KAJIAN PROSEDUR *MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE (MANOVA)* PADA RANCANGAN ACAK KELOMPOK LENGKAP DASAR (RAKLD)

Nurul Hidayati
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Bengkulu

ABSTRAK. Penelitian ini bertujuan mengkaji mengenai prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) dalam suatu contoh kasus. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan teladan terapan yang diaplikasikan pada suatu data pengamatan di bidang pertanian. Hasil penelitian dengan pengujian hipotesis menunjukkan bahwa hanya pada uji *Roy's* hasil yang diperoleh menyatakan adanya pengaruh perlakuan terhadap variabel pengamatan. Berdasarkan dengan analisis ini, uji multivariat hendaknya dapat digunakan untuk menganalisis kasus-kasus yang serupa dalam kajian penelitian.

Kata Kunci: *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*, Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD)

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Suatu percobaan merupakan suatu penelahaan ilmiah terencana yang dirancang untuk meneliti karakteristik dari satu atau lebih populasi. Secara teoritis, percobaan diartikan sebagai suatu tes atau penyelidikan terencana untuk mendapatkan fakta baru (Herawati, 2007). Beberapa kondisi yang mencirikan suatu populasi disebut perlakuan, dengan kata lain setiap perlakuan secara khas mendefinisikan suatu populasi. Pada suatu gugus perlakuan, biasanya terdapat sejumlah rencana percobaan yang berlainan. *Lay-out* percobaan, termasuk pengaturan satuan percobaan dan alokasi perlakuan dinamakan rancangan percobaan.

Rancangan percobaan terdiri dari rancangan pengukuran, rancangan perlakuan dan rancangan lingkungan. Rancangan lingkungan merupakan suatu rancangan mengenai bagaimana perlakuan-perlakuan yang dicobakan ditempatkan pada satuan-satuan percobaan. Jenis-jenis rancangan lingkungan yang digunakan, antara lain Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL), Rancangan Acak Lengkap (RAL), dan Rancangan Bujur Sangkar Latin (RBSL).

Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKL) adalah suatu rancangan acak yang dilakukan dengan mengelompokkan satuan percobaan ke dalam grup-grup yang homogen yang dinamakan kelompok dan kemudian menentukan perlakuan secara acak di dalam masing-masing kelompok. Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) merupakan rancangan acak kelompok dengan semua perlakuan dicobakan pada setiap kelompok yang ada. Banyaknya satuan percobaan pada setiap kelompok adalah sama dengan banyaknya perlakuan. Rancangan ini tidak dapat digunakan apabila terdapat interaksi antar perlakuan dan kelompok.

Analisis keragaman pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap (RAKLD) dapat menggunakan *Analysis of Variance (ANOVA). Analysis of Variance (ANOVA)* dan *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA). Analysis of Variance (ANOVA)* dalam menganalisa suatu data pada rancangan percobaan dirasa kurang efektif dan efisien, karena untuk meneliti ada atau tidaknya pengaruh perlakuan variabel pengamatan di uji satu persatu. Untuk mengatasi kelemahan tersebut, dapat digunakan prosedur analisis statistika multivariat yaitu *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA).*

Multivariate Analysis of Variance (MANOVA) adalah analisis yang mirip dengan *Analysis of Variance (ANOVA)* perbedaannya terletak pada banyaknya variabel tak bebas $\boldsymbol{Y}$ yang digunakan. Pada *Analysis of Variance (ANOVA)* hanya terdapat satu variabel tak bebas Y dan menggunakan variabel skalar, sedangkan pada *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* terdapat lebih dari satu variabel tak bebas $\boldsymbol{Y}$ dan menggunakan vektor. Fungsi dari *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA* untuk mengetahui apakah terjadi perbedaan yang signifikan secara simultan dari sekumpulan variabel terikat (*dependent variable*) dan dapat juga untuk mencari pengaruh perlakuan terhadap berbagai pengamatan, kemudian hasil perhitungannya disajikan dalam suatu tabel *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*.

Dengan adanya kelebihan *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* daripada *Analysis of Variance (ANOVA)* dalam menganalisis suatu data dengan banyaknya variabel tak bebas $\boldsymbol{Y}$ dan belum adanya penelitian mahasiswa sebelumnya yang membahas tentang prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), maka dalam penelitian ini penulis tertarik untuk mengkaji mengenai prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dalam menganalisis suatu data pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) pada suatu contoh kasus.

Tujuan

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji mengenai prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) pada suatu contoh kasus.

LANDASAN TEORI

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD)

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) merupakan rancangan lingkungan dengan pengelompokkan satu arah dimana pengelompokkan satuan percobaan dilakukan karena terdapat keragaman (kondisi yang membuat beda) dan berpengaruh pada variabel respon. Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) biasanya digunakan untuk percobaan-percobaan yang menghasilkan data heterogen.

Keunggulan dan Kelemahan dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD)

Keunggulan dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) (Lentner dan Bishop, 1986), adalah sebagai berikut :

a. Analisis bersifat *straightforward*, artinya analisis masih mungkin dilakukan meskipun ada data yang hilang pada beberapa kelompok.

b. Hasil lebih akurat, apabila pengelompokkan benar.
c. Tingkat sensitifitas yang tinggi, artinya jika terdapat perubahan pada kelompok yang heterogen maka dikeluarkan dari galat.
d. Fleksibel. Pada kondisi rancangan yang seimbang dan tersedianya sumber, banyak perlakuan dan kelompok tidak dibatasi.

Sedangkan kelemahan dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) (Sriliana, 2007), yaitu:

a. Apabila keragaman antar satuan percobaan dalam suatu kelompok sangat banyak, maka galat percobaan akan semakin besar. Hal ini sering terjadi ketika jumlah perlakuan sangat banyak, sehingga tidak mungkin untuk mendapatkan kelompok-kelompok yang seragam.
b. Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) tidak tepat digunakan jika kelompok dan perlakuan berinteraksi.

Model Linier dan Asumsi

Menurut Montgomery (1976) model linier untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) yang terdiri dari t perlakuan dan r kelompok adalah sebagai berikut :

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \varepsilon_{ij} \;\; ; \; i = 1,2,\dots,t \qquad j = 1,2,\dots,r \tag{1}$$

keterangan :

Y_{ij}	=	pengamatan pada perlakuan ke-*i* dan kelompok ke-*j*
μ	=	rata-rata umum
τ_i	=	pengaruh perlakuan ke-*i*
ρ_j	=	pengaruh kelompok ke-*j*
ε_{ij}	=	komponen galat perlakuan ke-i kelompok ke-j

Asumsi-asumsi untuk model RAKLD, yaitu:

a. $\varepsilon_{ij} \sim N\left(0,\sigma_\varepsilon^{2}\right)$ artinya ε_{ij} menyebar bebas dan identik menurut sebaran $N\left(0,\sigma_\varepsilon^{2}\right)$ untuk setiap *i* dan *j*

b. $$\sum_{i=1}^{t} \tau_i = 0 \; dan \sum_{j=1}^{r} \rho_j = 0$$

Analysis of Variance (ANOVA) dan Uji Hipotesis Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD)

Pendefinisian secara umum dan persamaan untuk masing-masing jumlah kuadrat adalah sebagai berikut (Lentner dan Bishop, 1986):

- *Jumlah Kuadrat Total*
$$JK[T] = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{tr}$$
- *Jumlah Kuadrat Perlakuan*
$$JK[P] = r\sum_{i=1}^{t}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{t}\frac{Y_{i.}^2}{r} - \frac{Y_{..}^2}{tr}$$
- *Jumlah Kuadrat Kelompok*
$$JK[K] = t\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2 = \sum_{j=1}^{r}\frac{Y_{.j}^2}{t} - \frac{Y_{..}^2}{tr}$$
- *Jumlah Kuadrat Galat*
$$JK[G] = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)^2$$

Perhitungan-perhitungan di atas dapat diringkas dalam tabel ANOVA untuk RAKLD.

