	155	182	192	192
4	v16	v8	v12	v4
	182	207	232	162

Blok	ulangan 3			
	v1	v6	v11	v16
1	155	162	177	152
2	v5	v2	v15	v12
	182	130	177	165
3	v9	v14	v3	v8
	137	185	152	152
4	v13	v10	v7	v4
	185	122	182	192

Blok	Ulangan 4			
	v1	v14	v7	v12
1	220	202	175	205
2	v13	v2	v11	v8
	205	152	180	187
3	v5	v10	v3	v16
	165	150	200	160
4	v9	v6	v15	v4
	155	177	185	172

Blok	Ulangan 5			
	1	10	15	8
1	147	112	177	147
2	9	2	7	16
	180	205	190	167
3	13	6	3	12
	172	212	197	192
4	5	14	11	4
	177	220	205	225

Sumber : Gomez & Gomez, 1995.

Dengan menggunakan paket program SAS, maka analisa varian perlakuan pupuk terhadap hasil anakan padi adalah sebagai berikut:

Tabel 3. Analysis of Variance for Hasil Padi

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Replications	4	5946.05	1486.51
Blocks within Replications (Adj.)	15	11382	758.79
Component B	15	11382	758.79
Treatments (Unadj.)	15	26994	1799.62
Intra Block Error	45	14533	322.96
Randomized Complete Block Error	60	25915	431.92
Total	79	58856	745.01

Tabel 4. Additional Statistiks for Hasil Padi

Descriptive	Value
Variance of Means in Same Block	147.74
LSD at .01 Level	32.6909
LSD at .05 Level	24.4807
Efficiency Relative to RCBD	116.94

Tabel 5. Adjusted Treatment Means for Hasil Padi

Treatment	Mean	Treatment	Mean
1	165.76	9	163.00
2	161.04	10	118.82
3	183.92	11	188.19
4	175.68	12	190.54
5	162.88	13	169.51
6	173.82	14	197.23
7	168.43	15	185.67
8	176.92	16	167.78

Berdasarkan hasil analisa dapat dilihat tabel anava, deskripsi statistik dan rata -rata perlakuan terkoreksi untuk data hasil padi untuk 16 perlakuan pupuk. Pada tabel anava dapat dilihat bahwa $KTB_K \geq KTG_{intra}$, sehingga pemblokkan pada rancangan latis seimbang berpengaruh terhadap pengamatan.

Pada hasil analisa juga terdapat deskripsi statistic dari hasil percobaan, sehingga dapat diuraikan sebagai berikut:

- Keragaman rata-rata antar perlakuan pada percobaan adalah 147,4, sehingga simpangan bakunya adalah $\sqrt{147,74} = 12,15$.
- Nilai beda nyata terkecil (LSD) untuk uji perbandingan perlakuan pada taraf kepercayaan 99% atau $\alpha = 1\%$ adalah 32,6909.
- Nilai beda nyata terkecil (LSD) untuk uji perbandingan perlakuan pada taraf kepercayaan 95% atau $\alpha = 5\%$ adalah 24,4807.
- Efisiensi rancangan latis seimbang terhadap rancangan kelompok tak lengkap adalah 116,94%, berarti rancangan latis seimbang pada percobaan 16,94% lebih efisien dibanding rancangan acak kelompok lengkap.

Berdasarkan rata-rata perlakuan terkoreksi pada hasil analisa dapat dihitung pengaruh tiap perlakuan pupuk terhadap banyaknya anakan padi. Dengan membandingkan nilai LSD pada deskripsi statistisik maka dapat dilihat perlakuan yang berbeda dengan taraf nyata $(100 - \alpha)\%$. Perbedaan pengaruh antar perlakuan dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 6. Perbedaan Pengaruh Antar Perlakuan

\hat{c}_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4,72	18,16	9,92	2,88	8,06	2,67	11,16	2,76	46,94**	22,4	24,78*	3,75	31,47*	19,91	2,02
2		22,88	14,64	1,84	12,78	7,39	15,88	1,96	42,22**	27,2*	29,5*	8,47	36,19**	24,63**	6,74
3			8,24	21,04	10,1	15,49	7	20,92	65,1**	4,27	6,62	14,41	13,31	1,75	16,14
4				12,8	1,86	7,25	1,24	12,68	56,86**	12,5	14,86	6,17	21,55	9,99	7,9
5					10,94	5,55	14,04	0,12	44,06**	25,3*	27,66*	6,63	34,35**	22,79	4,9
6						5,39	3,1	10,82	55**	14,4	16,72	4,31	23,41	11,85	6,04
7							8,49	5,43	49,61**	19,8	22,11	1,08	28,8*	17,24	0,65
8								13,92	58,1**	11,3	13,62	7,41	20,31	8,75	9,14
9									44,18**	25,2*	27,54*	6,51	34,23**	22,67	4,78
10										69,4**	71,72**	50,69**	78,41**	66,85**	48,96**
11											2,35	18,68	9,04	2,52	20,41
12												21,03	6,69	4,87	22,76
13													27,72*	16,16	1,73
14														11,56	29,45*
15															17,89

* = Kedua perlakuan berbeda dengan taraf 95%.

** = Kedua perlakuan berbeda dengan taraf 99%.

Kesimpulan

Rancangan latis seimbang merupakan suatu rancangan kelompok tak lengkap dimana sebanyak $t=k^2$ perlakuan berada dalam blok yang berukuran k satuan percobaan dan banyaknya tiap pasangan perlakuan muncul dalam satu blok yang sama hanya sekali. Ulangan pada rancangan latis seimbang dapat dikatakan sebagai rancangan acak kelompok lengkap jika kuadrat tengah blok lebih kecil daripada kuadrat tengah galat.

Pengaruh perlakuan pada rancangan latis seimbang diduga dengan menggunakan analisa interblok, sehingga pengujian pengaruh perlakuan lebih akurat. Penghitungan analisis varian untuk rancangan latis seimbang lebih mudah dibandingkan dengan analisis varian untuk rancangan latis lainnya. Apabila percobaan yang dilakukan memiliki banyak perlakuan, rancangan latis seimbang akan lebih efisien dibandingkan rancangan acak kelompok lengkap. Sehingga peneliti terutama di bidang pertanian yang akan melakukan percobaan dengan banyak perlakuan dapat melakukan percobaan menggunakan rancangan latis seimbang untuk tujuan keefisienan percobaan.

Dari studi kasus pengamatan 16 pupuk pada padi, dapat disimpulkan bahwa pemupukan yang dilakukan memiliki pengaruh terhadap hasil anakan padi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. *General BIBD*. <http://mathstat.carleton.ca/~Amills/STAT5505-06/110.pdf>. (03 Maret 2007)
- [2] Cochran, W.G. and G.M. Cox. 1957. *Experimental Designs*, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, USA.
- [3] Federer, W.T. 1955. *Experimental Design: Theory and Application*. MacMillan Company, New York, USA.
- [4] Gomez, K.A. dan Gomez, A.A. 1995. *Prosedur Statistik untuk Penelitian Pertanian, Edisi Kedua*. Diterjemahkan oleh Endang Sjamsuddin dan Justika S. Baharsjah. UI -Press, Jakarta.
- [5] Hinkelmann, K. And O. Kempthorne. 2005. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, New York, USA..
- [6] Kempthorne, O. 1952. *The Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- [7] Kuehl, R.O. 2000. *Statistical Principles of Research Design and Analysis*, 2nd ed. Duxbury-Thomson Learning, London.
- [8] Lentner, M. and T. Bishop.1986. *Experimental Designs and Analysis*. Valley Book Company, Blacksburg, VA, USA.
- [9] Montgomery, D.C. 1976. *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, New York, USA.
- [10] Ott, R.L. and M. Longnecker. 2001. *Statistical Methods and Data Analysis*, 5th ed. Duxbury, USA.
- [11] Peterson, R.G. 1994. *Agricultural Field Experiments: Design and analysis*. Marcel dekker, Inc, New York.

- [12] Setiyowati, N.T. 2006. *Rancangan Kelompok Tak Lengkap Seimbang* . Tugas Akhir Universitas Gadjah Mada Tahun 2006.
- [13] Snyder, E.B. *Lattice and Compact Family Block Designs In Forest Genetics* . www.ncrs.fs.fed.us/pubs/rp/rp_nc006/rp_nc006_012.pdf. (02 Januari 2007).
- [14] Walpole, R.E. 1995. *Pengantar Statistik, edisi ke-3*. Diterjemahkan oleh Ir. Bambang Sumantri. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [15] Williams, E.R. *et.al.* 2002. *Experimental Design and Analysis for Tree Improvement, 2nd ed.* CSIRO Publishing, Australia.
- [16] Yitnosumarto, S. 1991. *Percobaan: Perancangan, Analisis, dan Interpretasinya* . Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [17] Yusnandar, M.E. 2001. *Aplikasi Analisis Regresi/korelasi Data Hasil Penelitian Peternakan dengan Menggunakan Program SAS (Statistical Analysis System)* . Informatika Pertanian Volume 10:570-583.

Model Additive Main-Effects and Multiplicative Interaction (AMMI)

Dian Apriani¹, Sigit Nugroho², dan Jose Rizal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Abstrak

Model AMMI merupakan metode multivariat yang relatif baru digunakan dalam penelitian-penelitian pemuliaan tanaman untuk mengkaji interaksi genotip \times lingkungan (GEI) pada suatu percobaan multilokasi. Model AMMI adalah suatu teknik analisis data percobaan dua faktor perlakuan dengan pengaruh utama perlakuan bersifat aditif sedangkan pengaruh interaksi dimodelkan dengan model bilinear. Kelebihan model ini bila dibandingkan dengan model regresi yaitu dalam hal kemampuan mendekomposisi keragaman pengaruh interaksi dan bersifat fleksibel dalam menangani suatu gugus data, tetapi bila dilihat dari keakuratan pendugaan nilai responnya ternyata relatif sama dengan model regresi. Alat yang digunakan untuk menginterpretasikan hasil dari analisis model AMMI adalah Biplot-AMMI.

Kata kunci : Model AMMI, Interaksi genotip \times lingkungan, Stabilitas Fenotip, Adaptabilitas Genotip, Penguraian Nilai singular, Biplot-AMMI

Pendahuluan

Statistika merupakan pengkajian ilmiah tentang data dasar numerik pada fenomena alam. Peran statistika dalam penelitian ilmiah meliputi tiga hal, yaitu deskripsi, analisis, dan peramalan. Penelitian pemuliaan tanaman merupakan salah satu contoh penelitian ilmiah. Pemuliaan tanaman dapat didefinisikan sebagai ilmu tentang perubahan-perubahan susunan genetik sehingga diperoleh tanaman yang menguntungkan manusia.

Pada mulanya pemuliaan tanaman dititikberatkan pada pemilihan atau seleksi, karenanya yang memegang peranan adalah kemampuan pemulia untuk menilai atau meramalkan tanaman yang dapat menjadi varietas lebih unggul. Dalam program seleksi, pengetahuan tentang interaksi antara genotip dan lingkungan mempunyai arti yang penting. Seleksi sering tidak efektif karena adanya interaksi ini, disamping itu seleksi diharapkan untuk memperoleh genotip yang dapat menunjukkan keunggulan pada berbagai lokasi, musim, dan tahun.

Percobaan yang sering digunakan dalam penelitian pemuliaan tanaman untuk mengkaji interaksi genotip dan lingkungan (*genotype \times environmental interaction = GEI*) biasanya adalah percobaan multi lokasi. Hadi, A.F & Halimatus S. (2004) mengungkapkan bahwa GEI dapat dinyatakan sebagai perubahan keragaan dari dua atau beberapa genotip pada dua atau beberapa lingkungan. Kajian ini penting dalam pemuliaan tanaman karena hasilnya dapat digunakan untuk menyeleksi stabilitas genotip (*stability of genotypes*) pada berbagai lingkungan berbeda atau beradaptasi pada lingkungan spesifik (*adaptation of genotypes to specific environmental*).

Model AMMI (*Additive Main Effects and Multiplicative Interaction*) merupakan suatu metode multivariat yang relatif baru digunakan dalam penelitian-penelitian pemuliaan tanaman untuk mengkaji GEI pada suatu percobaan multi lokasi. Model ini telah dikembangkan oleh Mandel pada tahun 1961 dengan membuat generalisasi dari model Tukey (Dias & Krzanowski, 2003). Kelebihan model ini bila dibandingkan dengan model regresi yaitu dalam hal kemampuan mendekomposisi keragaman pengaruh interaksi dan bersifat fleksibel dalam menangani model suatu gugus data, tetapi bila dilihat dari keakuratan pendugaan nilai responnya ternyata relatif sama dengan model regresi (Hadi, A.F & Halimatus S., 2004).

Penelitian ini akan membahas tentang teknik analisis dari model AMMI, yang meliputi perhitungan jumlah kuadrat, penguraian derajat bebas, penguraian nilai singular, nilai komponen

AMMI, dan penentuan banyaknya komponen AMMI, interpretasi dari model AMMI dan teladan penerapan dari model AMMI menggunakan software IRRISTAT Version 5.0.

Interaksi Antara Genotip dan Lingkungan

Genotip adalah susunan-susunan gen dari suatu individu yang tidak tampak dari luar (Pane, 1986). Penampakan suatu karakter pada individu tumbuhan disebut fenotip. Poespodarsono (1988) mengungkapkan bahwa setelah adanya penelitian mengenai pewarisan sifat (hereditas) yang dilakukan oleh Mandel, orang beranggapan bahwa pertumbuhan tanaman semata-mata diatur oleh gen-gen dalam kromosom, sedangkan lingkungan hanya sekedar meningkatkan potensi sifatnya. Namun setelah diketahui tanaman-tanaman tidak berkembang secara teratur menurut perubahan lingkungan maka orang mulai menyadari adanya interaksi antara genotip dan lingkungan. Gejala ini mulanya diketahui oleh Johannsen yang dilaporkan tahun 1906.

Sifat yang nampak (performans) pada tanaman dipengaruhi oleh genotip, lingkungan, dan interaksi genotip dengan lingkungan, sedang interaksi genotip dan lingkungan dapat merupakan faktor yang berakibat baik (positif) terhadap performans tanaman dan dapat pula buruk (negatif), hal ini khas untuk lingkungan tertentu (Martoyo, 1992). Jika dua atau lebih tanaman berkembang dan tumbuh dari lingkungan yang sama dan memperlihatkan fenotip yang berbeda, maka dapat disimpulkan bahwa kedua individu tersebut mempunyai genotip yang berbeda. Sebaliknya, meskipun ada dua atau lebih tanaman yang bergenotipe sama, tetapi berkembang dalam lingkungan yang berbeda, maka fenotip mereka kemungkinan besar tidak akan sama (Pane, 1986).

Dikatakan juga oleh Nasrullah, 1981 dan Gray, 1982, bahwa interaksi genotip dan lingkungan dapat dipergunakan untuk mengukur stabilitas suatu genotip karena stabilitas penampilan pada suatu kisaran lingkungan tergantung dari besarnya interaksi genotip dan lingkungan. Jika tidak terjadi interaksi antara genotip dan lingkungan maka penentuan genotip ideal akan sangat mudah dilakukan, yaitu dengan memilih genotip-genotip harapan dengan rata-rata hasil yang lebih tinggi.

Stabilitas Fenotip dan Adaptabilitas Genotip

Istilah fenotip diperkenalkan oleh Johannsen tahun 1909, setelah ia mengetahui bahwa gen tidak sepenuhnya menunjukkan sifat yang nampak pada tanaman, tetapi lingkungan juga ikut berperan. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa penampilan suatu sifat tanaman (fenotip) merupakan ekspresi gabungan antara sifat genetik dan lingkungan tumbuhnya.

Interaksi genotip dan lingkungan, pada program pemuliaan tanaman, dikaitkan dengan penciptaan varietas yang menunjukkan stabilitas bila ditanam pada lingkungan berubah atau berbeda. Setelah diperoleh genotip potensial dari hasil seleksi, maka genotip dievaluasi pada berbagai lingkungan sebelum dilepas sebagai varietas baru. Pemulia mengharapkan agar varietas yang diciptakan tetap berpotensi walaupun ditumbuhkan pada macam-macam lingkungan.

Kemampuan beradaptasi mempunyai kaitan dengan stabilitas genotip. Adaptasi merupakan suatu proses dimana individu atau populasi atau spesies berubah bentuk dan fungsinya untuk dapat hidup baik pada kondisi lingkungan tertentu. Hasil dari proses ini ditunjukkan oleh individu, populasi, atau spesies yang dapat beradaptasi baik. Kemampuan beradaptasi ini disebabkan oleh kombinasi sifat yang dapat mengatasi perubahan lingkungan sehingga hasil akhirnya tidak banyak terpengaruh oleh perubahan lingkungan tadi.

Model Additive Main Effects and Multiplicative Interaction (AMMI)

Model AMMI dikenal luas pada bidang-bidang terapan, terutama pada bidang pemuliaan tanaman yaitu kajian interaksi genotip dan lingkungan. Sebutan lain dari model AMMI seperti model bilinear, atau model biaditif lebih menunjuk pada struktur model tersebut (Hadi, A.F dkk., 2005).

Senada dengan penjelasan sebelumnya, Johnson & Wichern, 1998 dalam Ferreira, D.F *et al.*, 2006 mengungkapkan bahwa tujuan dari analisis AMMI adalah untuk memodelkan pengaruh

interaksi melalui model komponen utama. Model AMMI telah dikembangkan oleh Gollob dan Gabriel serta telah diaplikasikan dan diperluas oleh penulis lainnya.