Tabel 2.1 ANOVA RAKLD dengan Pengaruh Kelompok Tetap

Sumber Kearagaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadarat Tengah (KT)	E (KT)	
				Perlakuan tetap	Perlakuan acak
Kelompok	r-1	JKK	KTK		
Perlakuan	t-1	JKP	KTP	$\sigma\sigma_\varepsilon^2 + r\kappa_\tau^2$	$\sigma^2 + r\sigma_\tau^2$
Galat	(r-1)(t-1)	JKG	KTG	σ_ε^2	σ_ε^2
Total	rt-1	JKT			

Sumber: Lentner&Bishop (1986)

Hipotesis untuk menguji apakah perlakuan berpengaruh nyata terhadap variansi unit-unit percobaan. Untuk itu hipotesisnya dirumuskan sebagai berikut:

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \cdots = \tau_t$

$H_1:$ setidaknya ada $\tau_i \neq \tau_j$ minimal untuk sepasang $i \neq j$

Uji statistik yang digunakan, yaitu:

$$F_{hitung} = \frac{KT\,[Perlakuan]}{KT\,[Galat\ Percobaan]} \sim F_{\alpha;t-1,(r-1)(t-1)}$$

Jika $F_{hitung} > F_{\alpha;t-1,(r-1)(t-1)}$, maka H_0 diterima. Jika $F_{hitung} < F_{\alpha;t-1,(r-1)(t-1)}$, maka H_0 ditolak.

MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE (MANOVA)

Gambaran Umum *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*

Multivariate Analysis of Variance (MANOVA) adalah sekelompok metode differensial (Anonim, 2008) yang membahas tentang *Analysis of Variance (ANOVA)* dengan menggunakan beberapa variabel terikat (*dependent variable)* yang kontinu.

Setiap vektor $\boldsymbol{Y}_{ij}$ terdiri dari variabel acak dari berbagai pengamatan dalam penelitian yang menyatakan vektor pengaruh perlakuan ke-i $(i = 1, 2, \ldots, t)$ dan vektor pengaruh kelompok ke-j $(j = 1, 2, \ldots, r)$. Vektor populasi $\boldsymbol{Y}_{ij}$ secara ringkas dapat dituliskan seperti berikut ini:

$$\boldsymbol{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Y}_{ij1} \\ \boldsymbol{Y}_{ij2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{Y}_{ijp} \end{bmatrix}$$

Tujuan dan Kegunaan *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*

Tujuan umum penggunaan *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* adalah untuk mendeterminasikan apakah tingkatan variabel tak terikat (*independent variable)* berganda itu tunggal atau dikombinasikan dengan yang lainnya, yang memiliki pengaruh pada variabel terikat (*dependent variable*).

Kegunaan dari *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA),* yaitu :

1. *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dapat digunakan dalam desain eksperimental untuk mengatasi perbedaan kelompok pada satu set variabel terikat (*dependent variable*) yang biasanya terkait secara konseptual.
2. *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dapat digunakan untuk menganalisa desain pengukuran berulang dimana mungkin ada beberapa titik pengumpulan nilai pada satu atau lebih variabel terikat (*dependent variable*).
3. *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dapat digunakan pada desain noneksperimental untuk mengatasi perbedaan antara dua atau lebih kelompok pada dua atau lebih variabel terikat (*dependent variable*).

Prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*

Langkah awal analisis dalam *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* yaitu merumuskan hipotesis yang bersesuaian dengan masalah yang akan dianalisis, yaitu:

$$H_0: \begin{bmatrix} \tau_{11} \\ \tau_{21} \\ \vdots \\ \tau_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_{12} \\ \tau_{22} \\ \vdots \\ \tau_{m2} \end{bmatrix} = \cdots = \begin{bmatrix} \tau_{1t} \\ \tau_{2t} \\ \vdots \\ \tau_{mt} \end{bmatrix}$$

H_1: setidaknya ada $\tau_i \neq \tau_j$ minimal untuk sepasang $i \neq j$

Asumsi-asumsi yang digunakan dalam *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*, yaitu :

1. $\boldsymbol{Y}_{i1}, \boldsymbol{Y}_{i2}, \ldots, \boldsymbol{Y}_{ir_i}$ adalah vektor contoh acak berukuran r_i dari populasi ke-i dengan nilai tengah $\boldsymbol{\mu}_i, i = 1, 2, \ldots, t$. Contoh acak dari populasi yang berbeda saling bebas.
2. Semua populasi memiliki matriks ragam peragam bersama $\sum$.
3. Setiap populasi berdistribusi normal $\boldsymbol{Y}_{ij} : \boldsymbol{N}(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma})$.
4. Model *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* untuk pembandingan vektor nilai tengah *t* populasi pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD) adalah:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + \varepsilon_{ij} \quad ; \quad i = 1,2,\ldots,t \qquad j = 1,2,\ldots,r$$

keterangan :

μ	=	vektor parameter nilai tengah umum
τ_i	=	vektor pengaruh perlakuan ke-*i*
ρ_j	=	vektor pengaruh kelompok ke-*j*
ε_{ij}	=	vektor variabel acak

Pendefinisian secara umum dan persamaan untuk masing-masing jumlah kuadrat adalah sebagai berikut :

- Jumlah Kuadrat Total :

$$JK[T] = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})'$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}Y_{ij}' - \frac{1}{tr}Y_{..}Y_{..}'$$

- Jumlah Kuadrat Perlakuan

$$JK[P] = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})'$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\frac{1}{r}Y_{i.}Y_{i.}' - \frac{1}{tr}Y_{..}Y_{..}'$$

- Jumlah Kuadrat Kelompok

$$JK[K] = t\sum_{j=1}^{r}(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})'$$

$$= \sum_{j=1}^{r}\frac{1}{t}Y_{.j}Y_{.j}' - \frac{1}{tr}Y_{..}Y_{..}'$$

- Jumlah Kuadrat Galat

$$JK[G] = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})'$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}Y_{ij}Y_{ij}' - \sum_{i=1}^{t}\frac{1}{r}Y_{i.}Y_{i.}' - \sum_{j=1}^{r}\frac{1}{t}Y_{.j}Y_{.j}' + \frac{1}{tr}Y_{..}Y_{..}'$$

Perhitungan-perhitungan di atas dapat diringkas dalam tabel *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* untuk RAKLD.

Tabel 2.2 ***Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*** **pada RAKLD** (6)

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Matriks Hasil Kali Jumlah Kuadrat
Kelompok	r-1	$H_B = t\sum_{j=1}^{r}(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})'$
Perlakuan	t-1	$H_p = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})'$
Galat	(r-1)(t-1)	$E = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..})'$
Total	rt-1	$T = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})'$

(7)

Statistik Uji Pada *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)*

1. *Wilk's likelihood ratio test*

   Uji Statistik *Wilk's likelihood ratio test* (8

$$\Lambda = \frac{|E|}{|H + E|}$$

2. *Roy's Test*

   Uji statistik Roy's, yaitu:

   θ = Maksimum nilai eigen $E(H + E)^{-1}$ (9)

$$= \frac{\lambda_1}{1 + \lambda_1}$$

3. *Pillai-trace*

   Statistik *Pillai's* disajikan dalam bentuk (Rencher, 1998):

$$V^{(s)} = tr\,[H(H + E)^{-1}]$$

$$= \sum_{i=1}^{s}\frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} \qquad (10)$$

   dikemukakan oleh *Pillai* (1955).Tolak H_0 untuk $V^{(s)} \geq V^{(s)}_{\alpha,s,m,N}$. Index s, m, dan N, yang didefinisikan sebagai berikut :

$$s = \min \geq (v_H, p)$$

$$m = \frac{1}{2}(|v_H - p| - 1)$$

$$N = \frac{1}{2}(v_E - p - 1)$$

4. *Lawley-Hotelling*

   *Lawley-Hotelling Statistic (*Lawley 1938, Hotelling 1951*)* didefinisikan sebagai berikut (Rencher, 1998):

$$U^{(s)} = tr(\boldsymbol{E}^{-1}\boldsymbol{H}) = \sum_{i=1}^{s} \lambda_i$$

   yang juga dikenal sebagai *Hotelling's generalized T^2 Statistic*. Persentase nilai tertinggi terletak pada:

$$\frac{v_E}{v_H}\, tr\,(E^{-1}\boldsymbol{H}) = \frac{v_E}{v_H}\, U^{(s)}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah melakukan proses analisis dengan bantuan program Microsoft Excel dan SPSS diperoleh nilai dari masing-masing uji statistik multivariat yang kemudain dibandingkan dengan nilai uji statistic multivariate pada tabel, yaitu:

1. *Wilk's Lambda*

   Pada statistik uji *Wilk's Lambda*, H_0 ditolak jika $\Lambda \leq \Lambda_{\alpha,p,v_H,v_E}$, dimana $\alpha = 0.05, p = 3, v_H = t-1 = 7-1 = 6$ dan $v_E = (t-1)(r-1) = (7-1)(4-1) = 18$.