Pemodelan bilinear bagi pengaruh interaksi genotip dan lingkungan ((ge)_{ij}) pada analisis ini adalah sebagai berikut (Hadi, A.F & Halimatus S., 2004):

- Langkah pertama adalah menyusun pengaruh interaksi dalam bentuk matriks (misal (ge)_{ij} = **X**) dimana genotip (baris) × lingkungan (kolom), sehingga matriks ini berorde g × e.

$$\mathbf{X}_{ge} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1e} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{g1} & x_{g2} & \cdots & x_{ge} \end{bmatrix}$$

- Langkah selanjutnya adalah melakukan penguraian bilinear terhadap matriks pengaruh interaksi

$$(ge)_{ij} = \sum_{k=1}^s \lambda_k \alpha_{ik} \gamma_{jk} \quad (1)$$

Sehingga seperti dijelaskan Dias & Krzanowski (2003) bahwa model AMMI yang mendalilkan komponen aditif untuk pengaruh utama genotip (g_i) dan lingkungan (e_j) serta komponen multiplikatif untuk pengaruh interaksi (ge)_{ij} dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + g_i + e_j + \sum_{k=1}^s \lambda_k \alpha_{ik} \gamma_{jk} + \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$i = 1, 2, \dots, g$
 $j = 1, 2, \dots, e$

dimana (ge)_{ij} direpresentasikan oleh $\sum_{k=1}^s \lambda_k \alpha_{ik} \gamma_{jk}$, dengan ketentuan sebagai berikut:

$$\sum_i g_i = \sum_j e_j = \sum_i (ge)_{ij} = \sum_j (ge)_{ij} = 0 \text{ dan } \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_s \quad (3)$$

keterangan:

- Y_{ij} = Respon dari genotip ke-*i* pada lingkungan ke-*j*
- μ = Rataan umum
- g_i = Pengaruh genotip ke-*i*
- e_j = Pengaruh lingkungan ke-*j*
- λ_k = Ukuran asosiasi antara skor baris dan kolom
- α_{ik} = Parameter suku multiplikatif pengaruh interaksi untuk baris
- γ_{jk} = Parameter suku multiplikatif pengaruh interaksi untuk kolom
- ε_{ij} = Galat percobaan
- s = jumlah komponen yang ditahan dalam model

Asumsi yang harus dipenuhi dalam model ini adalah:

- ε_{ij} menyebar bebas identik
- ε_{ij} berdistribusi Normal (0, σ_ε^2)

Serta beberapa asumsi tambahan berikut ini:

- $\sum_i \alpha_{ik}^2 = \sum_j \gamma_{jk}^2 = 1$ untuk $k = 1, 2, \dots, s$
- $\sum_i \alpha_{ik} \alpha_{ik'} = \sum_j \gamma_{jk} \gamma_{jk'} = 0$ untuk $k \neq k'$

Perhitungan Jumlah Kuadrat

Dalam model AMMI, pendugaan pengaruh utama genotip dan lingkungan serta jumlah kuadrat tengahnya dihitung dengan metode kuadrat terkecil. Pengaruh ganda genotip dan lingkungan pada interaksi diduga dengan $X_{ge} = Y_{ij} - \bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot j} + \bar{Y}_{\cdot\cdot}$, sehingga jumlah kuadrat interaksi dapat diuraikan sebagai berikut (Hadi, A.F & Halimatus S., 2004):

$$\begin{aligned} JK(GE) &= n \sum_{g,e} \mathbf{X}_{ge}^2 \\ &= n \sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{i\cdot} - \bar{Y}_{\cdot j} + \bar{Y}_{\cdot\cdot})^2 \\ &= n \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{X}^t) \end{aligned} \tag{4}$$

Berdasarkan teorema pada aljabar matriks bahwa *trace* dari suatu matriks sama dengan jumlah seluruh akar ciri matriks tersebut, atau secara aljabar dinotasikan $\text{tr}(\mathbf{A}_n) = \sum_i \lambda_i$, maka jumlah kuadrat untuk pengaruh interaksi komponen ke- n adalah akar ciri ke- n pada pemodelan bilinear tersebut (λ_n), hal ini jika analisis ragam dilakukan terhadap data rata-rata per genotip \times lingkungan, tetapi jika analisis ragam dilakukan pada data sebenarnya maka jumlah kuadratnya adalah banyak ulangan dikalikan akar ciri ke- n ($n\lambda_n$).

Penguraian Derajat Bebas Untuk Komponen Interaksi

Derajat bebas untuk setiap s komponen interaksi tersebut secara sederhana didefinisikan sebagai berikut: $g + e - 1 - 2s$. Besaran derajat bebas didekomposisikan berdasarkan jumlah parameter yang diduga dikurangi dengan jumlah kendala. Banyaknya parameter yang diduga adalah $g + e - 1$ sedangkan banyak kendala untuk komponen ke- s adalah $2s$.

Penguraian Nilai Singular

Penguraian nilai singular (*Singular Value Decomposition*) untuk matriks pengaruh interaksi \mathbf{X} adalah dengan memodelkan matriks tersebut sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \mathbf{RDS}^t \tag{5}$$

Matriks \mathbf{X} berukuran ($g \times e$) dengan $\text{rank} = r = \min(g-1, e-1)$, dimana \mathbf{R} berukuran ($g \times r$), \mathbf{S} berukuran ($e \times r$), dan \mathbf{D} berukuran ($r \times r$), \mathbf{R} dan \mathbf{S} adalah kolom ortonormal, sehingga $\mathbf{R}^t\mathbf{R} = \mathbf{S}^t\mathbf{S} = \mathbf{I}_r$ dan $\mathbf{D} = \text{diag}\{\lambda_k, k = 1, 2, \dots, r\}$; λ_k adalah nilai eigen ke- k yang tidak nol dari $\mathbf{X}\mathbf{X}^t$ atau $\mathbf{X}^t\mathbf{X}$. Kolom-kolom matriks $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_r\}$ adalah vektor-vektor ciri dari $\mathbf{X}^t\mathbf{X}$ sedangkan \mathbf{R} diperoleh dengan:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{XSD}^{-1} \\ &= \left\{ \frac{Xs_1}{\lambda_1}, \frac{Xs_2}{\lambda_2}, \dots, \frac{Xs_r}{\lambda_r} \right\} \end{aligned} \tag{6}$$

Nilai Komponen AMMI

Secara umum nilai komponen utama ke- s untuk genotip ke- g adalah $d_s^a \alpha_{is}$ sedangkan nilai komponen utama ke- s untuk lingkungan ke- e adalah $d_s^{1-a} \gamma_{js}$. Dengan mendefinisikan $\mathbf{D}^a, (0 \leq a \leq 1)$ sebagai matriks diagonal yang elemen-elemen diagonalnya adalah elemen-elemen

matriks \mathbf{D} dipangkatkan a demikian juga dengan matriks \mathbf{D}^{1-a} , dan $\mathbf{G} = \mathbf{RD}^a$ serta $\mathbf{H} = \mathbf{SD}^{1-a}$ maka penguraian nilai singular tersebut dapat ditulis:

$$\mathbf{X} = \mathbf{GH}^t \quad (7)$$

Dengan demikian skor komponen untuk genotip adalah kolom-kolom matriks \mathbf{G} sedangkan skor komponen untuk lingkungan adalah kolom-kolom matriks \mathbf{H} . Nilai a yang digunakan pada analisis AMMI adalah $\frac{1}{2}$ (Hadi, A.F. & Halimatus S., 2004).

Penentuan Banyaknya Komponen AMMI

Gauch (1988) dan Crossa (1990) dalam Hadi, A.F & Halimatus S. (2004) mengemukakan dua metode penentuan banyaknya sumbu komponen utama dalam komponen GEI yang sudah cukup untuk penduga, yaitu *postdictive success* dan *predictive success*.

Postdictive success berhubungan dengan kemampuan suatu model yang tereduksi untuk menduga data yang digunakan dalam membangun model tersebut. *Predictive success* berhubungan dengan kemampuan suatu model dugaan untuk memprediksi data lain yang sejenis tetapi tidak digunakan dalam membangun model tersebut (data validasi).

Penentuan banyaknya sumbu komponen utama berdasarkan *predictive success* ini dilakukan dengan *cross validation*, yaitu membagi data menjadi dua kelompok, satu kelompok untuk membangun model dan kelompok lain digunakan untuk validasi (menentukan jumlah kuadrat sisaan). Hal ini dilakukan berulang-ulang, pada setiap ulangan dibangun model dengan berbagai komponen multiplikatif. Banyaknya komponen multiplikatif yang terbaik adalah rataan akar kuadrat tengah sisa (RMSPD = *Root Mean Square Predictive Different*) dari data validasi paling kecil (Hadi, A.F & Halimatus S., 2004).

Biplot AMMI

Alat yang digunakan untuk menginterpretasi hasil dari model AMMI adalah biplot. Pada penelitian pemuliaan tanaman dikenal dengan istilah GGE biplot (*Genotype vs Genotype × Environment biplot*). Pada dasarnya metode ini adalah upaya untuk memberikan peragaan grafik dari suatu matriks dalam suatu plot dengan menumpangtindihkan vektor-vektor dalam ruang berdimensi dua. Vektor-vektor yang dimaksud yaitu vektor yang mewakili nilai skor komponen lingkungan.

Biplot adalah plot antara satu kolom \mathbf{G} yang lain yang ditampilkan secara bersama-sama dengan plot kolom \mathbf{H} dengan kolom \mathbf{H} yang lain yang bersesuaian dengan kolom \mathbf{G} yang diplot (Joliffe, 1986 dalam Hadi, A.F & Halimatus S., 2004). Biplot pada analisis AMMI biasanya berupa biplot pada nilai komponen utama pertama (IPCA1) dengan rataan respon (Biplot AMMI 1). Biplot antara komponen utama kedua dan nilai komponen utama pertama (Biplot AMMI 2) bisa ditambahkan jika komponen utama kedua ini signifikan.

Interpretasi biplot AMMI adalah bagi titik-titik yang sejenis. Jarak titik-titik amatan berdasarkan sumbu datar (rataan respon) menunjukkan perbedaan pengaruh utama amatan-amatan tersebut. Sedangkan jarak titik-titik amatan berdasarkan sumbu tegak (IPCA1) menunjukkan perbedaan pengaruh interaksinya atau perbedaan kesensitifannya terhadap lingkungan. Biplot AMMI menunjukkan bahwa genotip dikatakan mempunyai daya adaptasi baik pada suatu lingkungan jika genotip dan lingkungan bertanda sama (berinteraksi positif).

Biplot AMMI 2 menggambarkan pengaruh interaksi antara genotip dan lingkungan. Titik-titik amatan yang mempunyai arah yang sama berarti titik-titik amatan tersebut berinteraksi positif (saling menunjang), sedangkan titik-titik yang berbeda arah menunjukkan bahwa titik-titik tersebut berinteraksi negatif.

Teladan Penerapan

Sebagai ilustrasi digunakan data hasil panen tanaman X di suatu negara Y pada tahun 1989 yang melibatkan sembilan lingkungan (lokasi) dan enam genotip.

Tabel 1 Kode lingkungan

Kode	lingkungan
1	GGA
2	ID
3	NC
4	NY
5	SC
6	TGA
7	TN
8	VA
9	WA

Tabel 2 Kode Genotip

Kode	Genotip
1	BIENVENU
2	BRIDGER
3	CASCADE
4	DWARF
5	GLACIER
6	JET

Berikut ini adalah data rata-rata hasil 1 periode panen tanaman X di suatu negara Y pada tahun 1989:

Tabel 3 Data Rata-Rata Hasil 1 Periode Panen (Kg/ Ha)

	GGA	ID	NC	NY	SC	TGA	TN	VA	WA
BIENVENU	1845,28	5346,93 3	1376,74 4	2861,08 5	1815,42 8	447,238 5	2891,99 3	1682,83 3	1726
BRIDGER	1296,03 5	4153,97 8	1613,24 8	3056,99 8	2847,02 3	1763,17	2412,73	1652,79	4048
CASCADE	1730,94 5	5483,78 3	1096,79 8	2513,61 3	2765,11 5	1477,62 3	1933,76 5	1464,01 5	3936,5
DWARF	1499,48	5952,05 8	1346,19 5	3572,65 8	862,534 8	0	2614,97 3	1592,70 6	3114,7 5
GLACIER	2099,16	5556,23 3	1393,27 3	3228,88 5	1685,08 8	534,388 8	2191,98	1911,96 5	2787
JET	1649,95 8	5862,95 8	696,357 5	3164,19 8	900,952 8	316,933 8	2780,02 5	1806,14 5	3121,2 5

(Sumber: Thillainathan, M & G.C.J. Fernandez, 2001)

Analisis AMMI

Penguraian matriks pengaruh interaksi menghasilkan lima komponen utama interaksi (IPCA). Nilai akar ciri masing-masing IPCA adalah 2995.1, 1572.7, 1138.6, 680.13, dan 464.67. Komponen utama interaksi yang diperoleh dengan metode *postdictive success* menghasilkan empat komponen utama yang nyata, hal ini dapat dilihat dari tabel berikut ini:

Tabel 4 Analisis Varian untuk Model AMMI

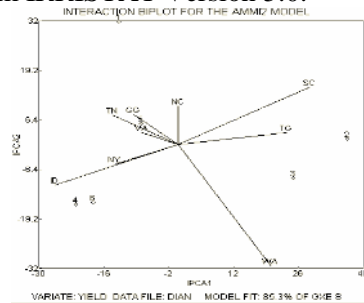
ANALYSIS OF VARIANCE FOR THE AMMI MODEL					
SOURCE	D.F.	S.S.	M.S.	F	FPROB
TREATMENTS	5	761473.	152295.		
LOCATIONS	8	0.917528E+08	0.114691E+08		
TREATMENT X SITES	40	0.134192E+08	335481.		
AMMI COMPONENT 1	12	0.897087E+07	747572.	4.706	0.000
AMMI COMPONENT 2	10	0.247344E+07	247344.	2.254	0.064
AMMI COMPONENT 3	8	0.129643E+07	162054.	2.388	0.099
AMMI COMPONENT 4	6	462571.	77095.1	1.428	0.379
GXE RESIDUAL	4	215918.			
TOTAL	53	0.105933E+09			

Nilai akar ciri menunjukkan besarnya keragaman yang dapat diterangkan oleh masing-masing komponen. Semakin besar nilai akar ciri, maka semakin besar pula persentase keragaman yang diterangkan oleh komponen tersebut, sehingga akar ciri tersusun dari nilai tertinggi sampai nilai yang terendah. Keempat komponen utama tersebut mampu menjelaskan keragaman peubah asal sebesar 93,22 % dari keragaman total.

Karena komponen utama interaksi yang diperoleh dengan metode *postdictive success* menghasilkan empat komponen yang nyata, berarti rata-rata hasil panen dalam satu periode panen dapat diterangkan dengan model AMMI 4 yaitu pengaruh interaksi direduksi menjadi empat komponen utama. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa model AMMI 4 dapat menerangkan pengaruh interaksi sebesar 93,22 %.

Analisis Biplot-AMMI

Untuk keperluan analisis stabilitas dan adaptabilitas, digunakan biplot AMMI 2. Biplot AMMI 2 merupakan plot antara IPCA 1 dengan IPCA 2. Biplot AMMI 2 menunjukkan genotip yang berinteraksi khas dengan lokasi tertentu. Makin dekat jarak lokasi dengan genotip, atau semakin kecil sudut diantara keduanya, maka semakin kuat interaksinya. Berikut ini adalah gambar Biplot AMMI 2 hasil analisis menggunakan program IRRISTAT Version 5.0:



Gambar Biplot AMMI 2

Hasil analisis komponen utama (PCA) memperlihatkan bahwa empat komponen utama yang digunakan untuk menggambarkan Biplot-AMMI menunjukkan persentase kumulatif nilai akar ciri adalah sebesar 93,22 %. Hal ini berarti bahwa keragaman yang dapat diterangkan oleh empat komponen utama pembentuk Biplot-AMMI mencapai 93,22 %.

Gambar di atas menunjukkan Biplot-AMMI dari enam jenis genotip yang dievaluasi pada sembilan lingkungan. Jika daerah dalam Biplot ini dibagi menjadi empat kuadran, maka genotip 2 (Bridger) berada di kuadran pertama, genotip 1 (Bienvenu) dan genotip 5 (Glacier) berada di kuadran kedua, genotip 4 (Dwarf) dan genotip 6 (Jet) berada di kuadran ketiga, dan genotip 3 (Cascade) berada di kuadran keempat. Pengelompokan genotip-genotip ini menunjukkan bahwa setiap kelompok genotip yang berada dalam satu kuadran memiliki persamaan yang cukup dekat dibandingkan dengan genotip yang lain.

Dari gambar di atas ini juga dapat dilihat bahwa lingkungan VA, NC, dan GGA mempunyai nilai keragaman yang paling kecil, hal ini karena ketiga variabel tersebut mempunyai vektor variabel yang paling pendek. Lingkungan NY dan TN mempunyai nilai keragaman yang sedikit lebih besar dari yang dijelaskan sebelumnya karena kedua variabel ini mempunyai vektor variabel yang sedikit lebih panjang. Selanjutnya, lingkungan TGA mempunyai nilai keragaman yang cukup besar dibandingkan dengan variabel yang dijelaskan sebelumnya dan lingkungan ID, SC, dan WA adalah variabel yang mempunyai nilai keragaman yang paling besar karena ketiga variabel ini mempunyai vektor variabel yang paling panjang.

Kesimpulan

Model AMMI lebih baik bila dibandingkan dengan model regresi bila dilihat dari hal kemampuan mendekomposisi keragaman pengaruh interaksi tetapi bila dilihat dari keakuratan pendugaan nilai responnya ternyata relatif sama dengan model regresi. Model AMMI dapat menjelaskan analisis stabilitas dan adaptabilitas genotip melalui Biplot AMMI 2.