   Nilai $\Lambda_{hitung} = 0.31794958$ dan nilai $\Lambda_{\alpha,p,v_H v_E} = \Lambda_{0.05,3,6,18} = 0.215$. kedua perolehan nilai Λ (Λ_{hitung} dan $\Lambda_{\alpha,p,v_H,v_E}$) diketahui bahwa $\Lambda \geq \Lambda_{\alpha,p,v_H,v_E}$, sehingga H_0 diterima. Itu berarti bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.

2. *Pillai Trace*

   Statistik uji pada *Pillai Trace,* tolak H_0 jika $V^{(s)} \geq V^{(s)}_{\alpha,s,m,N}$. Hasil dari perhitungan nilai $V^{(s)} = 0.846968$ dan $V^{(s)}_{\alpha,s,m,N} = 1.094$, dengan

   $\alpha = 0.05$

   $s = min\,(v_H, p) = min(6,3) = 3$

   $$m = \frac{1}{2}\left(|v_H - p| - 1\right) = \frac{1}{2}\left(|6-3| - 1\right) = 1$$

   $$N = \frac{1}{2}\left(v_E - p - 1\right) = \frac{1}{2}\left(18 - 3 - 1\right) = 7$$

   Jadi, H_0 diterima karena $V^{(s)} \geq V^{(s)}_{\alpha,s,m,N}$, yang berarti bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan. (40)

3. *Lawley-Hotelling*

   Untuk uji multivariate *Lawley-Hotelling*, kriteria penolakan H_0, (41) jika $\frac{v_E}{v_H}\, U^{(s)} > U^{(s)}_{\alpha,p,v_H,v_E}$. Nilai $\frac{v_E}{v_H}\, U^{(s)} = 4.9316657$ dan nilai $U^{(s)}_{\alpha,p,v_H,v_E} = 7.1347$. Jadi H_0 diterima, karena $\frac{v_E}{v_H}\, U^{(s)} < U^{(s)}_{\alpha,p,v_H,v_E}$. Itu berarti bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.

4. *Roy's test*

   Kriteria pengujian pada *Roy's* yaitu tolak H_0 jika $\theta > \theta_{tabel}$. Nilai $\theta = 1.275$ dan nilai $\theta_{tabel} = 0.5074$. Jadi, H_0 ditolak karena $\theta > \theta_{tabel}$. Itu artinya bahwa perlakuan mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

- Berdasarkan hasil analisis data pada BAB IV dapat disimpulkan bahwa *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* lebih efektif dan efisien dibandingkan dengan *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* bila variabel pengamatan yang diteliti (variabel Y banyak). Hal ini dapat dilihat dari prosedur *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dalam menganalisis data tanpa ada ulangan perhitungan, karena variabel pengamatan dapat diuji secara serentak atau tidak diuji satu persatu untuk melihat ada atau tidaknya pengaruh perlakuan. Sedangkan pada *Analysis of Variance (ANOVA)* untuk menguji ada atau tidaknya pengaruh perlakuan, variabel pengamatan di uji satu persatu.

- Berdasarkan uji statistik *Analysis of Variance (ANOVA)* dengan $\alpha = 0.05$, dapat disimpulkan:
  a. Hasil analisis dari uji variabel pengamatan Pertambahan Tinggi Batang Atas diperoleh bahwa perlakuan pada variabel pengamatan Pertambahan Tinggi Batang Atas tidak mempunyai pengaruh yang berbeda nyata.
  b. Hasil analisis dari uji variabel pengamatan Pertambahan Diameter Batang diperoleh bahwa perlakuan pada variabel pengamatan Pertambahan Diamter Batang mempunyai pengaruh yang berbeda nyata.
  c. Hasil analisis dari uji variabel pengamatan Luas Sepasang Daun diperoleh bahwa perlakuan pada variabel pengamatan Luas Sepasang Daun tidak mempunyai pengaruh yang berbeda nyata
- Berdasarkan uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dengan $\alpha = 0.05$, dapat disimpulkan:
  a. hasil analisis dari uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada *Wilk's Lambda* diperoleh bahwa diperoleh bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.
  b. hasil analisis dari uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada *Pillai-trace* diperoleh bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.
  c. hasil analisis dari uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada Loewley-Hotelling diperoleh bahwa perlakuan tidak mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.
  d. hasil analisis dari uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* pada *Roy's* diperoleh bahwa perlakuan mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan.
- Berdasarkan hasil analisis data dengan uji statistik *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* dapat disimpulkan bahwa hanya pada uji *Roy's* yang menunjukkan bahwa perlakuan mempunyai pengaruh terhadap variabel pengamatan, sedangkan uji-uji yang lainnya tidak. Hal ini dapat dilihat dari hasil pengujian hipotesis, hanya pada uji Roy's yang menolak H_0.

Saran

Beberapa saran yang dapat diberikan penulis sebagai bahan penelitian lebih lanjut yaitu sebaiknya dilakukan juga kajian prosedur uji *Multivariate Analysis of Variance (MANOVA)* untuk rancangan percobaan lainnya, seperti Rancangan Acak Kelompok Lengkap dengan faktorial dan Rancangan Bujur Sangkar Latin.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2008. *Apakah Perancangan Percobaan Itu?* http://elmu.umm.ac.id/statistik/statmet/rancob/htm

Anonim. 2008. *Analisis Varian.* http://staffsite.gunadarma.ac.id/tho

mosyg/index.php?stateid=download&id=8194=files
Anonim. 2008. *ANOVA*. http://www.ilmustatistik.org/node/17

Anonim. 2008. *ANOVA*. http://elmu.umm.ac.id/statistik/statmet/eksperimental/ANOVA.htm

Anonim. 2008. *Berbagai Jenis Rancangan Percobaan.* http://analistat.com/old/index.php?id=artikel/rancangan_percobaan/jenis_rancangan

Anonim. 2007. *One-Way ANOVA.* http://ineddeni.wordpress.com/2007/11/10/one-way-ANOVA

Anonim. 2008. *Perancangan Percobaan*. http://elmu.umm.ac.id/statistik/statmet/eksperimental/rancob.htm

Anonim. 2008. *Percobaan Dua Faktor Dalam Rancangan Acak Kelompok Lengkap.* http://elearning.unej.ac.id/courses/PNU1403/document/Faktorial_RAK.doc?cid.req=PNU1403

Herawati, N. 2007. *Rancangan Percobaan.* http://lemlit.unila.ac.id/file/data%20lama/makalah %20pdf/BAHAN METODOL.DOSEN.pdf

Johnson, R.A and D.W. Wichern. 2002. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. 5th edition.Pearson Education Internasional, USA.

Lastiyono. 2000. *Masalah Data Hilang Dalam Rancangan Blok Acak Lengkap.* Tugas Akhir FMIPA Universitas Gadjah Mada Tahun 2000.

Lentner, M. And T.Bishop.1986. *Experimental Design and Analysis.*Valley Book Company. Blacksburg, VA, USA.

Rencher, A.C. 2002. Methods of Multivariate Analysis. 2nd edition. John Willey & Sons. Inc. Publication. New York.

Rencher, A.C. 2002. *Multivariate Statistical Inference and Application*. John Willey & Sons. Inc. Publication. New York.

Steel, R.G.D.&J.H.Torrie.1981. *Principle and Procedures of statistics.*2nd edition. McGraw-Hill International Book Company. Singapore.

Supranto. 2004. *Analysis Multivariate Arti dan Interpretasi.* Jakarta: PT. Asdi Mahasatya.

Susanti, E. 2003. *Kompatibilitas dan Penampilan Bibit Hasil Sambungan Fase Serdadu Kopi Arabusta (arabika x robusta)* .Tugas akhir Fakultas Pertanian Tahun 2003.

Walpole. R. 1990. *Pengantar Statistika.* Jakarta: PT. Gramedia.

ANALISIS REGRESI LINIER BERGANDA DENGAN PROSEDUR AKAR

Nur Nelawati S.[1] Ir. Sigit Nugroho, M.Sc.,Ph.D.[2] Fachri Faisal, S.Si., M.Si.[2]

1. **Alumni Jurusan Matematika FMIPA**
2. **Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA**

ABSTRAK

Regresi Linier Berganda dapat diselesaikan dengan menggunakan prosedur akar. Di dalam Prosedur akar ini selain dapat mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval parameter $\underline{\beta}$, juga dapat mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval kombinasi linier parameter $\underline{\beta}$, menguji pengaruh peubah bebas terhadap peubah tak bebas dengan menggunakan analisis keragaman parsial dan sekuensial, serta dapat menguji pengaruh kombinasi linier parameter $\underline{\beta}$. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji prosedur akar dalam menyelesaikan persoalan regresi linier berganda. Langkah penelitian skripsi ini adalah mempelajari teori tentang prosedur akar dalam regresi linier berganda dengan menggunakan bantuan paket program Microsoft Excel. Dari analisis yang didapat, diperoleh kesimpulan bahwa, dilihat dari uji sekuensial, model yang didapat setiap kombinasi berbeda. Dilihat dari uji parsial, nilai t_{hitung} yang didapat jika dikuadratkan akan sama nilainya dengan nilai F_{hitung} pada uji sekuensial untuk parameter terakhir yang dimasukkan dalam model.

Kata Kunci : *Analisis Regresi Linier Berganda, Prosedur Akar.*

PENDAHULUAN

Regresi merupakan suatu teknik statistika yang dapat digunakan untuk menggambarkan hubungan fungsional antara satu peubah bebas atau lebih terhadap satu peubah tak bebas. Istilah regresi pertama kali dikemukakan oleh seorang antropolog dan ahli meteorologi terkenal dari Inggris yang bernama Sir Francis Galton pada tahun 1855, Istilah regresi ini muncul karena pengamatannya terhadap tinggi beberapa orang anak dan orang tuanya (Draper dan Smith, 1992).

Regresi sebagai suatu teknik analisis telah banyak digunakan, tidak hanya di bidang statistika tapi juga dibidang lain seperti bisnis, perkebunan, perikanan, sosial, kesehatan, dan bidang-bidang lainnya. Dalam bidang bisnis, regresi dapat digunakan untuk melihat hubungan antara beberapa aktifitas promosi dengan penjualan produk. Sedangkan dalam bidang kesehatan, regresi dapat digunakan untuk melihat hubungan antara kepuasan pasien terhadap pelayanan rawat inap yang ada di puskesmas.

Salah satu prosedur yang dapat digunakan dalam analisis regresi linier berganda adalah prosedur akar. Prosedur ini berguna untuk memudahkan pencarian nilai penduga yang dilakukan secara manual akibat dari semakin besarnya nilai k, yaitu dengan semakin banyaknya peubah bebas yang digunakan didalam model, sehingga semakin canggung dan memakan waktu yang cukup lama untuk mendapatkan nilai $\hat{\beta}$ secara manual karena ordo matriks $X'X$ juga semakin besar.

Berdasarkan latar belakang diatas, maka permasalahan yang dapat diambil adalah:

a. Bagaimana cara mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar?
b. Bagaimana cara menguji pengaruh peubah bebas terhadap peubah tak bebas dengan menggunakan analisis keragaman parsial dan sekuensial pada prosedur akar?
c. Bagaimana cara mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval kombinasi linier parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar?
d. Bagaimana cara menguji pengaruh gugus kombinasi linier parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar?

Dalam penelitian ini dibatasi hanya membahas mengenai penggunaan prosedur akar dalam regresi linier berganda, yaitu deskripsi prosedur akar, perhitungan penduga, cara mendapatkan model regresi linier berganda dengan prosedur akar dan menguji pengaruh masing-masing peubah bebas terhadap peubah tak bebas.

Tujuan dari penelitian ini adalah

a. Untuk mendapatkan nilai titik dan/atau penduga interval parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar.
b. Untuk mengetahui seberapa besar pengaruh peubah bebas terhadap peubah tak bebas dengan menggunakan analisis keragaman parsial dan sekuensial pada prosedur akar.
c. Untuk mendapatkan nilai penduga titik dan/atau penduga interval kombinasi linier parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar.
d. Untuk mengetahui pengaruh gugus kombinasi linier parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah dapat menambah pengetahuan tentang regresi linier berganda dan dapat memberikan informasi mengenai prosedur akar.

Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur. Literatur-literatur yang digunakan berupa buku-buku teks dan buku-buku referensi penunjang lainnya yang diperoleh dari perpustakaan, serta sumber referensi lainnya

REGRESI LINIER BERGANDA

Analisis regresi memiliki dua jenis pilihan model jika dilihat dari derajat parameternya yaitu linier dan non-linier, sedangkan jika dilihat dari jumlah peubah bebasnya, analisis regresi terbagi menjadi dua yaitu analisis regresi linier sederhana dan analisis regresi linier berganda.

Analisis regresi linier berganda merupakan pengembangan dari regresi linier sederhana yang hanya menggunakan satu peubah bebas, maka pada regresi linier barganda ini menggunakan lebih dari satu peubah bebas (Nugroho, 2008).

Model regresi linier berganda dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + ... + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, 3, ..., n$$

dimana:

$Y_i =$ nilai peubah tak bebas ke-i (*dependent*).

$X_{1i}, X_{2i}, ..., X_{ki} =$ peubah bebas (*independent*).

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_k =$ koefisien regresi/parameter.

$\varepsilon_i =$ error/galat.

Parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$ pada persamaan regresi linier di atas diduga dengan $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_k$, dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

Model regresi linier berganda pada persamaan (1) dapat juga ditulis dalam bentuk matriks. Dengan menggunakan lambang matriks model regresi linier berganda dapat ditulis sebagai model regresi linier umum, yaitu

$$\underset{n\times 1}{\underline{Y}} = \underset{n\times(k+1)}{\underline{X}} \; \underset{(k+1)\times 1}{\underline{\beta}} + \underset{n\times 1}{\underline{\varepsilon}}$$

dimana

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \qquad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix} \qquad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \qquad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Metode kuadrat terkecil merupakan salah satu metode yang paling banyak digunakan untuk menduga parameter-parameter regresi. Metode kuadrat terkecil dipilih karena metode ini memiliki sifat-sifat yang dapat menghasilkan penduga yang baik berdasarkan beberapa asumsi. Asumsi-asumsi yang diperlukan dalam model regresi linier berganda adalah eror (kesalahan) menyebar menurut sebaran normal ganda-k (*Multivariate normal*$_k$), eror-eror tidak saling berkorelasi, ini berarti nilai eror untuk satu kasus tidak tergantung kasus lainnya (Nugroho, 2008).

Pada regresi linier berganda juga digunakan metode kuadrat terkecil untuk mencari penduga $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, ..., \hat{\beta}_k$ dari parameter $\beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_k$. Biasanya penduga kuadrat terkecil ini diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat galat.

$$JKG = \sum_{i=1}^{n} \hat{\varepsilon}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Untuk melakukan prediksi terhadap nilai-nilai pengamatan, terlebih dahulu harus diduga setiap nilai $\underline{\hat{\beta}_i}$, dan langkah-langkah yang diperlukan adalah:

1. Menuliskan hubungan linier tersebut dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1n} & \cdots & X_{kn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

   dimana nilai-nilai dalam vektor $\underline{Y}$ dan matriks $\underline{X}$ sudah diketahui.

2. Menuliskan persamaan normal tersebut dalam bentuk matriks $\underline{X}'\underline{Y} = \underline{X}'\underline{X}\,\underline{\hat{\beta}}$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} Y_i \\ \sum_{i=1}^{n} X_{1i} Y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} X_{ki} Y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki} \\ \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \sum_{i=1}^{n} X_i^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} X_{ki} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} X_{ki} & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} X_{ki} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}$$

3. Mengalikan kedua ruas dengan matriks $(\underline{X}'\underline{X})^{-1}$ akan diperoleh $\underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}(\underline{X}'\underline{Y})$

Sehingga dapat dilihat bahwa semakin banyak peubah bebas yang digunakan maka, semakin sulit untuk mendapatkan nilai $\underline{\hat{\beta}}$ secara manual karena ordo matriks $(\underline{X}'\underline{X})$ semakin besar.

PROSEDUR AKAR

Prosedur akar merupakan salah satu prosedur yang dapat digunakan dalam analisis regresi linier berganda. Di dalam prosedur akar hal-hal yang dapat dicari adalah nilai penduga titik dan/atau penduga interval parameter $\underline{\beta}$, nilai penduga titik dan/atau penduga interval kombinasi linier parameter $\underline{\beta}$, menguji pengaruh peubah bebas terhadap peubah tak bebas dengan menggunakan analisis keragaman parsial dan sekuensial, dan menguji pengaruh kombinasi linier parameter $\underline{\beta}$.