Grafik Biplot AMMI mampu memberikan lebih banyak informasi tentang interaksi genotip \times lingkungan dibandingkan dengan metode ANOVA yang biasa dilakukan walaupun tidak lepas dari beberapa kelemahan, diantaranya adalah:

1. Model AMMI tidak menyediakan pengujian hipotesis seperti pendekatan metode -metode lainnya. Karena itu, Biplot AMMI baik untuk eksplorasi membangkitkan hipotesis daripada pengambilan keputusan hipotesis.
2. Perhitungan sulit dilakukan secara manual, penggunaan program komputer yang sesuai mutlak diperlukan untuk efisiensi perhitungan dan pembuatan grafik.

Dari studi kasus di atas didapat rata-rata hasil panen tanaman X di negara Y dalam satu periode panen dapat diterangkan dengan model AMMI 4, yang berarti pengaruh interaksi direduksi menjadi empat komponen utama dan model tersebut dapat menerangkan pengaruh interaksi sebesar 93.22 %.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Allard, R.W. 1960. *Principles of Plant Breeding*. John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Dias & Krzanowski. 2003. Model Selection and Cross Validation In Additive Main Effects and Multiplicative Interaction Models. *Journal of Crop. Scie.* 43: 865-873.
- [3] Dias & Krzanowski. 2006. Choosing Component in The Additive Main Effects and Multiplicative Interaction Models. *Journal of Sci. Agri.* 2:169-175.
- [4] Eberhart, S.A & W.A Russell. 1966. Stability Parameters for Comparing Varieties. *Crop. Sci.* 6:36-40.
- [5] Ferreira, D.F. *et al.* 2006. Statistical Models in Agriculture: Biometrical Methods for Evaluating Phenotypic Stability in Plant Breeding. *Cerne, Lavras.* 4:373-388.
- [6] Finlay, K.W & G.N Wilkinson. 1963. The Analysis of Adaptation in A Plant -Breeding Programme. *Aust. J. Agric Res.* 14:742-754.
- [7] Gray, E. 1982. Genotype \times Environment Interactions and Stability Analysis for Forage Yield of Orchardgrass Clones. *Crop. Sci.* 4:55-58.
- [8] Hadi, A.F & Halimatus S. 2004. Model AMMI untuk Analisis Interaksi Genotipe \times Lokasi. *Jurnal ILMU DASAR.* 1: 33-41.
- [9] Hadi, A.F. dkk. 2005. Model AMMI Terampat Untuk Data Berdistribusi Tidak Normal dan Penerapannya pada Kajian Stabilitas dan Ketahanan Genotipe. Dalam: Forum Statistika. *Prosiding Seminar Nasional Statistika VII.* ITS, Surabaya.
- [10] Martojo, H. 1992. *Peningkatan Mutu Genetik Ternak*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Direktorat Pendidikan Tinggi Pusat Antar Universitas Bioteknologi Institut Pertanian Bogor, Bogor.
- [11] Nasrullah. 1981. A Modified Procedure for Identifying Varietal Stability. *Agric. Sci.* 546: 153-159.
- [12] Noor, R.R. 2000. *Genetika Ternak*. Cetakan ke-3. Penebar Swadaya, Jakarta.
- [13] Pane, I. 1986. *Pemuliabiakan Ternak Sapi*. Gramedia, Jakarta.
- [14] Perkins, J.M and J.L Jinks. 1968. Environmental and Genotype -Environmental Components of Variability: IV. Non linear interactions for multiple inbred lines. *Heredity, Edinburg.* 23:525-535.
- [15] Poespodarsono, S. 1988. *Dasar-dasar Pemuliaan Tanaman*. Pusat Antar Universitas Institut Pertanian Bogor bekerja sama dengan Lembaga sumber Daya Informasi -IPB, Bogor.

- [16] Romagosa, I & P.N Fox. 1993. Genotype \times Environment Interaction and Adaptation. Dalam: Hayward, M.D. *et al. Plant Breeding. Principles and Prospects* . Chapman & Hall, London.
- [17] Shukla, G.K. 1995. Some Statistical Aspects of Partitioning Genotype -Environmental Components of Variability. *Heredity, Edinburg* . 29:237-245.
- [18] Thillainathan, M & G.C.J. Fernandez. 2001. SAS Applications for Tai's Stability Analysis and AMMI Model in Genotype \times Environmental Interaction (GEI) Effects. *Journal of Heredity*. 92: 367-371.

Analisis Kriging Penaksiran Cadangan Batu Bara di Propinsi Bengkulu

(Studi Kasus Pertambangan Batu Bara Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma)

Desy Heryanti¹, Fachri Faisal², dan Jose Rizal²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Seiring dengan bertambahnya kebutuhan masyarakat terhadap batu bara, yang banyak digunakan untuk pembangkit listrik tenaga uap (PLTU) ataupun sebagai alternatif pengganti bahan bakar yang telah ada, perlu adanya usaha pemenuhan kebutuhan batu bara. Salah satu caranya, dengan melakukan eksploitasi terhadap kawasan yang diduga mengandung cadangan batu bara. Dengan dukungan data awal eksploitasi jumlah produksi batu bara maka dapat diestimasi jumlah cadangan batu bara di kawasan yang lain. Penelitian ini bertujuan untuk mengaplikasikan analisis kriging, khususnya *ordinary* kriging untuk mengestimasi jumlah cadangan batu bara di Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma. Analisis kriging ini dapat menghemat biaya dan mempersingkat waktu dalam proses memprediksi lokasi pertambangan dan estimasi cadangan batu bara. Penelitian ini menggunakan data sekunder yang didapatkan dari PT Bukit Sunur berupa data mentah jumlah cadangan batu bara di Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma. Hasil studi kasus menunjukkan, lokasi yang memiliki cadangan batu bara yang optimal berada di titik (-246.07m,-1679.98m) dengan estimasi sebesar 9.974 ton.

Kata kunci: Estimasi, Analisis Kriging, Ordinary Kriging.

PENDAHULUAN

Kebutuhan batu bara di Propinsi Bengkulu, setiap tahunnya terus meningkat. Untuk pemenuhan kebutuhan akan batu bara ini perlu dilakukan eksplorasi terhadap kawasan pertambangan yang diduga mempunyai cadangan batu bara. Dengan eksplorasi pertambangan batu bara, di harapkan kebutuhan masyarakat akan barang tambang batu bara dapat terpenuhi untuk jangka waktu yang panjang.

Menurut Usmin (2004) hasil eksplorasi pihak Dinas Energi dan Sumber Daya Mineral (SDM) Propinsi Bengkulu, kandungan batu bara di daerah ini mencapai 300.000 hingga 450.000 juta ton per tahun. Cadangan batu bara sebanyak ini hampir terdapat di semua daerah tingkat II yang ada di Bengkulu kecuali kota Bengkulu. Cadangan batu bara terbanyak terdapat di Kabupaten Bengkulu Utara dan Kabupaten Seluma. Khusus di Kabupaten Bengkulu Utara, cadangan batu bara sekitar 60 juta ton. Sisanya tersebar di wilayah Kabupaten Rejang Lebong, Kaur, Muko -Muko, Seluma, Kepayang, dan Kabupaten Lebong.

Selama ini untuk mengetahui jumlah cadangan batu bara di Propinsi Bengkulu Dinas Energi dan Sumber Daya Mineral langsung meninjau lokasi pertambangan yang mempunyai cadangan batu bara. Sedangkan untuk mengetahui berapa banyak cadangan batu bara di setiap titik pertambangan yang mempunyai cadangan batu bara dengan jumlah yang banyak biasanya dilakukan penggalian di semua titik yang diperkirakan mempunyai cadangan batu bara. Hal ini tentu saja memerlukan waktu yang lama dan biaya yang tidak sedikit. Untuk mengatasi hal ini, diperlukan suatu metode yang dapat menaksir cadangan batu bara di suatu kawasan eksplorasi dengan waktu dan biaya minimum.

Pertama kali Metode Geostatistik ini dikembangkan di bidang pertambangan oleh George Matheron (1971) di Pusat Morfologi Matematika, Prancis. Tujuan dari geostatistik adalah untuk menaksir perubahan dalam nilai kandungan bijih yang ada di suatu tambang.

Geostatistik, khususnya analisis kriging merupakan cara penaksiran cadangan yang mempertimbangkan hubungan letak bidang diantara titik-titik pengeboran, sehingga hasil penaksiran cadangan menjadi lebih akurat (Kresno, 1991).

Analisis kriging terdiri dari beberapa tipe salah satunya adalah *ordinary* kriging. *Ordinary* kriging merupakan suatu metode yang sering dikembangkan dengan BLUE (*Best Linier Unbiased Estimator*) yaitu penaksir linier terbaik yang tidak bias. *Ordinary* kriging berbentuk linier karena penaksir-penaksirnya dipengaruhi oleh kombinasi linier data dan tak bias karena bertujuan untuk mendapatkan mean error sama dengan nol. Sedangkan baik, karena bertujuan untuk meminimumkan varian error.

Adapun asumsi-asumsi yang dipergunakan dalam metode Analisis kriging ini adalah:

1. Pada Analisis *simple* kriging, penambahan antara nilai-nilai pengamatan suatu variabel untuk sembarang dua titik diasumsikan stasioner.
2. Pada Analisis *ordinary* kriging, varian penambahan antara nilai-nilai tingkat pengamatan disebut sebagai fungsi kovarian.
3. Struktur korelasi atau kesamaan dari perbedaan nilai-nilai telah diketahui.
4. Sedangkan menurut Weise (2001), karakteristik dari analisis kriging itu sendiri adalah sebagai berikut:
5. Data analisis kriging tidak selalu mempunyai jarak dan sudut yang sama sehingga data dapat dikatakan tidak selalu regular.
6. Hanya nilai ukuran yang ada di sekitar titik yang dapat diperkirakan untuk menaksir serta dipertimbangkan dengan benar.
7. Menghitung estimasi error dengan memberikan suatu ukuran yang pasti dari kehandalan titik-titik perkiraan.

Teknik regional dengan menggunakan autokorelasi antara nilai data yang diketahui untuk menduga nilai ukuran yang belum ada. Autokorelasi adalah hubungan korelasi yang terjadi pada satu variabel di mana nilai-nilai dalam variabel tersebut tidak saling bebas. Sedangkan teknik regional adalah teknik yang memenuhi sifat-sifat terstruktur yang dicirikan dengan sampel-sampel yang lebih dekat, mempunyai nilai yang sama dengan sampel-sampel yang terletak lebih jauh. Reprodusibilitas yaitu menghasilkan nilai penaksiran yang mendekati nilai aslinya dari ukuran ketepatan hasil percobaan yang dilakukan secara berulang.

Berdasarkan uraian di atas penulis tertarik untuk menaksir atau memprediksi cadangan batu bara yang dihasilkan dari lokasi penggalian di pertambangan batu bara serta dapat pula diperkirakan lokasi penggalian yang mempunyai potensi cadangan batu bara dengan menggunakan analisis kriging.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana analisis kriging dapat diaplikasikan dalam menentukan cadangan batu bara yang terdapat di lokasi pertambangan batu bara Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma?
2. Manakah lokasi penggalian yang paling memungkinkan untuk menghasilkan cadangan batu bara dalam jumlah yang besar dengan menggunakan analisis kriging?
3. Berapa estimasi jumlah cadangan batu bara yang terdapat di lokasi pertambangan batu bara Propinsi Bengkulu Kecamatan Seluma Kabupaten Seluma?

Agar tidak menyimpang dari permasalahan yang ada dan lebih terarah, maka skripsi ini dibatasi pada analisis kriging dengan tipe *ordinary* kriging yang bermanfaat untuk memprediksi cadangan batu bara. Data berasal dari satu lokasi pertambangan dalam bentuk koordinat dua dimensi titik pertambangan yang sudah ada, serta cadangan batu bara yang terkandung di dalamnya (satuan ton).

Dengan melihat pokok permasalahan di atas maka tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengaplikasikan analisis kriging dalam menentukan cadangan batu bara yang terdapat di lokasi pertambangan batu bara Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.
2. Memprediksi lokasi penggalian yang mempunyai cadangan batu bara dengan jumlah yang besar di lokasi pertambangan batu bara Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.
3. Mengestimasi jumlah cadangan batu bara yang akan dihasilkan di lokasi pertambangan Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.

Melalui penelitian ini diharapkan dapat memberikan masukan bagi pemerintah daerah Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma khususnya PT Bukit Sunur dalam mengaplikasikan kebijakan - kebijakan untuk penanganan masalah cadangan batu bara. Bagi penulis penelitian ini dapat memberikan wawasan dan pengetahuan yang berharga sehingga dapat menerapkan teori analisis kriging ini dengan semua kompleksivitas metode pengerjaan komputernya.

TINJAUAN PUSTAKA

Tinjauan pustaka dalam penelitian ini berisi tentang teori-teori yang mendukung penulisan diantaranya pengertian Analisis kriging, semivariogram, penjelasan tentang model semivariogram dan *fitting* model semivariogram, validasi model dengan pengujian statistik uji, pengertian semivarian, isotropik dan anisotropik data.

Analisis kriging

Analisis kriging merupakan penaksir geostatistik yang dirancang untuk menaksir titik sebagai kombinasi linier dari sampel-sampel yang ada di dalam atau di sekitar daerah pertambangan. Penaksiran ini bersifat tak bias dan memiliki varian minimum. Secara sederhana, analisis kriging menghasilkan seperangkat bobot yang meminimumkan varian penaksir. Varian penaksir ini sesuai dengan geometri dan sifat menetralisasi yang dinyatakan dalam fungsi variogram yang mengkuantifikasikan korelasi *spasial* (ruang) antarsampel yaitu menggunakan kombinasi linier atau rata-rata bobot dari data sampel lubang bor di sekitar daerah pertambangan, untuk menghitung harga rata-rata titik yang ditaksir.

Pembobotan tidak semata-mata berdasarkan jarak, melainkan menggunakan korelasi statistik antar sampel yang juga merupakan fungsi jarak. Oleh karena itu, cara ini lebih canggih dan perilaku anisotropik dapat dengan mudah diperhitungkan. Cara ini memungkinkan penafsiran data kualitas secara probabilistik. Selain itu dimungkinkan pula interpretasi statistik mengenai hal-hal seperti bias, *estimasi variance* dan sebagainya. Dengan ketentuan pembobotan yaitu, rata-rata bobot dari data sampel bobot yang tinggi untuk sampel yang berada di dalam atau dekat dengan lokasi pertambangan, dan sebaliknya bobot yang rendah untuk sampel yang jauh letaknya dari lokasi pertambangan. Selain faktor jarak, bobot ini ditentukan pula oleh posisi sampel yang relatif terhadap lokasi pertambangan. Bobot yang diperoleh dari persamaan kriging tidak ada hubungannya secara langsung dengan sampel yang digunakan dalam penaksiran. Bobot ini hanya tergantung pada konfigurasi sampel di sekitar lokasi pertambangan dan pada variogram (yang walaupun merupakan fungsi namun didefinisikan secara global).

Semivariogram

Semivariogram atau suatu fungsi struktur variabel regional digunakan untuk menaksir atau memprediksi cadangan batu bara. Variabel regional adalah variabel yang terdapat dalam ruang yang mempunyai struktur teratur sehingga terdapat autokorelasi dalam variabel tersebut. Semivarian yang merupakan fungsi jarak antara pengamatan, juga sebagai sumber informasi yang digunakan dalam analisis kriging untuk mencapai fungsi bobot yang optimal (Dorsel, 2006).

Semivariogram, $\gamma(h)$, didefinisikan sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(s_i+h) - Z(s_i)]$$

dapat diuraikan dalam bentuk

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s+h)_i - Z(s_i)]^2 - [E[Z(s+h) - Z(s)]]^2 \right\}$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s+h)_i - Z(s_i)]^2 - \left\{ [E[Z(s_i+h)]]^2 - 2[E[Z(s_i+h)Z(s_i)]] + [E[Z(s_i)]]^2 \right\} \right\}$$

Karena $E[Z(s+h)_i \cdot Z(s_i)] = 0$ maka

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s+h)_i - Z(s_i)]^2 - \left\{ [E[Z(s_i+h)]]^2 - 2[0] + [E[Z(s_i)]]^2 \right\} \right\}$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 - \left\{ [E[Z(s_i+h)]]^2 + [E[Z(s_i)]]^2 \right\} \right\}$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 - \left\{ [E[Z(s_i)]]^2 + E[Z(s_i) \cdot Z(h)] + E[Z(h)]^2 \right\} + [E[Z(s_i)]]^2 \right\}$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 - \left\{ [E[Z(s_i+h)]]^2 - [E[Z(s_i) \cdot Z(h)]] + [E[Z(s_i)]]^2 \right\} \right\}$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \left\{ E[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 - \{0\} \right\}$$

sehingga bentuk lain dari $\gamma(h)$ adalah:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(s_i+h) - Z(s_i)]^2 \text{ dengan } s_i \text{ dan } s_i+h \text{ dimisalkan sebagai titik yang berada di}$$

R^1, R^2 , atau R^3 . Dan h adalah vektor jarak. Semivariogram menyatakan dua kali kuadrat jarak titik $(Z(s_i+h), Z(s_i))$ terhadap garis $Y = X$, misal $h = (h_1, h_2)$ vektor di R^2 . Semivariogram merupakan fungsi (h_1, h_2) atau $\|h\|$ (fungsi panjang vektor) atau arah vektor θ . Untuk sudut tetap, semivariogram menunjukkan pola perubahan nilai Z sebagai fungsi dari jarak. Untuk jarak tertentu, semivariogram menunjukkan pola perubahan nilai Z sebagai fungsi dari arah vektor.