Algoritma:

Misalkan $S = X'X$ sebuah matriks positif definit berukuran $p \times p$. Terdapat sebuah matriks T segitiga atas pada batasan p sehingga

Tabel 2. Prosedur Pengolahan

Baris	$X'X$					$X'y$	I				
	β_0	β_1	β_2	$\cdots$	β_k		$s^2_{\beta_0}$	$s^2_{\beta_1}$	$s^2_{\beta_2}$	$\cdots$	$s^2_{\beta_k}$
1	s_{11}	s_{12}	s_{13}	$\cdots$	s_{1p}	$s_{1,p+1}$	$s_{1,p+2}$	$s_{1,p+3}$	$s_{1,p+4}$	$\cdots$	$s_{1,2p+1}$
2		s_{22}	s_{23}	$\cdots$	s_{2p}	$s_{2,p+1}$	$s_{2,p+2}$	$s_{2,p+3}$	$s_{2,p+4}$	$\cdots$	$s_{2,2p+1}$
3			s_{33}	$\cdots$	s_{3p}	$s_{3,p+1}$	$s_{3,p+2}$	$s_{3,p+3}$	$s_{3,p+4}$	$\cdots$	$s_{3,2p+1}$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
P				$\cdots$	s_{pp}	$s_{p,p+1}$	$s_{p,p+2}$	$s_{p,p+3}$	$s_{p,p+4}$	$\cdots$	$s_{p,2p+1}$
p+1	t_{11}	t_{12}	t_{13}	$\cdots$	t_{1p}	$t_{1,p+1}$	$t_{1,p+2}$	$t_{1,p+3}$	$t_{1,p+4}$	$\cdots$	$t_{1,2p+1}$
p+2		t_{22}	t_{23}	$\cdots$	t_{2p}	$t_{2,p+1}$	$t_{2,p+2}$	$t_{2,p+3}$	$t_{2,p+4}$	$\cdots$	$t_{2,2p+1}$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
2p					t_{pp}	$t_{p,p+1}$	$t_{p,p+2}$	$t_{p,p+3}$	$t_{p,p+4}$	$\cdots$	$t_{p,2p+1}$

Dari persamaan (9), karena $S = X'X = T'T$, maka untuk $i = 1$, $j = 2, 3, ..., p$

$$s_{11} = t_{11}^2$$

$$s_{1j} = t_{11}.t_{ij}$$

Selanjutnya untuk $i = 2, 3, ..., p$, $j = i+1, i+2, ..., p$

$$s_{ii} = t_{ii}^2 + \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}^2$$

$$s_{ij} = t_{ii}.t_{ij} + \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}.t_{kj}$$

Dengan Demikian

$$t_{11} = \sqrt{s_{11}}$$

$$t_{1j} = \frac{s_{1j}}{t_{11}} \quad ; \quad j = 2, 3, 4, ..., p$$

$$t_{ii} = \sqrt{s_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} t_{ki}^2} \quad ; \quad i = 2, 3, ..., p$$

$$t_{ij} = \frac{1}{t_{ii}}\left[s_{ij} - \sum_{k=1}^{i=1} t_{ki} t_{kj} \right] \quad ; \quad \begin{cases} i = 2, 3, ..., p \\ j = i+1, i+2, ..., p \end{cases}$$

Apabila $S = X'X$ digabung dengan $X'y$ dan I , $\left[S \mid X'y \mid I \right]$ dengan cara yang sama yaitu prosedur akar akan diperoleh

$$\left[T \mid t \mid (T')^{-1} \right]$$

Sehingga invers dari $X'X$ dapat diperoleh dari

$$T^{-1}(T')^{-1}$$

Untuk mendapatkan nilai dugaan parameter regresi linier berganda dengan menggunakan p persamaan, dapat dilihat dari tabel di atas sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
t_{11}\hat{\beta}_0 + t_{12}\hat{\beta}_1 + t_{13}\hat{\beta}_2 + \ldots + t_{1p}\hat{\beta}_k &= t_{1,p+1} \\
t_{22}\hat{\beta}_1 + t_{23}\hat{\beta}_2 + \ldots + t_{2p}\hat{\beta}_k &= t_{2,p+1} \\
t_{33}\hat{\beta}_2 + \ldots + t_{3p}\hat{\beta}_k &= t_{3,p+1} \\
\ldots \quad \ldots &= \ldots \\
t_{pp}\hat{\beta}_k &= t_{p,p+1}
\end{aligned}$$

Atau dengan menggunakan persamaan matriks diperoleh

$$S = X'X = T'T$$

$$X'X\hat{\beta} = X'y \qquad \text{atau} \qquad \begin{aligned} T'T\hat{\beta} &= X'y \\ (T')^{-1}T'T\hat{\beta} &= (T')^{-1}X'y \\ T\hat{\beta} &= (T')^{-1}X'y \\ T\hat{\beta} &= t \end{aligned}$$

Dengan menggunakan subtitusi balik, akan diperoleh nilai-nilai dugaan parameter regresi. Secara umum rumus di atas dapat dituliskan menjadi:

$$\hat{\beta}_k = \frac{t_{p,p+1}}{t_{p,p}}$$

$$\hat{\beta}_i = \frac{1}{t_{i+1,i+1}}\left[t_{i+1,p+1} - \sum_{j=i+2}^{p} t_{i+1,j}\hat{\beta}_{j-1}\right]$$

Untuk mendapatkan nilai dugaan kombinasi linier parameter regresi linier berganda dengan menggunakan prosedur akar adalah

$$\begin{aligned}
\left[X'X \mid X'y \mid l_1, l_2\right] &= \left[T'T \mid X'y \mid l_1, l_2\right] \\
(T')^{-1}\left[X'X \mid X'y \mid l_1, l_2\right] &= (T')^{-1}\left[T'T \mid X'y \mid l_1, l_2\right] \\
&= \left[(T')^{-1}T'T \mid (T')^{-1}X'y \mid (T')^{-1}l_1, l_2\right] \\
&= \left[T \mid (T')^{-1}X'y \mid (T')^{-1}l_1, l_2\right] \\
&= \left[T \mid t \mid a_1, a_2\right]
\end{aligned}$$

Selanjutnya dengan menggunakan prosedur akar dapat diperoleh nilai $t't$

$$\left[T \mid t\right] = (T')^{-1}\left[S \mid s\right] = (T')^{-1}\left[X'X \mid X'y\right]$$

$$\begin{aligned}
t't &= \left[(T')^{-1}s\right]'\left[(T')^{-1}s\right] \\
&= s'T^{-1}(T')^{-1}s \\
&= s'(T'T)^{-1}s \\
&= y'X(X'X)^{-1}X'y \\
&= y'(XX^{-1})(X'^{-1}X')y \\
&= y'(XX^{-1})y \\
&= \hat{\beta}'X'y
\end{aligned}$$

Sehingga dari persamaan (24) dan (25) didapat

$$l_i'(X'X)^{-1}l_i = a_i'a_i$$

$$\hat{\beta}'X'y = t't$$

Pengujian penduga parameter memiliki tujuan untuk memeriksa pengaruh antara peubah bebas terhadap peubah tak bebasnya di dalam model. Uji yang digunakan adalah Uji Parameter secara parsial dan sekuensial.

Uji Parsial

Uji parsial digunakan untuk menguji apakah sebuah peubah bebas (X) benar-benar memberikan pengaruh terhadap peubah tak bebas (Y). Dalam pengujian ini ingin diketahui apakah jika secara terpisah, suatu peubah bebas (X) masih memberikan pengaruh secara signifikan terhadap peubah tak bebas (Y).

1. Hipotesis yang akan diuji adalah:

   $H_0 : \beta_i = 0$ (tidak ada pengaruh peubah bebas $ke-i$ dengan peubah tak bebas)

   $H_1 : \beta_i \neq 0$ (ada pengaruh peubah bebas $ke-i$ dengan peubah tak bebas),

   untuk $i = 1, 2, 3, \ldots, k$

2. Statistik uji

   Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji-t

$$\left|t_{hit}\right| = \frac{\hat{\beta}_i}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

dimana

$\hat{\beta}_i$ = penduga parameter $ke-i$

$s_{\hat{\beta}_i}$ = galat baku (*standar error*) penduga parameter $ke-i$

dimana

$$s^2_{\hat{\beta}_i} = s^2 \sum_{j=1}^{p} (t_{j,p+i+2})^2$$

dimana

$$s^2 = KT(galat) = \hat{\sigma}^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-p}(y'y - y'X(X'X)^{-1}X'y)$$

$$= \frac{1}{n-p}(y'y - y'X\hat{\beta})$$

$$= \frac{1}{n-p}(y'y - \hat{\beta}'X'y)$$

$$= \frac{1}{n-p}\left(y'y - t't\right)$$

Statistik uji di atas menyebar menurut sebaran t dengan derajat bebas $(n-k-1)$

3. Kriteria pengujian

   Kriteria pengujiannya adalah membandingkan antara nilai t_{hit} dengan nilai t_{tabel}

   Jika $t_{hit} \geq t_{tabel}$ maka H_0 ditolak

   Jika $t_{hit} < t_{tabel}$ maka H_0 diterima

4. Menarik Kesimpulan

Uji Sekuensial

Uji sekuensial ini bertujuan untuk menguji peranan peubah bebas secara berurutan terhadap peubah tak bebasnya.

Setiap peubah bebas dalam uji sekuensial memiliki db 1

1. Hipotesis yang akan diuji adalah:

   $$H_0 : \; Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ji} + \varepsilon_i$$

   (peubah bebas $ke-k$ tak berpengaruh terhadap peubah tak bebas bila di dalam model sudah ada $k-1$ peubah bebas sebelumnya)

   $$H_1 : \; Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ji} + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \qquad k = 2, 3, ...$$

   (peubah bebas $ke-k$ berpengaruh terhadap peubah tak bebas bila di dalam model sudah ada $k-1$ peubah bebas sebelumnya)

2. Statistik uji

   Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji-F

   $$F = \frac{JK(\beta_i \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{i-1})}{\frac{JKG}{(n-k-1)}} = \frac{JK(\beta_i \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{i-1})}{s^2}$$

   dimana

   k = banyaknya parameter yang diduga

   n = banyaknya observasi

   Dengan menggunakan prosedur akar maka uji sekuensialnya dapat digunakan dengan mencari Jumlah Kuadrat Sekuensial

   $$JK(\beta_i \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{i-1}) = (t_{i+1,\,p+1})^2 \quad ; \quad i = 1, 2, ..., k$$

   Jumlah Kuadrat Total

$$JKT = \sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}{n}$$

Jumlah Kuadrat Galat

$$JKG = JKT - \sum_{i=1}^{k} JK(\beta_i \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{i-1})$$

Tabel 3. Analisis Keragaman Sekuensial

Sumber Keragaman	Db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	p-hitung
$(\beta_1 \mid \beta_0)$	1	$JK(\beta_1 \mid \beta_0)$	$\frac{JK}{db}$	$\frac{KTP}{KTG}$	
$(\beta_2 \mid \beta_0, \beta_1)$	1	$JK(\beta_2 \mid \beta_0, \beta_1)$			
…	…				
$(\beta_k \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{k-1})$	1	$JK(\beta_k \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2, ..., \beta_{k-1})$			
Galat	$n-k$	*JKG*			

3. Kriteria pengujian

   Kriteria pengujiannya adalah membandingkan antara nilai F_{hit} dengan nilai F_{tabel}

   Jika $F_{hit} > F_{tabel}$ maka H_0 ditolak

   Jika $F_{hit} \le F_{tabel}$ maka H_0 diterima

   Atau H_0 ditolak jika $nilai - p < \alpha$

4. Menarik Kesimpulan

Pengujian Gugus Kombinasi Linier

1. Hipotesis yang akan diuji adalah:

   $H_0 : H\underline{\beta} = 0 \qquad vs \qquad H_1 : H\underline{\beta} \neq 0$

2. Statistik uji

   Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji

$$W = \frac{\frac{1}{q}(H\hat{\beta} - h)'\left[\mathrm{cov}\left(H\hat{\beta} - h\right)\right]^{-1}\left(H\hat{\beta} - h\right)}{\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}}$$

$$= \left(\frac{n-p}{q}\right)\left(\frac{(H\hat{\beta} - h)'\left[\mathrm{cov}\left(H\hat{\beta} - h\right)\right]^{-1}\left(H\hat{\beta} - h\right)}{y'(I - XX^{-1})y}\right)$$

$$= \frac{1}{q}(H\hat{\beta} - h)'\left[\mathrm{cov}\left(H\hat{\beta} - h\right)\right]^{-1}\left(H\hat{\beta} - h\right)$$

dimana

H = Matriks berukuran $q \times p$

q = Banyaknya kombinasi linier
p = Banyaknya parameter regresi di dalam model
n = Banyaknya sampel yang digunakan

$$\left[\operatorname{cov}\left(H\hat{\beta}-h\right)\right]=\left[H(X'X)^{-1}H'\right]$$

$\left[X'X \mid X'y \mid I \mid H'\right]=\left[T'T \mid X'y \mid I \mid H'\right]$ dengan cara yang sama yaitu prosedur akar sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}(T')^{-1}\left[X'X \mid X'y \mid I \mid H'\right] &= (T')^{-1}\left[T'T \mid X'y \mid I \mid H'\right]\\ &= \left[(T')^{-1}T'T \mid (T')^{-1}X'y \mid (T')^{-1}I \mid (T')^{-1}H'\right]\\ &= \left[T \mid (T')^{-1}X'y \mid (T')^{-1}I \mid (T')^{-1}H'\right]\\ &= \left[T \mid t \mid (T')^{-1} \mid G'\right]\end{aligned}$$

Selanjutnya akan dihitung $GG'\ dan\ Gt-h=g$ dan di dalam format $\left[GG' \mid g\right]$. Karena $G'=T'^{-1}H'\ dan\ t=T'^{-1}X'y$ dengan demikian $GG'=HT^{-1}T'^{-1}H'=H(X'X)^{-1}H$ yang merupakan matriks positif definit berukuran $q\times q$ dan dapat dituliskan sebagai $T_0'T_0$ dimana T_0 merupakan matriks segitiga atas. Dengan demikian

$$\begin{aligned}g+h=Gt &= HT^{-1}T'^{-1}X'y\\ &= H(T'T)^{-1}X'y\\ &= H(X'X)^{-1}X'y\\ &= H\hat{\beta}\end{aligned}$$

$$\left[GG' \mid g\right]=\left[T_0'T_0 \mid g\right]$$

$$\begin{aligned}T_0'^{-1}\left[GG' \mid g\right] &= T_0'^{-1}\left[T_0'T_0 \mid g\right]\\ &= \left[T_0'^{-1}T_0'T \mid T_0'^{-1}g\right]\\ &= \left[T_0 \mid T_0'^{-1}g\right]\\ &= \left[T_0 \mid t_0\right]\end{aligned}$$

Sehingga didapat bahwa

$$w=\left(\frac{t_0't_0}{y'y-t't}\right)\left(\frac{n-p}{q}\right)$$

3. Kriteria pengujian
   Kriteria pengujiannya adalah membandingkan antara nilai w dengan nilai $F_{\alpha,q,n-p}$

   Jika $w \geq F_{\alpha,q,n-p}$ maka H_0 ditolak

   Jika $w < F_{\alpha,q,n-p}$ maka H_0 diterima
4. Menarik Kesimpulan

TELADAN PENERAPAN

Pada bab ini akan dibahas mengenai pengaplikasian Prosedur Akar dengan data yang diambil dari buku ”*Analisis Regresi Terapan*” oleh Draper & Smith, 1992. Data tersebut disajikan pada tabel 4 berikut.