Model Semivariogram

Menurut Armstrong (1999), semivariogram merupakan besaran utama dalam proses penaksiran cadangan mineral. Misal Z suatu proses *spasial stasioner* dengan kovarian $C(h)$ dan \hat{Z} suatu bentuk kombinasi linier $Z(s_1), \dots, Z(s_n)$.

$$\hat{Z} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

Keterangan:

\hat{Z} = penaksir dari suatu titik sampel

λ_i = bobot titik ke- i , ($i = 1, 2, \dots, n$)

$Z(s_i)$ = jumlah dari titik sampel s_i

Oleh karena varian merupakan besaran tak negatif, maka diperoleh syarat

$$\begin{aligned} 0 \leq \text{var}(\hat{Z}) &= \text{var} \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \text{var}(Z(s_i)) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{cov}(Z(s_i), Z(s_j)) \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) \end{aligned}$$

untuk setiap titik s_1, \dots, s_n dan setiap bobot $\lambda_1, \dots, \lambda_n$.

Kombinasi linier $\hat{Z} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$ dikatakan *admissible* jika jumlah bobot sama dengan nol,

$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$. Setiap kombinasi linier penambahan $\sum_{i=1}^n [Z(s_i + h) - Z(s_i)]$ memenuhi syarat *admissible*

karena setiap penambahan melibatkan bobot +1 dan -1. Sebaliknya, setiap kombinasi linier *admissible* dapat ditulis sebagai kombinasi linier penambahan. Syarat *admissible* untuk semivariogram dengan melibatkan bobot -1 adalah

$$0 \leq \text{Var} \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \right) = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(s_i, s_j)$$

Berdasarkan syarat di atas, model semivariogram dapat dipilih

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma(s_i, s_j) \leq 0$$

untuk setiap titik s_1, \dots, s_n dan setiap bobot $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ dengan $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 0$.

Fitting Model Semivariogram

Menurut Kitanidis (1997), analisis struktural adalah analisis fitting model semivariogram pada semivariogram eksperimental. *Sill* dan *range* merupakan parameter utama dalam proses fitting model semivariogram. *Range* mempresentasikan korelasi spasial. Nilai *sill* sama dengan nilai varian sampel. Perpotongan semivariogram dengan sumbu tegak dinamakan *nugget effect*. Hal ini berkaitan dengan varian untuk jarak lebih kecil dari jarak minimum antar sampel. Kombinasi linier model semivariogram dinamakan model *nested*. Sebagai contoh *Nugget + Spherical* merupakan suatu model *nested*. Metode fitting model semivariogram menggunakan dua jenis metode pendekatan yaitu pendekatan manual dan pendekatan konfirmasi. Pendekatan manual memanfaatkan karakteristik model semivariogram, sedangkan pendekatan konfirmasi (uji hipotesa) dikembangkan melalui residual.

Suatu proses spasial $\{Z(s_i), s \in D\}$ stasioner jika mean $E(Z(s_i)) = m(s_i) = m = \text{konstan}$

$$C(h) = \text{Cov}[Z(s+h), Z(s)], s \in D .$$

Fungsi $C(h)$ disebut kovarian yaitu fungsi panjang vektor dan sudut, $C(h) = C(\|h\|, \theta)$, $h \in D$. Kovarian memenuhi $C(0) = \text{Var}Z(s) = \sigma^2$ jika $\text{Cov}[Z(s+h), Z(s)] = 0$ maka

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{var} [Z(s_i + h) - Z(s_i)]$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{var} [Z(s_i + h) + Z(s_i)]$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} [\sigma^2 + \sigma^2]$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} [2\sigma^2]$$

$$\gamma(h) = \sigma^2$$

Untuk proses stasioner berlaku hubungan semivariogram dengan kovarian yaitu:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2 - E [Z(s_i + h).Z(s_i)]$$

$$2(\gamma(h)) = E [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2 - 2E [Z(s_i + h).Z(s_i)]$$

$$2(\gamma(h)) = \{E [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2 - 2C(h)\}$$

$$2(\gamma(h)) = 2 \{C(0) - C(h)\}$$

maka didapatkan:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

Korelasi spasial didefinisikan melalui kovarian adalah:

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)}, -1 \leq \rho < 1$$

Semivariogram (data) empirik/eksperimental adalah:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j) \in N(h)} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2$$

$$= \frac{\sum_{(i,j) \in N(h)} [Z(s_i) - Z(s_j)]^2}{2N(h)}$$

Keterangan:

$\hat{\gamma}(h)$ = Penaksir semivariogram hasil percobaan yang dihitung dari data as li

$Z(s_i)$ = Nilai cadangan dari titik sampel s_i

h = Jarak antara pasangan titik data

$N(h)$ = banyaknya pasangan data berjarak h .

Proses fitting model semivariogram:

- Hitung semivariogram eksperimental
 $\hat{\gamma}(h_i), i = 1, \dots, m$. Plot $\hat{\gamma}(h_i)$ terhadap $h_i, i = 1, \dots, m$.
- Pilih model teoritis berdasarkan karakteristik fenomena yang diamati; geometri mineralisasi, geologi endapan (*horse shoe*).
- Validasi model, statistik uji
- Dengan $Z(s)$ suatu proses spasial dan $Z(s_1), \dots, Z(s_n)$ realisasi pengukuran dari $Z(s)$.
Andaikan proses mengikuti semivariogram isotropik γ .

Proses fitting model semivariogram adalah:

Interpolasi $Z(s_2)$ diberikan $Z(s_1)$: $Z_{ok.2}(s_2) = Z(s_1)$, dan $\sigma_{ok.2}^2 = 2\gamma(s_1 - s_2)$.

Residual $r_2 = Z(s_2) - \hat{Z}(s_2)$ dan normalized residual $\varepsilon_2 = \frac{r_2}{\sigma_{ok.2}}$

Untuk pengukuran ke-k:

$$r_k = Z(s_k) - \hat{Z}(s_k), \quad k = 2, \dots, n$$

$$\varepsilon_k = \frac{r_k}{\sigma_{OK.k}}, \quad k = 2, \dots, n$$

Distribusi residualnya adalah (Kitanidis, 1997)

$$E[\varepsilon_k] = 0, \quad k = 2, \dots, n$$

$$E[\varepsilon_k \varepsilon_1] = \begin{cases} 1, & k = 1 \\ 0, & k = 2, \dots, n \end{cases}$$

Validasi Model

Validasi model semivariogram terdiri dari dua statistik uji yaitu:

1. Statistik Q_1

$$Q_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \varepsilon_k$$

$$Q_1 \text{ berdistribusi } N\left(0, \frac{1}{n-1}\right)$$

$$\text{Model semivariogram } (\gamma) \text{ ditolak jika } |Q_1| > \frac{2}{\sqrt{n-1}}$$

2. Statistik Q_2

$$Q_2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \varepsilon_k^2$$

$$(n-1)Q_2 \text{ berdistribusi } \chi_{n-1}^2$$

$$\text{dengan } E[Q_2] = 1, \text{ dan } E[(Q_2 - 1)^2] = \frac{2}{n-1}$$

$$\text{Model semivariogram } \gamma(h, \theta) \text{ ditolak jika } Q_2 > U \text{ atau } Q_2 < L$$

Semivarian

Teori variabel adalah teori yang sifat-sifatnya tidak terstruktur. Teori variabel tidak menggunakan autokorelasi, tetapi menggunakan *property* relasi, yaitu semivarian yang menyatakan derajat hubungan antara titik pada suatu permukaan. Semivarian secara sederhana adalah setengah varian dari perbedaan antara semua kemungkinan bidang titik-titik dengan suatu konstanta bagian jarak.

Semivarian pada jarak $d = 0$ harusnya nol, karena tidak ada perbedaan antara titik-titik yang dibandingkan terhadap titik-titik itu sendiri. Namun, karena titik-titik itu dibandingkan dengan peningkatan titik-titik renggang, maka semivarian meningkat. Pada beberapa jarak yang disebut *range*, semivarian akan menjadi penaksir yang sama dengan varian. Ini merupakan jarak terbesar yang mana nilai pada suatu titik berhubungan dengan nilai pada titik yang lain. *Range* menyatakan hampiran maksimum yang mengontrol titik-titik dan diseleksi untuk mengestimasi suatu sudut *grid*, dengan mendapatkan korelasi statistik antarobservasi. Pada keadaan di mana sudut *grid* dan observasi ditempatkan sehingga semua jarak melampaui *range*, analisis kriging menghasilkan penaksiran yang sama secara statistik klasik yaitu rata-rata (*mean*).

Nugget, range, dan sill

Ada tiga parameter yang menggambarkan semivariogram yaitu:

Nugget (c_0) : Merupakan parameter yang tidak diketahui, penyimpangan ukuran error dapat terlihat pada variogram sebagai intercept dari variogram.

Range (a) : Ukuran yang mengontrol derajat korelasi antara titik-titik data. Biasanya merupakan suatu jarak.

Sill (c) : Nilai dari semivarian sebagai jarak (h) yang menuju keadaan tidak terhingga. *Sill* sama dengan total varian data.

Diberikan dua parameter *sill* dan *range* pada model semivariogram. Konstanta pada teori model semivarian diketahui sebagai “efek *nugget*”. Konstanta ini mengindikasikan pengaruh dari pusat konsentrasi tinggi pada data yang mencegah nilai semivariogram hasil percobaan melampaui nilai asli.

Isotropik dan anisotropik data

Semivariogram dihitung sekurang-kurangnya dalam empat arah utama (0, 45, 90, 135). Jika semivariogram hanya tergantung pada jarak, proses dinamakan proses isotopik. Dinamika proses tidak tergantung pada arah. Proses memiliki pola sama ke semua arah. Jika semivariogram merupakan fungsi dari arah dan jarak, proses dinamakan anisotropik. Anisotropik dibedakan atas anisotropik geometrik dan anisotropik zonal. Anisotropik geometrik memiliki *sill* sama tetapi *range* berlainan. Anisotropik zonal memiliki *sill* tidak sama tetapi *range* sama (Armstrong, 1999).

Ordinary kriging

Ordinary kriging adalah estimator yang tak bias serta dapat memprediksi nilai minimum varian error. Pada ordinary kriging ini mean dan variannya belum diketahui, tetapi mempunyai model probability yang dapat digunakan untuk menghitung nilai varian error.

Misalkan penaksir linier bias adalah:

$$\hat{Z}(s_0) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)$$

Untuk menaksir nilai suatu titik sembarang s_0 , maka dapat digunakan kombinasi linier $Z(s_1), \dots, Z(s_n)$ dan $\lambda_1, \dots, \lambda_n$:

$$\hat{Z} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) \quad \hat{Z}, Z(s_i) \forall \text{ variabel acak}$$

Dengan variabel acak dapat dihasilkan estimasi error $R(s_0)$, yang didefinisikan sebagai perbedaan antara nilai yang ditaksir dan nilai data:

$$\begin{aligned} R(s_0) &= \hat{Z} - Z(s_0) \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z(s_0) \end{aligned}$$

varian error pada s_0 adalah:

$$\begin{aligned} E[R(s_0)] &= E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i) - Z(s_0) \right] \\ &= \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(s_i)] - E[Z(s_0)] \end{aligned}$$

jika $E[R(s_0)] = 0$ maka $\sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(s_i)] - E[Z(s_0)] = 0$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z] - E[Z] = 0$$

Sehingga

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

Dari persamaan 2.12 dapat ditunjukkan bahwa \hat{Z} merupakan penaksir linier tak bias jika dan hanya jika $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. Varian error σ_{ok}^2 adalah:

$$\begin{aligned} \text{var}(R(s_0)) &= \text{var}(\hat{Z} - Z(s_0)) \\ &= \text{cov}(\hat{Z}, \hat{Z}) - \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) - \text{cov}(Z(s_0), \hat{Z}) + \text{cov}(Z(s_0), Z(s_0)) \\ &= \text{cov}(\hat{Z}, \hat{Z}) - 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) + \text{cov}(Z(s_0), Z(s_0)) \\ &= \text{cov}(\hat{Z}, \hat{Z}) + \text{cov}(Z(s_0), Z(s_0)) - 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) \\ &= \text{var}(\hat{Z}) + \text{var}(Z(s_0)) - 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) \\ &= \text{var}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right) + \text{var}(Z(s_0)) - 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) \end{aligned}$$

diasumsikan $\text{var}(Z(s_0)) = \sigma^2$ dan $\text{var}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j)$

maka $\text{var}(R(s_0)) = \sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0))$ dimana

$$\begin{aligned} 2 \text{cov}(\hat{Z}, Z(s_0)) &= 2 \text{cov}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i), Z(s_0)\right) \\ &= 2 E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i), Z(s_0)\right) - 2 E\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i)\right) E(Z(s_0)) \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i), Z(s_0)) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i E(Z(s_i)) E(Z(s_0)) \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh persamaan varian error yaitu:

$$\sigma_{ok}^2 = \sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0))$$

Dengan menggunakan parameter *Langrange* μ didapatkan persamaan baru yaitu:

$$\sigma_{ok}^2 = \sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right\} \text{ karena } \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

maka $2\mu \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right\} = 0$

Varian error akan diminimumkan dengan menghitung turunan parsial pertama dari persamaan diatas terhadap λ_i dapat dituliskan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial [\sigma_{ok}^2]}{\partial \lambda_i} &= \frac{\partial \left[\sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu \left\{ \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right\} \right]}{\partial \lambda_i} \\ &= \frac{\partial \left[\sigma^2 + \left\{ \lambda_i^2 C(s_i, s_i) + 2\lambda_i \sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) \right\} - 2\lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu \lambda_i \right]}{\partial \lambda_i} \\ &= 0 + \left\{ 2\lambda_i C(s_i, s_i) + 2 \sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) \right\} - 2 \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu \\ &= 2 \sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu \end{aligned}$$

Dengan membuat turunan persamaan ini sama dengan 0 sehingga menghasilkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} 2 \sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) + 2\mu &= 0 \\ \sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) + \mu &= \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Sistem persamaan ini sering mengarah pada sistem *ordinary kriging* yang dapat ditulis dalam bentuk matriks yaitu:

$$\begin{matrix} \tau & \lambda & = & g \\ \begin{pmatrix} C_{11} & \dots & C_{1n} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & \dots & C_{nn} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} C_{10} \\ \vdots \\ C_{n1} \\ 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Keterangan

τ = Model semivariogram antara semua pasangan lokasi sampel

λ = Bobot

g = Model semivariogram antara semua pasangan ukuran lokasi dan prediksinya

Mengalikan setiap n persamaan yang diberikan dalam persamaan 2.16 dengan λ_i menghasilkan bentuk berikut:

$$\lambda_i \left(\sum_{j=2}^n \lambda_j C(s_i, s_j) + \mu \right) = \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) \quad \forall i = 1, \dots, n$$

bentuk μ yang sederhana adalah:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) = \sum_{j=1}^n \lambda_j \text{cov}(Z(s_j), Z(s_0)) - \mu$$

Dengan mensubstitusikan persamaan 2.16 menjadi 2.13, maka didapatkan bentuk minimum varian error :

$$\begin{aligned}\sigma_{ok}^2 &= \sigma^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(s_i, s_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) \\ &= \sigma^2 + \sum_{j=1}^n \lambda_j \text{cov}(Z(s_j), Z(s_0)) - \mu - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{cov}(Z(s_i), Z(s_0)) \\ &= \sigma^2 - \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j \text{cov}(Z(s_j), Z(s_0)) + \mu \right)\end{aligned}$$

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan (*applied research*) yaitu penelitian yang bertujuan untuk memperoleh penemuan-penemuan yang berkenaan dengan aplikasi atau penerapan teori-teori tertentu (Mardalis, 1989). Penelitian ini diperlukan untuk mengetahui berapa besar cadangan batu bara dengan menggunakan analisis kriging, khususnya *ordinary kriging*.

Adapun yang menjadi sampel dalam penelitian ini adalah 11 data titik lokasi pertambangan batu bara di Propinsi Bengkulu di Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah koordinat lokasi dan nilai produksi batu baranya, yang digunakan untuk menentukan jumlah cadangan batu bara di lokasi pertambangan batu bara di Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.

Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari PT Bukit Sunur yaitu berupa *raw data* (data mentah) cadangan batu bara di Propinsi Bengkulu tepatnya Kabupaten Seluma Kecamatan Seluma.

Teknik Analisis Data

Tahap-tahap analisis data dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Meyeleksi jenis data, apakah termasuk dalam point kriging, blok kriging, atau co kriging.
2. Menentukan apakah data termasuk ke dalam kelompok data reguler atau irreguler.
3. Memperlihatkan plot semivariogram eksperimental.
4. Memilih satu yang terbaik dari model teoritikal semivariogram yang sesuai dengan karakteristik data yang berdasarkan pada eksperimental.
5. Melakukan validasi model dengan statistik uji Q_1 dan Q_2 yang bertujuan untuk mengetahui apakah model semivariogram tersebut dapat diterima atau ditolak.
6. Mengestimasi dengan menggunakan analisis kriging untuk mendapatkan nilai penaksiran cadangan yang mendekati nilai aslinya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Seleksi Data

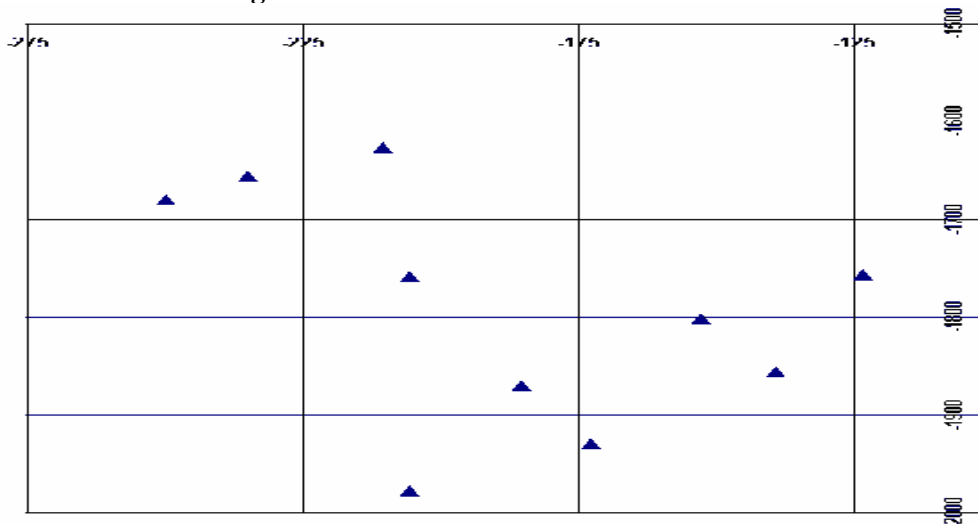
Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data point kriging yang berupa titik koordinat yaitu titik koordinat X dan Y yang disertai dengan jumlah cadangan batu bara (Z). Koordinat X adalah koordinat yang menunjukkan arah *north* (utara) dalam satuan meter. Sedangkan Koordinat Y menunjukkan arah *east* (timur) dalam satuan meter, dan Z cadangan batu bara dinyatakan dalam satuan ton. Berikut 11 data lokasi pertambangan batu bara.

Tabel 1. Data Lokasi Pertambangan Batu B ara

No	X (Meter)	Y (Meter)	Batu Bara (Ton)
1	-210.62	-1627.2	0
2	-250.02	-1680	10150
3	-234.96	-1655.4	0
4	179.557	-1698.1	7050
5	-205.58	-1758.2	8610
6	-123.29	-1756.7	8200
7	-152.64	-1801.8	5430
8	-139.09	-1856.6	6220
9	-185.43	-1870.1	7070
10	-172.67	-1929.6	3770
11	-205.59	-1978	4730

Dari Tabel 1 dapat dilihat lokasi yang memiliki produksi batu bara minimum sebesar 0 ton berada pada lokasi (-210.622m,-1627.231m) dan (-234.961m,-1655.441m). Untuk produksi batu bara yang maksimum sebesar 10.150 ton berada pada lokasi (-250.015m,-1679,984m). Berikut ini dapat dilihat plot pertambangan batu bara dari data awal yang diberikan.

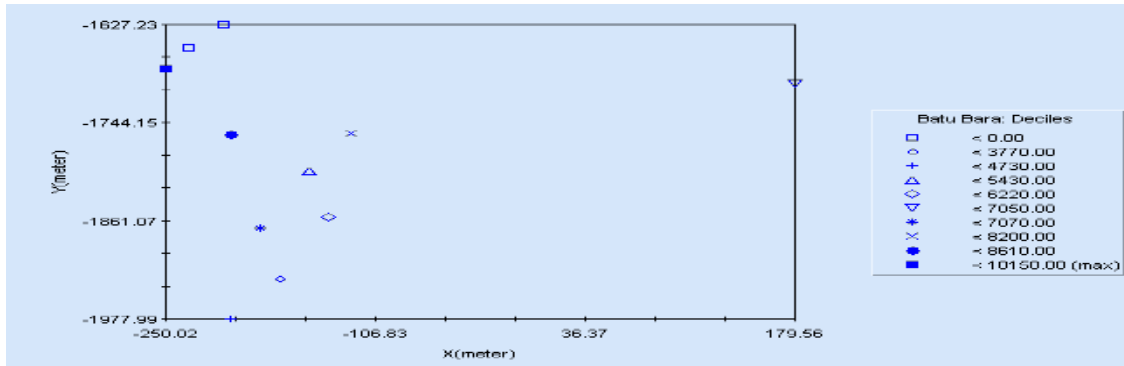
Plot Lokasi Pertambangan Batu Bara



Gambar 1. Peta Lokasi Titik Pengeboran Cadangan Batu Bara Kecamatan Seluma

Berdasarkan lokasi data maka semivariogram yang digunakan adalah semivariogram dalam bentuk data yang tidak beraturan (irreguler), dikarenakan jarak antara titik pengeboran yang satu dengan yang lainnya pada data pengamatan lapangan tidak sama.

Titik koordinat yang digunakan pada lokasi pertambangan adalah titik koordinat lokal, yang nilai titik koordinat X dan Y negatif karena lokasi pada peta menunjukkan berada di kuadran tiga. Selain itu koordinat titik pengeboran batu bara Kecamatan Seluma juga dapat dikatakan berada di sekitar arah barat dan selatan Kecamatan Seluma karena titik bernilai negatif dan memiliki acuan arah mata angin.



Gambar 2. Plot Cadangan Batu Bara Kecamatan Seluma.

Dari Gambar 2 dapat diketahui bahwa ada 10 pengelompokan *Quartiles* yang masing-masing mempunyai batasan. Untuk simbol kotak ada 2 titik pengeboran dengan nilai cadangan batu bara lebih besar dari 0 ton, sedangkan untuk nilai paling besar dengan simbol segi empat yang ditebali terdiri dari 1 titik pengeboran dengan nilai cadangan batu bara lebih kecil dari 10.150 ton. Dari Gambar 2 juga dapat diidentifikasi bahwa penempatan titik pengeboran tersebar di sekitar lokasi yang akan diprediksi.

Analisis semivariogram

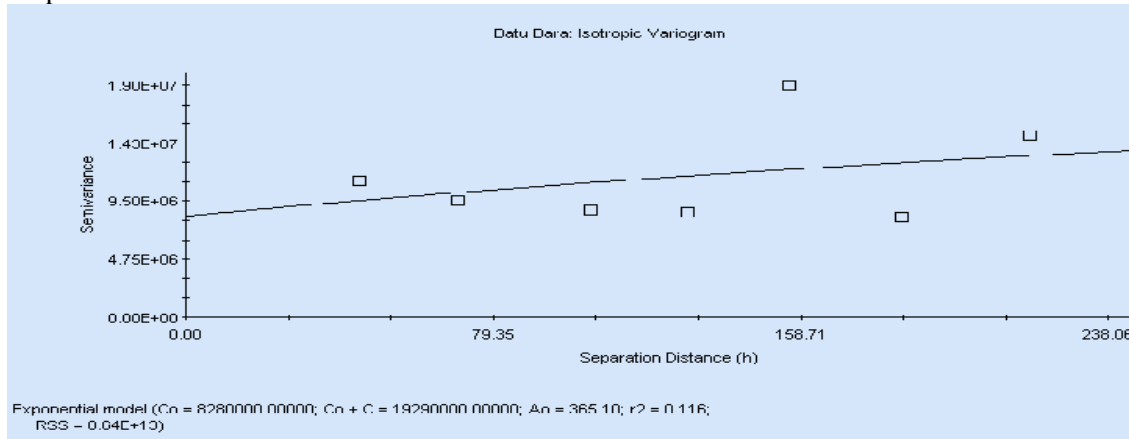
Dalam analisis semivariogram digunakan dua ukuran sampel yang berbeda yaitu yang pertama dengan menggunakan seluruh data (11 data), dan yang kedua dengan menggunakan 9 data. Pada data asli terdapat 2 lokasi titik pengeboran yang mempunyai nilai 0 karena tidak didapatkan informasi dari kedua lokasi titik pengeboran tersebut maka yang digunakan hanya 9 data. Untuk masing-masing ukuran sampel akan dicari model semivariogram yang autofit dan model semivariogram yang lainnya. Masing-masing model selain autofit, dilakukan 3 kali percobaan dengan mengubah nilai-nilai parameternya.

Sebelum melakukan analisis dengan dua ukuran sampel perlu diketahui nilai dari variogram yang digunakan untuk mengetahui model dari semivariogram eksperimental menggunakan G_s^{+7} yang dapat dilihat pada tabel 2 dan gambar 3 di bawah ini.

Tabel 2. Nilai Variogram Isotropik Data 11

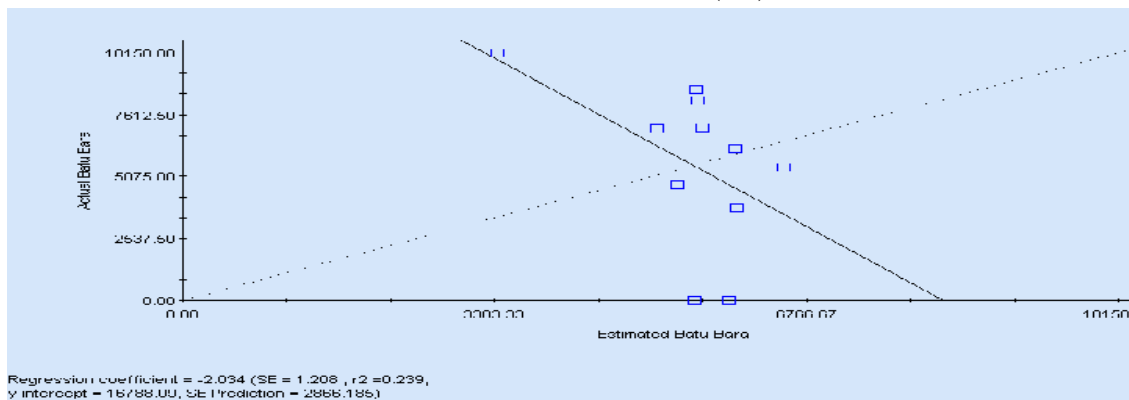
Lag Class	Average Distance	Average Semivariance	Pairs
1			0
2	44.91	11204200.0000	5
3	70.31	9557621.4286	7
4	104.28	8827130.0000	5
5	129.37	8609680.0000	5
6	155.79	19004580.0000	5
7	184.58	8251180.0000	5
8	217.84	14896575.0000	4

Untuk jumlah data 11, model autofit dari model semivariogram adalah model eksponensial.



Gambar 3 Autofit Semivariogram Model Eksponensial

Dengan parameternya nugget ($c_0 = 8.280.000$), sill ($c = 19.290.000$), range ($a = 365,10$). Sehingga dapat diperoleh model linier $\gamma(h) = 8.280.000 + (bh)$.



Gambar 4. Cross Validasi Model Eksponensial

Selain hasil output diatas, diperoleh nilai estimasi Z dari 11 data, berdasarkan hasil dari cross validasinya tidak terdapat nilai Z estimasi yang negatif. Namun pada gambar cross validasinya, garis cross validasi tidak mendekati garis regresi linier berarti dapat disimpulkan bahwa model autofit eksponensial tidak baik, yang dapat dilihat pada gambar 4.

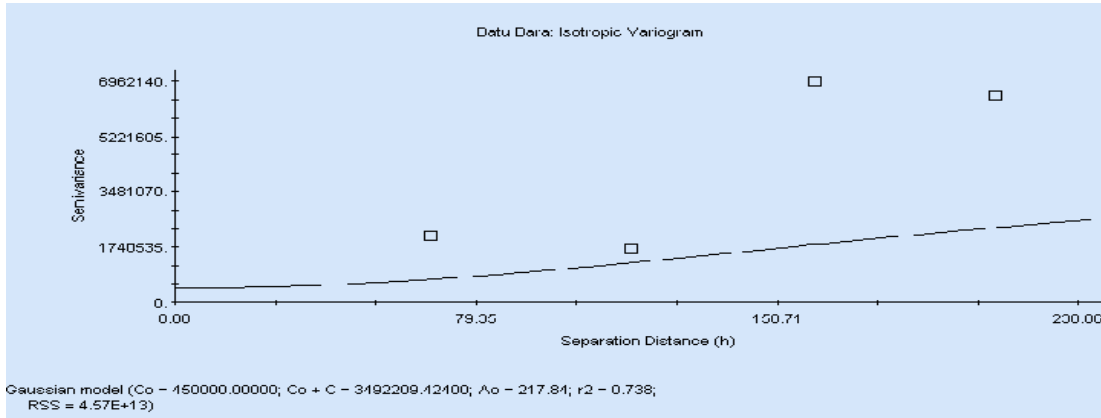
Kemudian untuk 3 model semivariogram lainnya setelah dilakukan 3 kali percobaan ternyata dari 3 model semivariogram itu yaitu model Spherical, Gaussian, dan Linier dapat dilihat bahwa pada masing-masing model terdapat nilai estimasi Z yang negatif sehingga dapat dikatakan bahwa model tersebut tidak baik (gambar cross validasi dan nilai estimasi pada lampiran 1).

Untuk melihat mana di antara 3 model semivariogram yaitu Spherical, Gaussian, dan Linier yang parameter independen berpengaruh terhadap parameter dependen maka dilakukan regresi linier sederhana dengan uji t. Sehingga dapat disimpulkan bahwa ketiga model semivariogram tersebut tidak baik, (perhitungan uji t pada lampiran 2).

Kemudian, dilakukan analisis semivariogram dengan menggunakan data 9 setelah menghilangkan 2 data titik koordinat (-210.622m,-1627.231m) dan (-234.961m, -1655.441m) karena memiliki nilai aktual Z nol (0) yang diasumsikan tidak ada informasi yang didapat dari lokasi titik pengeboran itu. Hasil autofit adalah semivariogram model Gaussian. Dengan nilai model Eksperimental dan model autofitnya dapat dilihat pada tabel 3 dan gambar 5 dibawah ini.

Tabel 3. Nilai Variogram Isotropik Data 9

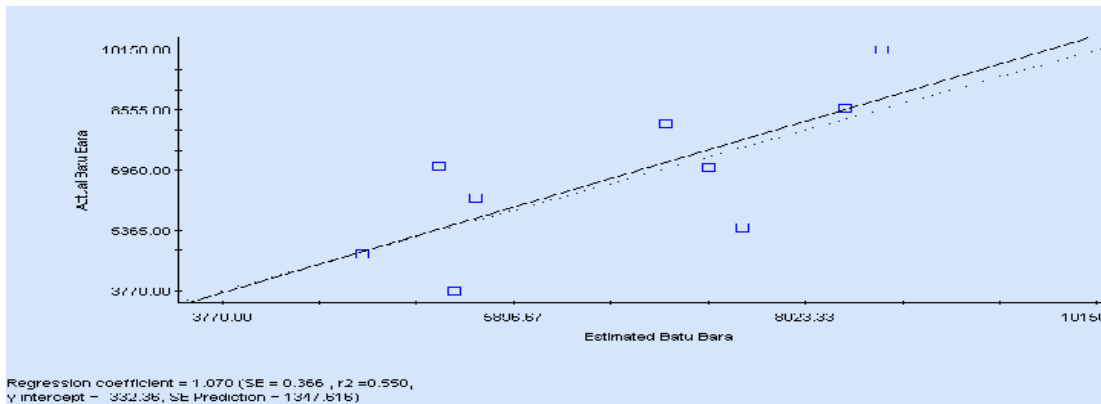
Lag Class	Average Distance	Average Semivariance	Pairs
1			0
2	67.48	2108765.0000	10
3	120.03	1695164.2857	7
4	168.45	6962140.0000	5
5	216.28	6503325.0000	4



Gambar 5. Autofit Semivariogram Model Gaussian

Dari Gambar 5 dapat diketahui parameter-parameternya yaitu nugget ($c_0 = 450.000$), sill ($c = 2.492.209,424$), range ($a = 217,84$) dan persamaannya adalah

$$\gamma(h) = 2.942.209,424 \left(1 - e^{-\frac{h^2}{217,84^2}} \right).$$



Gambar 6. Cross Validasi Model Gaussian

Dari perhitungan juga didapat gambar 6 dipe roleh nilai estimasi Z untuk 9 data. Berdasarkan hasil cross validasi, tidak ada nilai estimasi Z yang negatif, dan pada gambar cross validasi, garis cross validasi mendekati garis regresi linier dan titik menyebar di sekitar garis sehingga dapat dikatakan bahwa model autofit dengan data 9 ini baik. Kemudian untuk 3 model yang lainnya yaitu Spherical, Eksponensial, dan Linier gambar model semivariogram dan cross validasi dapat dilihat pada lampiran 7 dan 8.

Sama hal dengan data 11 untuk mengetahui apakah parameter independen berpengaruh terhadap parameter dependen maka dilakukan regresi linier sederhana dengan uji t. Dan ternyata, dari

hasil uji t terbukti bahwa parameter independen pada model semivariogram autofit Gaussian untuk data 9, berpengaruh terhadap parameter dependennya. Hasil uji t dapat dilihat pada lampiran 4.

Validasi Model

Untuk menguji validasi model, digunakan uji statistik Q_1 dan Q_2 . Hasil dari validasi model ini dapat menentukan model apa yang digunakan dalam analisis kriging. Apakah model semivariogram isotropik atau model semivariogram anisotropik atau juga kedua model tersebut dapat digunakan dalam analisis kriging.

1. Statistik uji Q_1

Dari hasil perhitungan didapatkan nilai $Q_1 = 0,1156$ yang mengikuti sebaran distribusi normal dengan $E[Q_1] = 0$ dan varian $E[Q_1^2] = \frac{1}{n-1} = \frac{1}{10} = 0,1$. Sesuai dengan kriteria uji validasi model, bahwa model semivariogram γ ditolak jika $|Q_1| > \frac{2}{\sqrt{n-1}}$.

Karena $|Q_1| = 0,12344$ dan

$$\frac{2}{\sqrt{n-1}} = \frac{2}{\sqrt{11-1}} = \frac{2}{\sqrt{10}} = 0,63$$

$$\text{maka } |Q_1| < \frac{2}{\sqrt{n-1}}$$

$$0,12344 < 0,63$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa model semivariogram isotropik γ diterima pada analisis kriging ini, dan analisis kriging dapat dilanjutkan.

2. Statistik uji Q_2

Dari hasil perhitungan didapatkan nilai $Q_2 = 0,01839$. Untuk $(n-1)Q_2 = (11-1) \times 0,01839 = 0,1839$ yang mengikuti sebaran distribusi khi-kuadrat dengan rata-rata $E[Q_2] = 1$ dan varian $E[(Q_2 - 1)^2] = \frac{2}{n-1} = \frac{2}{11-1} = \frac{2}{10} = 0,2$.