Tabel 4. Data hubungan antara kandungan vitamin B_2 dalam *turnip green*

NO	X_0	X_1	X_2	X_3	Y
1	1	1.76	0.070	7.8	110.4
2	1	1.55	0.070	8.9	102.8
3	1	2.73	0.070	8.9	101.0
4	1	2.73	0.070	7.2	108.4
5	1	2.56	0.070	8.4	100.7
6	1	2.80	0.070	8.7	100.3
7	1	2.80	0.070	7.4	102.0
8	1	1.84	0.070	8.7	93.7
9	1	2.16	0.070	8.8	98.9
10	1	1.98	0.020	7.6	96.6
11	1	0.59	0.020	6.5	99.4
12	1	0.80	0.020	6.7	96.2
13	1	0.80	0.020	6.2	99.0
14	1	1.05	0.020	7.0	88.4
15	1	1.80	0.020	7.3	75.3
16	1	1.80	0.020	6.5	92.0
17	1	1.77	0.020	7.6	82.4
18	1	2.30	0.020	8.2	77.1
19	1	2.03	0.474	7.6	74.0
20	1	1.91	0.474	8.3	65.7
21	1	1.91	0.474	8.2	56.8
22	1	1.91	0.474	6.9	62.1
23	1	0.76	0.474	7.4	61.0
24	1	2.13	0.474	7.6	53.2
25	1	2.13	0.474	6.9	59.4
26	1	1.51	0.474	7.5	58.7
27	1	2.05	0.474	7.6	58.0

dimana

X_1 : radiasi dalam gram kalori relatif per menit akibat terjemur matahari selama setengah hari sebelumnya (dikodekan dengan dibagi dengan 100).

X_2 : kelembapan tanah rata-rata (dikodekan dengan dibagi 100).

X_3 : suhu udara dalam derajat Fahrenheit (dikodekan dengan dibagi dengan 10).

Y : kandungan vitamin B_2 dalam miligram per gram *turnip green*.

Analisis data ini dilakukan dengan bantuan Microsoft Excel. Data ini akan dianalisis menjadi enam kombinasi secara sekuensial yaitu:

1. X_1, X_2, X_3
2. X_1, X_3, X_2
3. X_2, X_1, X_3
4. X_2, X_3, X_1
5. X_3, X_1, X_2
6. X_3, X_2, X_1

Sedangkan untuk menguji pengaruh masing-masing peubah bebas terhadap peubah tak bebas, digunakan uji parsial. Secara parsial, ada tiga peubah bebas yang akan diuji yaitu:

1. X_1
2. X_2
3. X_3

Pengujian Secara Sekuensial

Untuk pengujian secara sekuensial, hipotesis yang akan diuji adalah

$$H_0 : Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ji} + \varepsilon_i \quad vs \quad H_1 : Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k-1} \beta_j X_{ji} + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \qquad k = 2,3,...$$

Kombinasi X_1, X_2, X_3

Berdasarkan data di atas maka, pengujian secara sekuensial untuk kombinasi X_1, X_2, X_3 adalah sebagai berikut:

Tabel 5. Prosedur Pengolahan Kombinasi X_1, X_2, X_3

(X'X)				(X'y)	I				L_1	l_2	h_1	h_2
27	50,16	5,076	206,4	2273,5	1	0	0	0	0	2	2	-2
50,16	103,4438	9,46806	390,317	4255,323	0	1	0	0	1	2	1	-1
5,076	9,46806	2,069784	38,74	340,5806	0	0	1	0	-3	1	3	1
206,4	390,317	38,74	1593,76	17426,36	0	0	0	1	2	0	-1	1

T				t	T'^{-1}				A_1	a_2	g_1	g_2
5,20	9,65	0,98	39,72	437,54	0,19	0	0	0	0	0,38	0,38	-0,38
	3,20	0,01	2,15	9,89	-0,58	0,31	0	0	0,31	-0,54	-0,85	0,85
		1,06	-0,08	-82,34	-0,17	0,00	0,95	0	-2,84	0,60	2,49	1,29
			3,37	5,52	-1,91	-0,20	0,02	0,30	0,32	-4,18	-4,24	4,33

Dengan menggunakan persamaan (20) maka, diperoleh nilai penduga parameter regresinya $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3)$ adalah

$$\hat{\beta}_0 = 82,06942$$
$$\hat{\beta}_1 = 2,276474$$
$$\hat{\beta}_2 = -77,83103551$$
$$\hat{\beta}_3 = 1,640058$$

Sehingga diperoleh persamaan regresinya

$$\hat{Y} = 82,06942 + 2,276474 X_{1i} - 77,83103551 X_{2i} + 1,640058 X_{3i}$$

Nilai penduga titik kombinasi linier dari $\beta_1 - 3\beta_2 + 2\beta_3$ adalah

$$I'\beta = 239,0497 = a't$$

Selang Kepercayaan 99% bagi $\beta_1 - 3\beta_2 + 2\beta_3$ adalah

$$159,2165 < \beta_1 - 3\beta_2 + 2\beta_3 < 318,8829$$

Berdasarkan Tabel 5, maka dapat diperoleh tabel analisis keragaman sekuensialnya yaitu:

Table 6. Analisis Keragaman Sekuensial

Sumber Keragaman	db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	p-hitung
β_0	1	191437,120	191437,120	1962,859	0,000509
$(\beta_1 \mid \beta_0)$	1	97,750	97,750	1,002258	0,625886
$(\beta_2 \mid \beta_0, \beta_1)$	1	6779,104	6779,104	69,50808	0,014275
$(\beta_3 \mid \beta_0, \beta_1, \beta_2)$	1	30,492	30,492	0,312645	0,940519
Galat	23	2243,184			
Total	27	200587,7			

Dari Tabel 6 dapat diketahui bahwa parameter yang berpengaruh dalam model adalah β_0 dan β_2 , karena nilai p-hitungnya lebih kecil dari $\alpha = 0,05$.

Pengujian Secara Parsial

Untuk pengujian secara parsial, hipotesis yang akan diuji adalah

$$H_0 : \beta_i = 0 \quad vs \quad H_1 : \beta_i \neq 0$$

Pengujian Parsial untuk X_1

Berdasarkan data di atas maka, pengujian secara parsial untuk X_1 adalah sebagai berikut:

Dengan menggunakan persamaan (30) maka, diperoleh nilai dugaan bagi σ^2 adalah

$$\hat{\sigma}^2 = 97,5297$$

Sehingga dengan menggunakan persamaan (28) maka diperoleh nilai t_{hitung} adalah

$$|t_{hit}| = \frac{\hat{\beta}_1}{s_{\hat{\beta}_1}} = 0,622501 \quad , \quad t_{tabel} = 2,069$$

Karena $\left|t_{hit}\right| < t_{tabel}$ untuk taraf uji $\alpha = 5\%$, Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima, ini berarti bahwa $\beta_1 = 0$ atau peubah bebas X_1 tidak memberikan pengaruh yang nyata terhadap peubah tak bebas (Y).

Pengujian Parsial untuk X_2

Berdasarkan data di atas maka, pengujian secara parsial untuk X_3 adalah sebagai berikut:

Dengan menggunakan persamaan (30) maka, diperoleh nilai dugaan bagi σ^2 adalah

$$\hat{\sigma}^2 = 97{,}52972$$

Sehingga dengan menggunakan persamaan (28) maka diperoleh nilai t_{hitung} adalah

$$|t_{hit}| = \frac{\hat{\beta}_2}{s_{\hat{\beta}_2}} = 8{,}32063 \quad , \quad t_{tabel} = 2{,}069$$

Karena $\left|t_{hit}\right| \geq t_{tabel}$ untuk taraf uji $\alpha = 5\%$, Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 ditolak, ini berarti bahwa $\beta_2 \neq 0$ atau peubah bebas X_2 memberikan pengaruh yang nyata terhadap peubah tak bebas (Y).

Pengujian Parsial untuk X_3

Berdasarkan data di atas maka, pengujian secara parsial untuk X_3 adalah sebagai berikut:

Dengan menggunakan persamaan (30) maka, diperoleh nilai dugaan bagi σ^2 adalah

$$\hat{\sigma}^2 = 97{,}5297$$

Sehingga dengan menggunakan persamaan (28) maka diperoleh nilai t_{hitung} adalah

$$|t_{hit}| = \frac{\hat{\beta}_3}{s_{\hat{\beta}_3}} = 0{,}559147 \quad , \quad t_{tabel} = 2{,}069$$

Karena $\left|t_{hit}\right| < t_{tabel}$ untuk taraf uji $\alpha = 5\%$, Sehingga dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima, ini berarti bahwa $\beta_3 = 0$ atau peubah bebas X_3 tidak memberikan pengaruh yang nyata terhadap peubah tak bebas (Y).