Karena $Q_2 = 0,01839$, dengan $U = 1,94$ dan $L = 0,364$ yang dapat dilihat pada lampiran 4 yaitu tabel 0,025 dan 0,975 persentil distribusi Q_2 .

Maka $Q_2 > U$ atau $Q_2 < L$

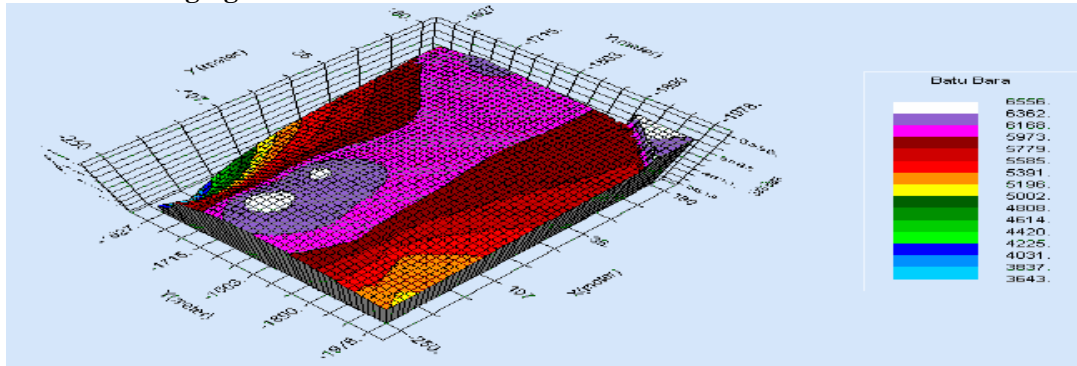
$$0,01839 < 1,94$$

sehingga dapat disimpulkan bahwa model semivariogram anisotropik $\gamma(h, \theta)$ dapat diterima pada analisis kriging, dan model semivariogram anisotropik dapat digunakan pada analisis kriging ini.

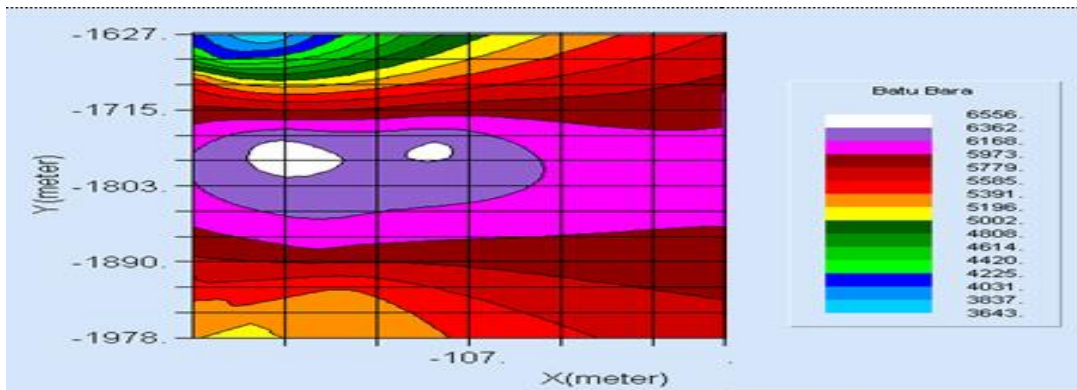
Analisis Kriging

Pada analisis kriging ini digunakan juga 2 ukuran sampel yaitu untuk data 11 dan data 9 yang masing - masing akan diperlihatkan dalam gambar 3D dan 2D yaitu sebagai berikut:

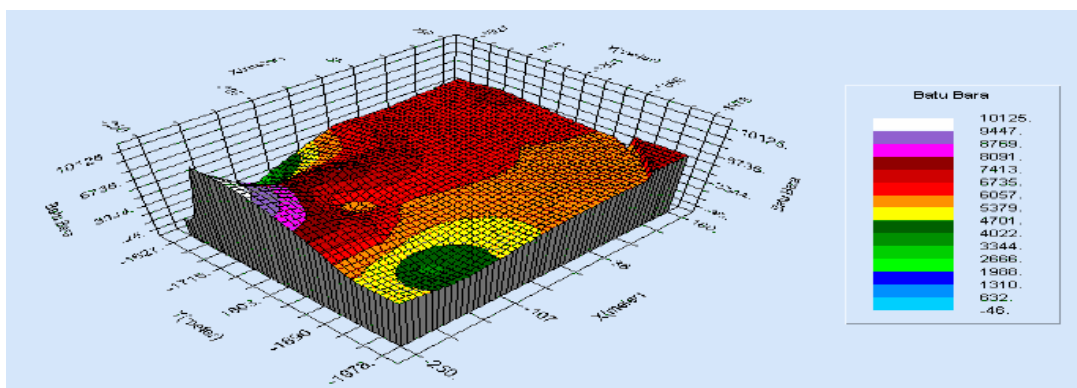
1. Analisis Kriging Data 11



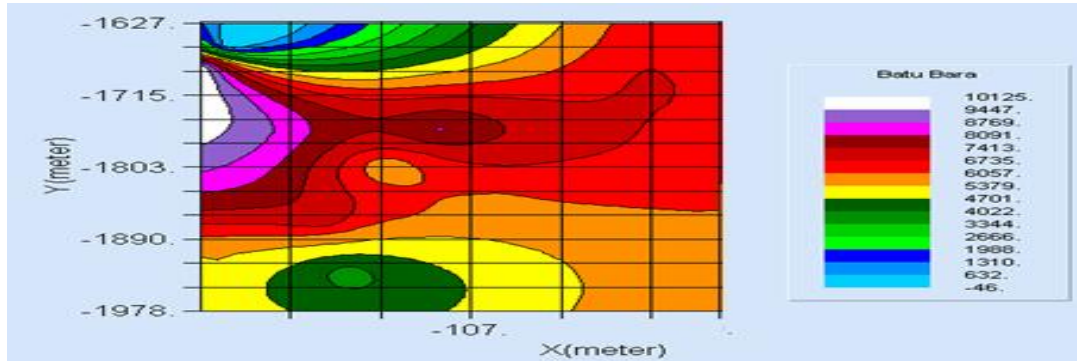
Gambar 7. Lokasi Pertambangan yang baru Model Eksponential 3D



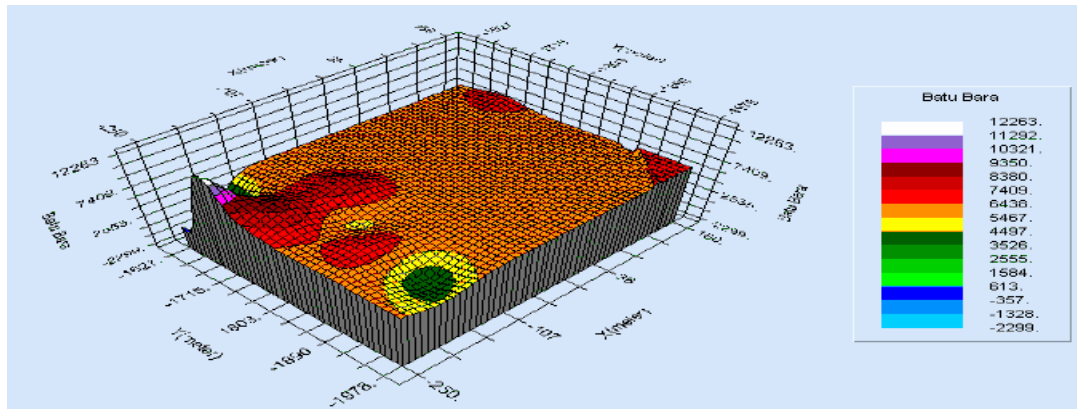
Gambar 8. Lokasi Pertambangan yang baru Model Eksponential 2D



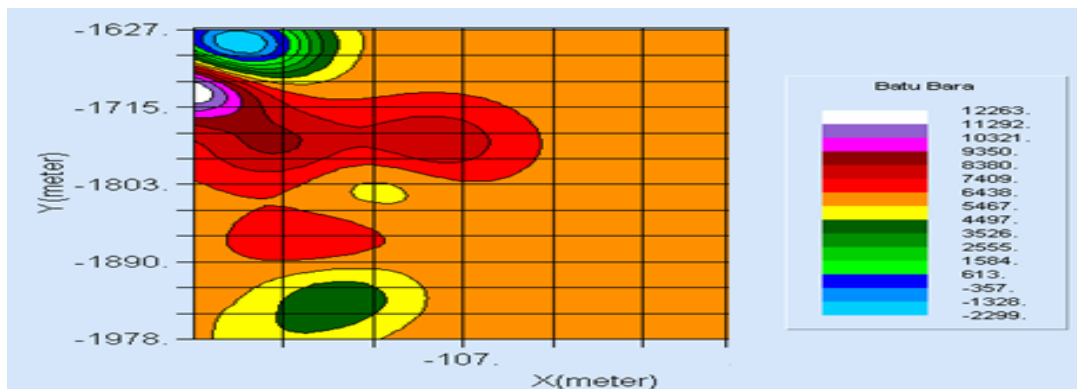
Gambar 9. Lokasi Pertambangan yang baru Model Spherical 3D



Gambar 10. Lokasi Pertambangan yang baru Model Spherical 2D



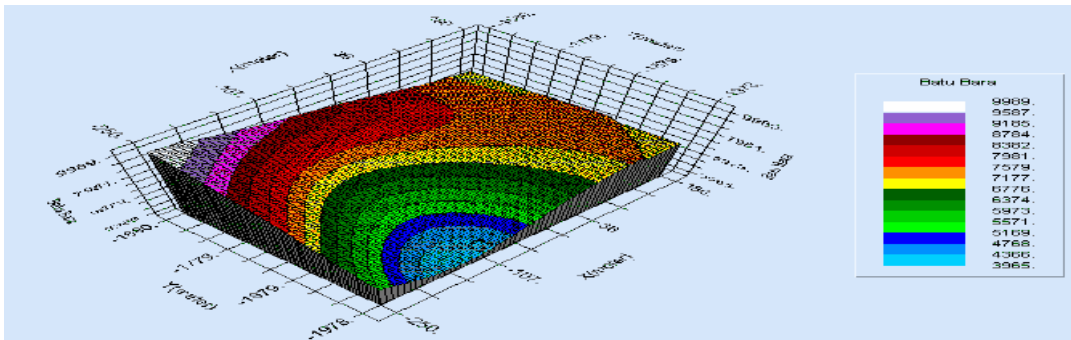
Gambar 11. Lokasi Pertambangan yang baru Model Gaussian 3D



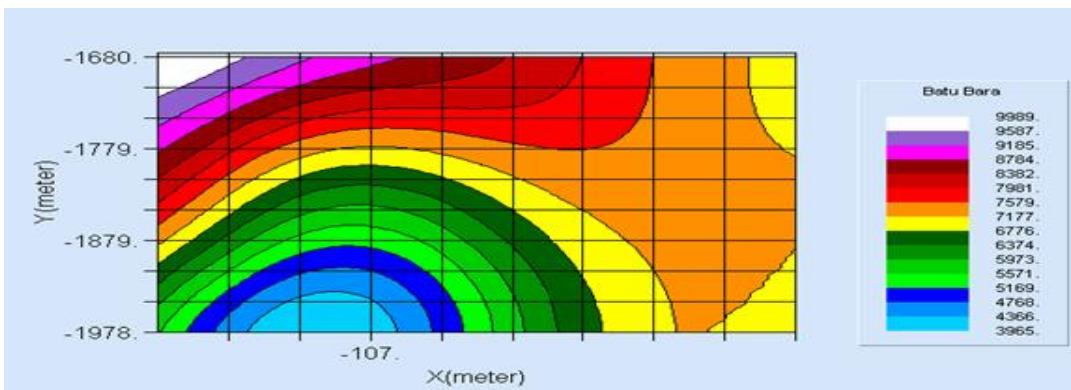
Gambar 12. Lokasi Pertambangan yang baru Model Gaussian 2D

Dari analisis kriging yang menggunakan data 11. Model semivariogram yang ditampilkan dalam bentuk 3D dan 2D adalah model autofit Eksponensial, model Spherica l, serta model Gaussian. Dan dari hasil analisis kriging ini ditemukan 4.992 lokasi pertambangan batu bara yang baru. Lokasi titik pengeboran yang mempunyai jumlah cadangan batu bara dalam jumlah yang besar yaitu p ada titik koordinat (-244.07m,-1679.98m) dengan jumlah cadangan batu bara sebesar 9.974 ton. Sedangkan titik pengeboran yang mempunyai jumlah cadangan batu bara dalam jumlah yang sedikit terdapat pada lokasi titik pengeboran dengan titik koordinatnya (-139.66m, -1977.99m) dengan jumlah cadangan batu bara sebesar 3.964 ton. Bila dilihat pada peta lokasi pertambangan batu bara Kecamatan Seluma maka titik koordinat yang baru berdekatan lokasinya dengan titik koordinat (-250.02m,-1680m) dengan cadangan batu bara sebesar 10.150 ton.

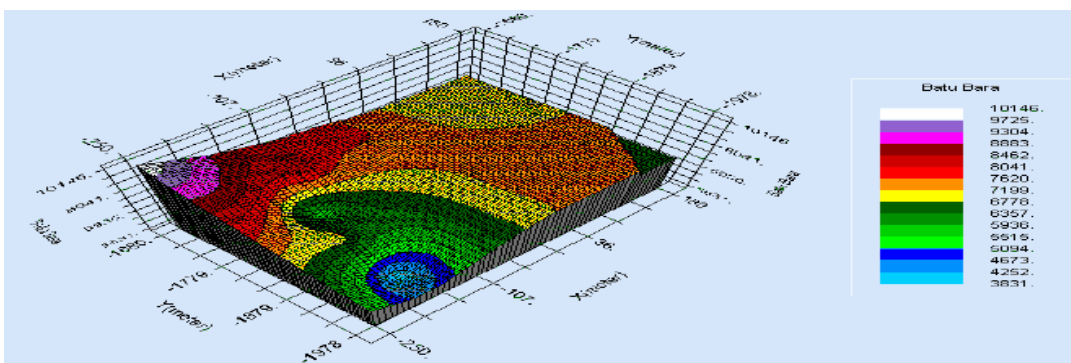
2. Analisis Kriging Data 9



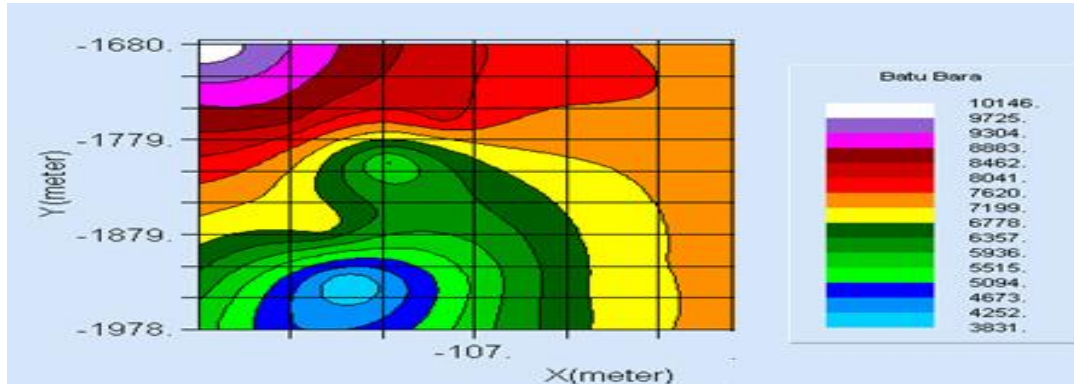
Gambar 13. Lokasi Pertambangan yang baru Model Gaussian 3D



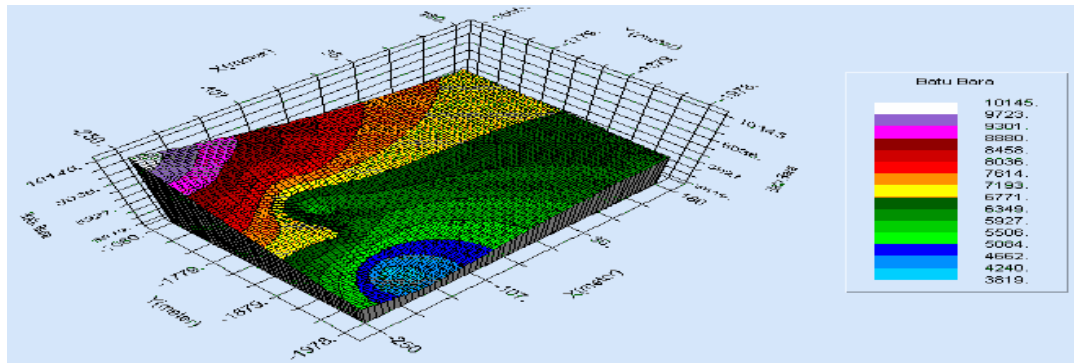
Gambar 14. Lokasi Pertambangan yang baru Model Gaussian 2D



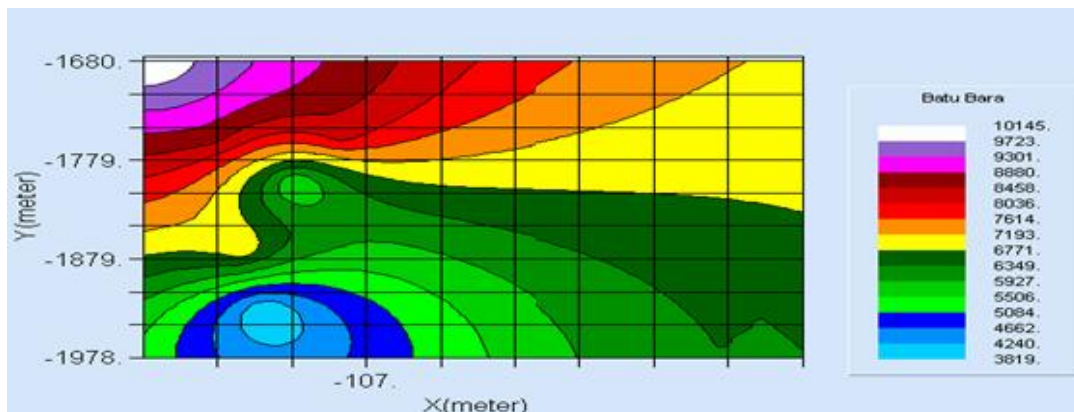
Gambar 15. Lokasi Pertambangan yang baru Model Spherical 3D



Gambar 16. Lokasi Pertambangan yang baru Model Spheri cal 2D



Gambar 17. Lokasi Pertambangan yang baru Model Eksponential 3D



Gambar 18. Lokasi Pertambangan yang baru Model Eksponential 2D

Kesimpulan dari analisis kriging yang menggunakan data 9. Model semivariogram yang ditampilkan dalam bentuk 3D dan 2D hanya model yang dinyatakan baik yaitu model autofit gaussian, dan model spherical serta eksponential. Lokasi titik pengeboran yang mempunyai jumlah cadangan batu bara dalam jumlah yang besar yaitu pada titik koordinat (-246.07m,-1679.98m) dengan jumlah cadangan batu bara 9.974 ton. Sedangkan titik pengeboran yang mempunyai jumlah cadangan batu bara dalam jumlah yang sedikit terdapat pada lokasi titik pengeboran dengan titik koordinatnya (-139.66m,-1977.99m) dengan jumlah cadangan batu bara sebesar 3.964 ton. Bila dilihat dari peta lokasi pertambangan asli maka titik koordinat yang baru berdekatan lokasinya dengan titik koordinat (-250.02m,-1680m) dengan cadangan batu bara sebesar 10.150 ton.

KESIMPULAN DAN SARAN

1. Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada pembahasan sebelumnya dapat disimpulkan bahwa: Data pengamatan tidak teratur (irreguler), karena jarak antara data yang satu dengan yang lain tidak sama.

Validasi model menyatakan bahwa model semivariogram isotropik dan model semivariogram anisotropik dapat digunakan dalam analisis kriging, karena kedua syarat validasi model diterima. Namun pada penelitian ini model yang digunakan adalah model semivariogram isotropik

Setelah dilakukan analisis menggunakan *software* Gs⁺7, untuk mendapatkan model semivariogram autofit, dari data 11 dan 9 ternyata yang memenuhi kriteria model yang terbaik itu terdapat pada data 9 dengan model autofit Gaussian dengan persamaan sebagai berikut:

$$\gamma(h) = 2.942.209,424 \left(1 - e^{-\frac{h^2}{217,84^2}} \right).$$

Hasil output dari analisis kriging memberikan estimasi cadangan batu bara untuk 4.992 lokasi pertambangan, dengan luas gridnya adalah 12 m². Lokasi pertambangan dengan jumlah cadangan batu bara yang banyak yaitu pada lokasi (-246.07m,-1679.98m) dengan jumlah cadangan batu bara 9.974 ton. Bila dilihat dari peta lokasi pertambangan asli maka lokasi pertambangan yang baru berdekatan lokasinya dengan lokasi (-250.02m,-1680m) dengan cadangan batu bara 10.150 ton.

2 Saran

Hendaknya pemerintah dapat memfokuskan peningkatan kualitas dan kuantitas di bidang pertambangan karena kebutuhan manusia terus meningkat dalam pemanfaatan barang tambang khususnya batu bara. Peningkatan kualitas dan kuantitas di bidang pertambangan hendaknya dapat menggunakan teknologi berbasis analisis komputerisasi. Sehingga penaksiran titik koordinat dan cadangan barang tambang umumnya dan batu bara pada khususnya dapat dilakukan lebih efisien lagi baik dari segi waktu maupun biaya.

Selain itu juga disarankan agar dapat melakukan riset yang lebih efektif baik itu data lapangan, pengamatan, teori-teori analisis, sumber-sumber pustaka, dan pengetahuan mengenai analisis *software* maupun yang mendukung.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Anonim. 2006. "Objective Mapping and Analysis kriging". <http://w3eos.choi.edu/12.747/notes/Lecto5/105s03.html>. 25 Maret 2006; 10:10:35.
- [2]. Anonim. 2006. "Semivariance". http://www.kg5.ku.edu/Tis/Surf3/s3_krig2.html. 25 Maret 2006; 10:58:27.
- [3]. Armstrong, M. 1999. *Basic Linear Geostatistic*. Berlin: Springer-Verlag.
- [4]. Astuti, P.P. 2002. *Kabupaten Seluma*. Jakarta. Harian Kompas.
- [5]. Chen, Y. 2001. "Semivariogram Fitting With Linear Programming". <http://www.iamg.org/CGEditor/index.htm>. 3 April 2006.
- [6]. DESDM. 2003. *Potensi Sumber Daya Mineral dan Energi*. Bengkulu. Kanwil Departemen Pertambangan Energi Propinsi Bengkulu.
- [7]. Diessel. 1992. *Keberadaan Batu Bara dan Bituminus*. Jakarta.

- [8]. Dorsel, D. dan Timothy. 2006. “*Enviromental Sampling and Monitoring Primer*”. http://ewr.cee.vt.edu/environmental/teachySmprimer/analisis_kriging/analisis_kriging.html. 25 Maret 2006; 14:26:05.
- [9]. Kitanidis, P.K. 1997. *Introduction to Geostatistic: Application to Hydrogeology* .
- [10]. Mardialis. 1989. *Metode Penelitian Suatu Pendekatan Proposal* . Jakarta: Bumi Aksara
- [11]. Matheror, G. 1971. *The Theory of Regionalized Variables and Its Application (Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique. N.5), Fointainebleau* . France: Cetre de Morphologie Mathematique.
- [12]. New York: Cambridge University Press.
- [13]. Usmin, p. 2004. *Pertambangan Batu Bara di Propinsi Bengkulu* . Bengkulu.
- [14]. Walpole, R..E. dan Raymond, H. M. 1995. *Ilmu Peluang Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan. Edisi ke-4*. Bandung:” Penerbit ITB.
- [15]. Widjaya, J. M. 1992. “*Evaluasi Jaringan Pos Pengamatan Hujan dengan Analisis Kriging*”. File://c:\My%20Documents\analisis_kriging%201.html. 8 Mei 2006; 09:30:03.

Analisis Biplot Pengguna Beberapa Jenis Kartu Prabayar

(Studi Kasus Mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu)

Nani Sumarni¹, Sigit Nugroho², dan Syahrul Akbar²

¹Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

²Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Analisis Biplot merupakan salah satu analisis yang terdapat dalam analisis multivariat. Analisis ini digunakan untuk menggambarkan baris dan kolom yang terdapat dalam matriks dalam grafik tunggal. Nilai-nilai yang terdapat dalam matriks ini diperoleh dari Singular Value Decomposition (SVD) dari matriks awal. Analisis ini telah digunakan untuk menggambarkan hubungan antara objek dan variabel dalam grafik tunggal. Tujuan dari penelitian ini adalah menunjukkan karakteristik dari berbagai jenis kartu prabayar berdasarkan persepsi pengguna kartu prabayar tersebut. Penelitian yang merupakan penelitian terapan ini menggunakan sampel sebesar 84 orang. Teknik pengambilan sampel yang digunakan adalah Cluster Random Sampling. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa Jempol dan Bebas diposisikan responden sebagai kartu prabayar terlemah untuk semua variabel yang ada. Sedangkan kartu prabayar yang mempunyai posisi yang terbaik berdasarkan persepsi responden adalah IM3 dan simPATI. Sementara itu, kartu prabayar Mentari dan Kartu As mempunyai posisi yang tidak terlalu baik untuk variabel-variabel yang digunakan.

Kata Kunci: Analisis Biplot, Kartu Prabayar GSM.

PENDAHULUAN

Dunia komunikasi akhir-akhir ini telah mengalami perkembangan yang cukup pesat, termasuk perkembangan industri seluler. Perkembangan industri seluler ini telah menciptakan lapangan kerja bagi masyarakat Indonesia baik secara langsung maupun tidak langsung. Counter XL dan counter-counter lain telah menyerap angkatan kerja baru di berbagai wilayah. Bisnis mobile phone (hand phone), kartu prabayar dan penjualan pulsa juga telah membuka peluang ekonomi bagi sebagian anggota masyarakat. Selain itu, bermunculan pula program-program acara interaktif di televisi dan radio yang dipermudah oleh layanan industri seluler telah mengantarkan pada perluasan lapangan kerja bagi para presenter.

Salah satu sarana pendukung perkembangan industri seluler ini adalah dengan menggunakan kartu prabayar. Di Indonesia terdapat dua jenis kartu prabayar. Kartu prabayar tersebut adalah kartu prabayar GSM (Global System for Mobile Communication) dan kartu prabayar CDMA (Code Division Multiple Access). Kartu prabayar GSM adalah Kartu As, simPATI, IM3, Mentari, Jimat, Jempol dan Bebas. Sedangkan kartu prabayar CDMA adalah Fren, Esia, Flexi, dan Star One.

Dalam kehidupan sehari-hari seringkali dijumpai sesuatu hal yang banyak melibatkan sejumlah variabel yang antar variabel saling berpengaruh, hal semacam ini akan lebih mudah diinterpretasikan jika kita menggunakan analisis multivariat. Secara umum, Analisis Multivariat atau Metode Multivariat berhubungan dengan metode-metode statistik yang secara bersama-sama (simultan) melakukan analisis terhadap lebih dari dua variabel pada setiap objek atau orang (Santoso (2004) dalam Mulyani, 2006).

Biplot adalah salah satu upaya menggambarkan data-data yang ada pada tabel ringkasan dalam grafik berdimensi dua. Biplot ini pertama kali diperkenalkan oleh Gabriel pada 1971 dan telah diperbaharui oleh Gower dan Hand pada 1996. Kata Bi- menunjukkan dua jenis informasi yang terdapat dalam matriks. Baris menunjukkan sampel atau unit sampel, sedangkan kolom menunjukkan variabel. Kedua informasi tersebut akan digambarkan dalam satu grafik. Jadi dalam kasus ini, deskripsi

berbagai jenis kartu prabayar terhadap berbagai atribut kartu prabayar akan digambarkan dalam satu grafik oleh Biplot.

Berdasarkan latar belakang diatas maka masalah yang akan ditemukan solusi lebih lanjut dari penelitian ini adalah bagaimana deskripsi berbagai jenis kartu prabayar berdasarkan persepsi pengguna terhadap berbagai atribut kartu prabayar yang diamati dengan menggunakan analisis Biplot.

Agar pembatasan lebih terarah, maka penelitian ini di batasi pada:

Jenis kartu prabayar yang diteliti adalah GSM.

Kartu prabayar GSM yang dimaksud disini adalah kartu prabayar yang diterbitkan Indosat yaitu Mentari dan Im3 dan kartu prabayar yang diterbitkan Telkomsel yaitu simPATI dan Kartu AS, serta kartu prabayar yang diterbitkan Pro XL yaitu Jempol dan Bebas.

Faktor-faktor yang diteliti adalah penggunaan kartu prabayar berdasarkan persepsi pengguna terhadap berbagai atribut yang dimiliki kartu prabayar tersebut.

Metode Biplot yang digunakan adalah Biplot yang diperoleh dari Analisis Komponen Utama.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan deskripsi tentang karakter berbagai jenis kartu prabayar berdasarkan persepsi pengguna kartu prabayar. Persepsi tersebut adalah persepsi terhadap berbagai atribut kartu prabayar dengan menggunakan analisis Biplot.

TINJAUAN PUSTAKA

Biplot merupakan suatu teknik statistik yang bersifat deskriptif dengan dimensi dua yang dapat menyajikan secara visual segugus objek dan variabel dalam satu grafik. Grafik yang di hasilkan dari Biplot ini merupakan grafik yang berbentuk bidang datar. Dengan penyajian seperti ini, ciri-ciri variabel dan objek pengamatan serta posisi relatif antara objek pengamatan dengan variabel dapat dianalisis (Jolliffe (1986) dan Rowling (1988) dalam Sartono dkk, 2003). Informasi yang diberikan oleh Biplot meliputi objek dan variabel. Beberapa informasi penting yang bisa didapatkan dari tampilan Biplot adalah sebagai berikut (anonim, 2003).

Kedekatan antar objek yang diamati. Informasi ini dapat dijadikan panduan untuk mengetahui objek yang memiliki kemiripan karakteristik dengan objek lain. Penafsiran ini mungkin akan berbeda untuk setiap bidang terapan, namun inti dari penafsiran ini adalah bahwa dua objek yang memiliki karakteristik sama akan digambarkan sebagai dua titik dengan posisi yang berdekatan.

Keragaman variabel. Informasi ini digunakan untuk melihat apakah ada variabel yang mempunyai nilai keragaman yang hampir sama untuk setiap objek. Dengan informasi ini, bisa diperkirakan pada variabel mana strategi tertentu harus ditingkatkan, dan juga sebaliknya. Dalam Biplot, variabel yang mempunyai nilai keragaman yang kecil digambarkan sebagai vektor pendek sedangkan variabel dengan nilai keragaman yang besar digambarkan sebagai vektor yang panjang.

Hubungan atau korelasi antar variabel. Dari informasi ini bisa diketahui bagaimana suatu variabel mempengaruhi ataupun dipengaruhi variabel yang lain. Pada Biplot, variabel akan digambarkan sebagai garis berarah. Dua variabel yang memiliki nilai korelasi positif akan digambarkan sebagai dua buah garis dengan arah yang sama atau membentuk sudut sempit. Sementara itu, dua variabel yang memiliki nilai korelasi negatif akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan arah yang berlawanan atau membentuk sudut lebar (tumpul). Sedangkan dua variabel yang tidak berkorelasi akan digambarkan dalam bentuk dua garis dengan sudut yang mendekati 90° (siku-siku).

Nilai variabel pada suatu objek. Dalam informasi ini digunakan untuk melihat keunggulan dari setiap objek. Objek yang terletak searah dengan arah vektor variabel dikatakan bahwa objek tersebut mempunyai nilai di atas rata-rata. Namun jika objek terletak berlawanan dengan arah dari vektor variabel tersebut, maka objek tersebut memiliki nilai di bawah rata-rata. Sedangkan objek yang hampir berada ditengah-tengah berarti objek tersebut memiliki nilai dekat dengan rata-rata.

Menurut Sartono, dkk (2003) analisis Biplot didasarkan pada Singular Value Decomposition (SVD). Bentuk umum SVD oleh Greenacre (1984) dijelaskan sebagai berikut. Misalkan suatu matriks

data X berukuran $n \times p$ dimana n adalah pengamatan dan p adalah variabel yang dikoreksi terhadap nilai rata-rata. Matriks X ini mempunyai pangkat r , dan dapat dituliskan menjadi:

$$X = ULA' \tag{1}$$

matriks U merupakan matriks vektor singular yang berukuran $(n \times r)$ dan matriks A merupakan matriks vektor singular yang berukuran $(p \times r)$ sehingga $U'U = A'A = I_r$ (matriks identitas berdimensi r). Sedangkan L adalah matriks diagonal yang berukuran $(r \times r)$ dengan unsur-unsur diagonal adalah akar kuadrat dari akar ciri-akar ciri $X'X$ atau XX' , sehingga $\sqrt{\lambda_1} \geq \sqrt{\lambda_2} \geq \dots \geq \sqrt{\lambda_n}$. Unsur-unsur diagonal ini disebut nilai singular matriks X .

Kolom-kolom matriks A disebut vektor singular baris yang merupakan landasan ort onormal baris-baris matriks X dalam ruang berdimensi p . Kolom-kolom matriks U disebut vektor singular kolom yang merupakan landasan ortonormal kolom-kolom matriks X dalam ruang berdimensi n . Dengan penjabaran persamaan (1) menjadi:

$$X = UL^\alpha L^{1-\alpha} A' \tag{2}$$

Menurut Jolliffe (1986) dalam Sartono, dkk (2003), misalkan $G = UL^\alpha$ dengan G adalah matriks berukuran $n \times r$ dan $H' = L^{1-\alpha} A'$ dengan H' adalah matriks berukuran $p \times r$. α adalah nilai faktorisasi yang besarnya $0 \leq \alpha \leq 1$, sehingga persamaan (1) menjadi

$$X = GH' \tag{3}$$

Secara umum, langkah-langkah pembuatan Biplot ini adalah sebagai berikut (Anonim, 2002). Transformasi matriks X .

Menentukan matriks Singular Value Decomposition (SVD) ULA' .

Menghitung faktor pembobot λ untuk baris dan kolom.

$$\begin{aligned} \lambda_{r,1} &= \sigma_1^\tau & \lambda_{r,2} &= \sigma_2^\tau \\ \lambda_{c,1} &= \sigma_1^{1-\tau} & \lambda_{c,2} &= \sigma_2^{1-\tau} \end{aligned} \tag{4}$$

dimana σ_1 dan σ_2 adalah nilai singular pertama dan kedua dan τ adalah split factor.

Menghitung nilai-nilai dari setiap baris matriks. Nilai setiap baris dihitung dengan menggunakan:

$$xr_i = U_{i1}\lambda_{r,1} \quad yr_i = U_{i2}\lambda_{r,2} \tag{5}$$

Menghitung nilai-nilai dari setiap kolom matriks. Nilai setiap kolom dihitung dengan menggunakan:

$$xc_j = A_{j1}\lambda_{c,1} \quad yc_j = A_{j2}\lambda_{c,2} \tag{6}$$

Menghubungkan nilai (X, Y) untuk baris dan kolom.

Kemudian semua nilai yang ada dihubungkan dengan garis lurus untuk menggambarkan keadaan setiap variabel (Amenta, 1998).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian terapan (applied research), yaitu suatu penelitian yang dimaksudkan untuk menerapkan metode analisis yang sesuai dengan tujuannya dalam suatu studi kasus yang dipilih.

Menurut Djarwanto dan Subagyo (1993) dalam Nurdianto (2004), Populasi adalah jumlah dari keseluruhan objek (satu satuan/individu-individu) yang karakteristik dari objek tersebut hendak diduga. Dalam penelitian ini, populasi meliputi seluruh mahasiswa FMIPA Universitas Bengkulu.

Sampel yang digunakan adalah cluster random sampling yaitu mahasiswa FMIPA Universitas Bengkulu yang berjumlah 84 orang.

Variabel yang diamati adalah variabel yang berupa:

Variabel yang terkait dengan perbedaan individu yaitu jenis kelamin, pekerjaan sampingan (jika ada), dan kebiasaan yang terkait dalam menggunakan kartu prabayar.

Variabel persepsi terhadap berbagai atribut kartu prabayar seperti denominasi pulsa yang rendah dengan harga yang murah, tarif SMS yang murah, tarif telpon yang murah, banyak menawarkan bonus, banyak kenalan yang menggunakan kartu prabayar yang digunakan responden, sudah lama menggunakan kartu prabayar yang digunakan responden dan jaringan yang jarang mengalami gangguan.

Data yang digunakan adalah data primer. Validitas dan reliabilitas dari kuisioner akan diuji dengan menggunakan SPSS. Menurut Nugroho (2005) dalam Agustina (2006), suatu butir pernyataan dikatakan valid jika nilai $r - hitung$ yang merupakan nilai dari corrected item-total correlation > dari r tabel, sedangkan reliabilitas suatu konstruk variabel dikatakan baik jika memiliki nilai Cronbach alpha > 0,60.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Validitas dan Reliabilitas Data

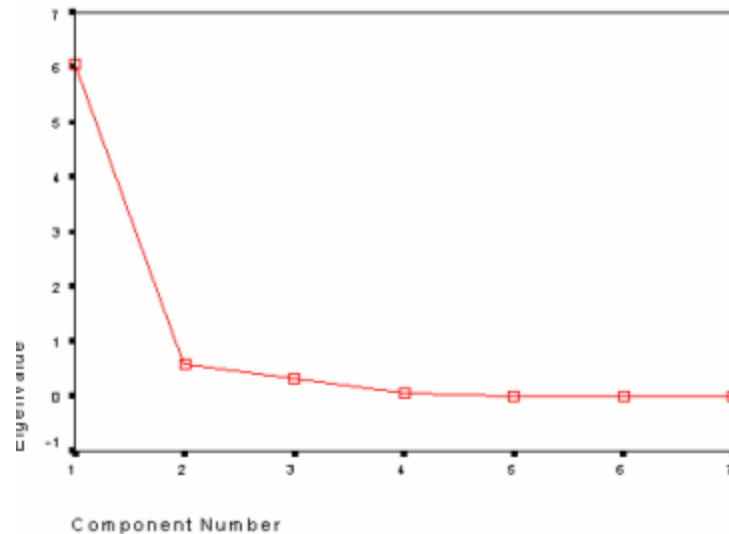
Penelitian ini menggunakan jumlah sampel (n) sebanyak 84 orang. Untuk $n=84$ mempunyai df (degrees of freedom) $= n - k = 84 - 1 = 83$ dengan k adalah jumlah pertanyaan dalam satu variabel. Dengan nilai df = 83, maka diperoleh r-tabel = 0,217. Jadi, dengan membandingkan nilai dari corrected item-total correlation (Lampiran...) dengan r-tabel maka terlihat bahwa nilai dari corrected item-total correlation > r-tabel. Demikian juga dengan nilai dari Cronbach alpha > 0,60. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa semua butir pertanyaan dalam kuisioner adalah valid dan reliabel.

Pengolahan kuisioner yang menggunakan skala Likert dari deskripsi variabel penelitian diatas, menghasilkan matriks berikut ini.

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 & 5 & 3 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 4 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 5 & 4 & 4 & 5 & 4 \\ 4 & 5 & 4 & 3 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Analisis Biplot Pengguna Kartu Prabayar

Kenormalan dari data yang diperoleh dari penelitian ini telah diuji. Karena data ini mempunyai distribusi yang normal, maka data tidak perlu ditransformasi. Scree Plot berikut (Gambar 17) menunjukkan bahwa pada nilai kar ciri komponen utama pertama dan kedua terjadi penurunan nilai yang cukup tajam. Dengan demikian, penggunaan dua komponen utama tersebut dianggap mampu menerangkan keragaman data yang diwakilkan oleh kedua komponen utama tersebut.

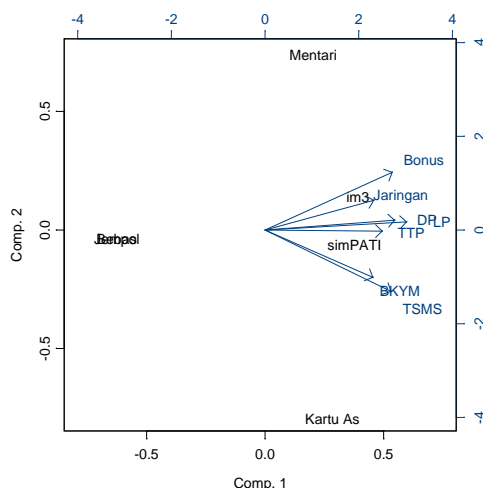


Gambar 1. Scree Plot nilai Akar Ciri (Eigen Value)

Gambar 1 menunjukkan Biplot dari beberapa jenis kartu prabayar. Bila daerah dalam Biplot tersebut dibagi menjadi empat kuadran, maka Mentari dan IM3 menempati kuadran pertama, Jempol dan Bebas menempati kuadran ketiga dan Kartu As dan simPATI menempati kuadran keempat. Pengelompokan ini menunjukkan bahwa setiap kelompok jenis kartu prabayar yang berada dalam satu kuadran memiliki persamaan yang cukup dekat dibandingkan dengan kartu prabayar yang berada pada kuadran lain.

Dari Biplot ini terlihat bahwa variabel jaringan yang jarang mengalami gangguan (Jaringan), variabel tarif telpon yang murah (TTP) dan variabel banyak kenalan yang menggunakan kartu prabayar yang digunakan responden (BKYM) mempunyai nilai keragaman yang paling kecil dari pada nilai keragaman dari variabel lain. Hal ini dikarenakan ketiga variabel tersebut mempunyai vektor variabel yang paling pendek. Ini berarti persentase penggunaan kartu prabayar karena jaringan yang jarang mengalami gangguan (Jaringan), tarif telpon yang murah (TTP) dan banyak kenalan yang menggunakan kartu prabayar yang digunakan responden (BKYM) untuk masing-masing kartu prabayar hampir sama besar.

Variabel-variabel yang diteliti dalam penelitian ini mempunyai korelasi yang positif. Korelasi ini positif karena sudut yang dibentuk oleh dua garis berarah dari variabel mempunyai sudut yang sempit (lancip). Ini berarti, semakin baik pelayanan yang diberikan oleh operator kartu prabayar maka akan semakin meningkat penggunaan suatu jenis kartu prabayar. Salah satu contoh adalah variabel Bonus dan Tarif SMS yang murah. Garis berarah dari kedua variabel tersebut membentuk sudut yang kecil (lancip). Oleh karena itu, korelasi antar variabel Bonus dan variabel Tarif SMS yang murah bernilai positif. Ini berarti, semakin banyak Bonus yang ditawarkan oleh operator kartu prabayar akan mempunyai kecenderungan bahwa operator kartu prabayar tersebut akan menawarkan Tarif SMS yang murah (TSMS).



Gambar 2. Biplot Pengguna Kartu Prabayar

Informasi lain yang bisa diperoleh dari Biplot adalah nilai variabel pada setiap objek. Dari gambar 2, terlihat bahwa kartu prabayar Bebas dan Jempol terletak berlawanan dengan arah dari semua vektor variabel. Ini berarti, kedua kartu prabayar tersebut mempunyai nilai dibawah rata-rata. Atau dengan kata lain, kedua kartu prabayar tersebut dianggap sebagai kartu prabayar terlemah untuk berbagai variabel, karena tidak satupun vektor peubah yang mengarah atau mendekati ke kedua kartu prabayar tersebut.

Dari gambar 2 terlihat bahwa garis dari semua variabel tidak mengarah pada suatu jenis kartu prabayar tertentu. Atau dapat dikatakan bahwa pengguna kartu prabayar tidak mempedulikan keunggulan-keunggulan dari setiap kartu prabayar. Hal ini dapat terjadi karena keunggulan dari setiap kartu prabayar hanya dapat digunakan untuk kartu prabayar dengan operator yang sama.

Namun demikian, kartu prabayar IM3 dan simPATI diposisikan oleh responden sebagai kartu prabayar yang terbaik untuk semua variabel yang ada. Ini berarti, persaingan antara kartu prabayar simPATI dan IM3 dalam memperebutkan pelanggan semakin ketat. Oleh karena itu, kedua kartu prabayar tersebut harus menetapkan suatu sistem pemasaran agar dapat mempertahankan image di mata pengguna kartu prabayar.

Kartu prabayar Mentari, meskipun mempunyai posisi yang tidak terlalu baik untuk semua variabel, namun Mentari mempunyai image sebagai kartu prabayar yang menawarkan banyak bonus, jaringan yang jarang mengalami gangguan, denominasi pulsa yang rendah dengan harga yang murah, penggunaan Mentari karena sudah lama menggunakan, dan tarif telpon yang murah. Keunggulan-keunggulan ini harus terus dipertahankan dan ditingkatkan lagi.

Seperti halnya Mentari, Kartu As juga mempunyai posisi yang tidak terlalu baik. Namun bagi pengguna, Kartu As mempunyai image sebagai kartu prabayar yang mempunyai tarif SMS yang murah, kartu prabayar yang banyak digunakan oleh kalangan dari pengguna, denominasi pulsa yang rendah dengan harga yang murah, penggunaan Kartu As karena sudah lama menggunakan, dan tarif telpon yang murah. Keunggulan-keunggulan ini harus terus dipertahankan dan ditingkatkan lagi.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis Biplot data yang diperoleh dari penyebaran kuisioner kepada 84 responden, diketahui hal-hal berikut.

Mentari dan IM3 menempati kuadran pertama, Jempol dan Bebas menempati kuadran ketiga dan Kartu As dan simPATI menempati kuadran keempat dalam Biplot.

Persentase penggunaan kartu prabayar karena jaringan yang jarang mengalami gangguan (Jaringan), tarif telpon yang murah (TTP) dan banyak kenalan yang menggunakan kartu prabayar yang digunakan responden (BKYM) untuk masing-masing kartu prabayar hampir sama besar.

Variabel dalam penelitian ini mempunyai korelasi yang positif karena sudut yang dibentuk oleh dua garis berarah dari variabel mempunyai sudut yang sempit (lancip). Ini berarti, semakin baik pelayanan yang diberikan oleh operator kartu prabayar maka akan semakin meningkat penggunaan suatu jenis kartu prabayar.

Bebas dan Jempol terletak berlawanan dengan arah dari semua vektor variabel. Berarti kedua kartu prabayar tersebut mempunyai nilai dibawah rata-rata. Atau dengan kata lain, kedua kartu prabayar tersebut dianggap sebagai kartu prabayar terlemah untuk berbagai variabel, karena tidak satupun vektor peubah yang mengarah atau mendekati ke kedua kartu prabayar tersebut.

IM3 dan simPATI diposisikan oleh responden sebagai kartu prabayar yang terbaik untuk semua variabel yang ada. Ini berarti, persaingan antara kartu prabayar simPATI dan IM3 dalam memperebutkan pelanggan semakin ketat.

Mentari mempunyai image sebagai kartu prabayar yang menawarkan banyak bonus, jaringan yang jarang mengalami gangguan, denominasi pulsa yang rendah dengan harga yang murah, penggunaan Mentari karena sudah lama menggunakan, dan tarif telpon yang murah.

Kartu As mempunyai image sebagai kartu prabayar yang mempunyai tarif SMS yang murah, kartu prabayar yang banyak digunakan oleh kenalan dari pengguna, denominasi pulsa yang rendah dengan harga yang murah, penggunaan Kartu As karena sudah lama menggunakan, dan tarif telpon yang murah.

Saran

Untuk operator Indosat, agar lebih meningkatkan pelayanan kepada pengguna, meningkatkan sosialisasi penggunaan kartu prabayar dari Indosat dan meningkatkan sistem pemasaran dengan menetapkan tarif SMS yang lebih murah dari tarif SMS yang sekarang.

untuk operator Telkomsel, agar lebih meningkatkan pelayanan kepada pengguna, memperkuat jaringan dan memberikan meningkatkan sistem pemasaran dengan lebih banyak memberikan bonus.

untuk operator Pro XL, agar lebih mensosialisasikan penggunaan kartu prabayar dari Pro XL dan meningkatkan sistem pemasaran agar dapat mengejar ketinggalan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. _____. 2002. Table of Real: Draw Biplot. <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/stats/index.html?/access/helpdesk/help/toolbox/stats/f72143.html>. 3 Juni 2002.
- [2]. _____. 2003. Biplot. <http://www.geocities.com/bagusco4/mybook/9.html>.
- [3]. _____. 2004. Voucher Mentari. <http://www.klubmentari.com/infoproduk.php?mode=voucher>.
- [4]. _____. 2005a. Indosat. <http://id.wikipedia.org/wiki/Indosat>.
- [5]. _____. 2005b. Telkomsel. <http://id.wikipedia.org/wiki/Telkomsel>.
- [6]. _____. 2006. Kartu As Nomor Cuma-Cuma Pakenya Suka-Suka. Telkomsel.
- [7]. _____. 2007. Sejarah Penting XL dan Tentang XL. http://www.xl.co.id/Korporat/Tentang_XL/Sejarah_Penting/.
- [8]. Aditama, C. 2005. *SimpatI wakili 36% kartu prabayar*. www.suaramerdeka.com/harian/0410/18/opi5.htm. 13 Feb 2007; 09:31:00.
- [9]. Admin. 2007c. *IM3 International Roaming*. www.liputan6.com. 2 Januari 2007.
- [10]. Agustina, D. 2006. *Model Persamaan Struktural Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Kepuasan Kerja (Studi Kasus di PT. Sinar Harapan Teknik Bengkulu)*. Skripsi pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

- [11]. Amenta, P. 1998. Interpolative and Predictive Biplots applied to Generalized PLS Discriminant Analysis. http://www.mtisd06.unior.it/collegamenti/MTISD%202006/abstracts/01c_Amenta.pdf.
- [12]. Anonim. 2000. What is a Biplot?. <http://tukey.upf.es/xlsbiplot/usersmanual/node3.html>.
- [13]. Galindo, M.P., F. Gomez, V. Villardon, A. Zarza dan M. Vallejo. 1999. RCMP-Biplot as a Tool to Inspect Environmental Data. <http://www.plantphysiol.org/cgi/reprint/133/4/1717.pdf>.
- [14]. Hadi, A. F. 2000. Pendekatan Ekplorasi Peubah Ganda (Multivariate) untuk Penelitian Pemasaran. www.deptan.go.id/editama/statistik/web_statistik.doc. Oktober 2000.
- [15]. Ilma, L. N. 2007. Tips dan Trik Pilih-Pilih Kartu Prabayar. www.suaramerdeka.com/harian/0410/18/opi5.htm. 06 februari 2007; 16:27.
- [16]. Ilya, L dan E. P. Smith, 2001. Biplot and Singular Value Decomposition Macros for Excel. <http://www.stat.org.vt.edu/vining/keying/biplot.doc>. 5 September 2001
- [17]. Johnson, R.A dan D.W. Winchern. 2002. Applied Multivariate Statistical Analysis. Fifth edition. Prentice Hall. New Jersey.
- [18]. Kohler, U. 2004. Biplot, revisited. <http://fmwww.bc.edu/repec/usug2004/biplot.pdf>. 24 Juni 2004.
- [19]. Mulyani, E. 2006. Model Log-Linier Beberapa Kasus Kriminologi yang terjadi di Wilayah Polres Bengkulu pada Tahun 2004/2005. Skripsi pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.
- [20]. Nurdianto, A. 2004. Analisis Kualitas Operasi Jasa Rumah Bersalin (Studi Kasus Rumah Bersalin Kasih Ibu). Skripsi pada Jurusan Manajemen, Fakultas Ekonomi. Universitas Bengkulu. Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.
- [21]. Sartono, B., F. M. Affendi, U. D. Syafitri, I. M. Sumertajaya, dan Y. Angraeni. 2003. Analisis Peubah Ganda. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Institut Pertanian Bogor. Bogor.
- [22]. Udina. F. 2005. Interactive Biplot Construction. <http://www.jstatsoft.org/>. Februari 2005.
- [23]. Wahyudian, U. Sumarwan, dan Hartoyo. 2002. Analisis Faktor-faktor yang Mempengaruhi Konsumsi Kopi dan Analisis Pemetaan Beberapa Merek Kopi dan Implikasinya pada Pemasaran Kopi. www.mma.ipb.ac.id/docs/jma_online_images/v1no1-55-68.pdf.
- [24]. Yoo, S., S. Kim, dan K. Choi, 2000. Closeness between Objects and Variables in a Biplot. <http://maths.fs.utm.my/matema~1/azme.pdf>