Pengujian Gugus Kombinasi Linier

Untuk pengujian gugus kombinasi linier, hipotesis yang akan diuji adalah

$$H_0 : \begin{cases} 2\beta_0 + \beta_1 + 3\beta_2 - \beta_3 = 22 \\ -2\beta_0 - \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 27 \end{cases} \quad vs \quad H_1 : \begin{cases} 2\beta_0 + \beta_1 + 3\beta_2 - \beta_3 \neq 22 \\ -2\beta_0 - \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 \neq 27 \end{cases}$$

Kombinasi X_1, X_2, X_3

Dari hipotesis di atas diperoleh

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad dan \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 82,06942 \\ 2,276474 \\ -77,83103551 \\ 1,640058 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan persamaan (37) maka, diperoleh nilai G'

Selanjutnya akan dihitung $GG' \; dan \; Gt - h = g$ dan di dalam format $\left[GG' \,|\, g\right]$. Karena $G' = T'^{-1}H' \; dan \; t = T'^{-1}X'y$ dengan demikian $GG' = HT^{-1}T'^{-1}H' = H(X'X)^{-1}H$ yang merupakan matriks positif definit berukuran $q \times q$ dan dapat dituliskan sebagai $T_0'T_0$ dimana T_0 merupakan matriks segitiga atas. Dengan demikian

G' =

0,38	-0,38
-0,85	0,85
2,49	1,29
-4,24	4,33

G =

0,38	-0,85	2,49	-4,24
-0,38	0,85	1,29	4,33

Gt	h	$Gt-h$
-68,7178	22	-90,7178
-242,606	27	-269,606

Dengan menggunakan persamaan (39) sehingga didapat

GG'		$Gt-h$
25,02648	-15,9799	-90,7178
-15,9799	21,28737	-269,606
T_0		t_0
5,002647	-3,19428	-18,134
	3,329254	-98,3798

$y'y = 200587,7$

$t't = 198344,5$

$t_0't_0 = 10007,42$

dimana:

$y'y$ = jumlah kuadrat data Y

$t't$ = nilai dugaan kombinasi linier β

$t_0't_0$ = jumlah kuadrat t_0

Dengan menggunakan persamaan (40) sehingga diperoleh nilai w.

Karena nilai $w = \left(\dfrac{10007,42}{200587,7 - 198344,5}\right)\left(\dfrac{27-4}{2}\right) = 51,30447 > F_{0,05;2,23} = 3,4221$ maka hipotesis H_0 ditolak.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

1. Prosedur Akar dapat digunakan untuk penyelesaian masalah Model Regresi Linier Berganda.
2. Prosedur Akar selain dapat mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval parameter $\underset{\sim}{\beta}$, dapat juga mencari nilai penduga titik dan/atau penduga interval kombinasi linier parameter $\underset{\sim}{\beta}$, menguji pengaruh peubah bebas terhadap peubah tak bebas dengan menggunakan analisis keragaman parsial dan sekuensial, serta dapat menguji gugus kombinasi linier parameter $\underset{\sim}{\beta}$.
3. Pengujian parameter pada uji sekuensial akan mendapatkan model yang berbeda-beda untuk setiap kombinasi yang digunakan.
4. Pengujian parameter pada uji parsial, nilai t_{hitung} yang didapat jika dikuadratkan akan sama dengan nilai F_{hitung} pada uji sekuensial kombinasi terakhir dengan β yang sama.
5. Setiap pengujian gugus kombinasi linier, memiliki nilai w yang lebih besar dari F_{tabel} sehingga mendapatkan kesimpulan H_0 ditolak.

Saran

Penelitian ini membahas prosedur akar dalam regresi linier berganda. Model yang diperoleh dari uji sekuensial belum dilakukan uji asumsi, sehingga penulis mengharapkan untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan uji asumsi untuk memperoleh model regresi terbaik.

DAFTAR PUSTAKA

Draper, N dan H. Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan, Terjemahan Edisi Kedua*. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama

Kurniawan, D. 2008. *Regresi Linier*. http://ineddeni.files.wordpress.com//2008/07/regresi_linier.pdf.

Montgomery, S.C. 1976. *Design and Analysis of Experiment.* New York : Jhon Wiley & Sons.

Nugroho, S. 2008. *Dasar-dasar Rancangan Percobaan*. Bengkulu : UNIB Press.

Graybill, F. A. 1976. *Theory and Application of the Linier Model*. Colorado State University. California.

Pujiati, A. 1997. *Analisis Regresi Linier Berganda untuk Mengetahui Hubungan Antara Beberapa Aktifitas Promosi dengan Penjualan Produk.* http://blog.its.ac.id/SuherminStatistikaitsacid/files/2008/09/regresi-linier-berganda.pdf

Risza, A. A. 2008. *Autokorelasi dalam Regresi Linier Sederhana*. Skripsi Jurusan Matematika FMIPA. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

Soemartini. 2008. *Principal Component Analysis (PCA) sebagai Salah Satu Metode untuk Mengatasi Masalah Multikolinearitas*. http://resources.unpad.ac.id/unpad-content/uploads/publikasi_dosen/PCA(PR QL COMP ANLS).pdf

Walpole, R. E dan R. H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insiyur dan Ilmuwan, Terjemahan Edisi Keempat*. ITB. Bandung.

Takarada, A. 2008. *Model Regresi Linier Berganda dan Model Regresi Cobb-Douglas dalam Analisis Fungsi Produksi*. Skripsi Jurusan Matematika FMIPA. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

HETEROSKEDASTISITAS DALAM REGRESI LINIER SEDERHANA

Andi Butsiawan Sukoco
Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Asumsi klasik dalam regresi linier sederhana mengasumsikan bahwa varian dari error untuk pebah-peubah bebas yang diketahui merupakan suatu bilangan konstan (Homoskedastisitas). Asumsi ini seringkali dilanggar ketika menggunakan data cross section. Penyimpangan terhadap asumsi ini disebut heteroskedastisitas. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memberikan penjelasan mengenai pengertian heteroskedastisitas, akibat yang ditimbulkan heteroskedastisitas, cara mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas, dan langkah-langkah remedial bagi permasalahan heteroskedastisitas. Salah satu cara mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas adalah dengan melihat pola error yang dihasilkan dari persamaan regresi. Cara lain untuk mendeteksi heteroskedastisitas adalah menggunakan uji statistik, antara lain uji Golfeld Quant, uji White, uji Korelasi Rank Spearman, uji Park, uji Glejser dan uji Breusch Pagan Godfrey. Langkah remedial untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas adalah dengan menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti dan metode transformasi.

Kata Kunci : asumsi klasik, heteroskedastisitas, regresi linier, transformasi

I. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan studi yang menjelaskan dan mengevaluasi hubungan antara suatu peubah bebas (independen) dengan satu peubah tak bebas (dependen) dengan tujuan untuk mengestimasi dan atau meramalkan nilai peubah tak bebas didasarkan pada nilai peubah bebas yang diketahui. Hubungan fungsional antara kedua jenis peubah tersebut dapat berbentuk linier maupun tidak linier. Model matematis dalam menjelaskan hubungan antarpeubah dalam analisis regresi menggunakan persamaan regresi.

Regresi pertama kali diperkenalkan oleh seorang antropolog Inggris yang bernama Sir Francis Galton pada tahun 1855, yang muncul karena pengamatannya terhadap tinggi badan beberapa orang anak dan orang tuanya. Regresi sebagai suatu teknik analisa telah dipergunakan secara luas, tidak hanya terbatas dalam bidang statistik namun juga di bidang-bidang lain seperti ekonomi, pertanian, sosial, teknik, riset/penelitian, dan bidang-bidang lainnya.

Salah satu jenis regresi yang sering digunakan untuk menggambarkan hubungan antara satu peubah bebas dengan satu peubah takbebas dalam bentuk persamaan linier disebut regresi linier sederhana.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \quad ; \; i = 1,2,\ldots,n \qquad (1)$$

dengan :

Y_i = nilai peubah takbebas (dependen) ke-i.

X_i = nilai peubah bebas (independen) ke-i.

β_0, β_1 = parameter-parameter regresi yang tidak diketahui.

ε_i = nilai galat (error) ke-i.

Parameter β_0 dan β_1 pada persamaan regresi linier di atas diduga dengan $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$. Penduga parameter-parameter tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat error.

Penggunaan metode kuadrat terkecil dalam regresi linier harus memenuhi beberapa asumsi agar diperoleh penduga yang baik. Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi tersebut sering disebut dengan asumsi klasik. Asumsi klasik tersebut mengharuskan hubungan antara *X* dengan *Y* bersifat linier, tidak ada korelasi antara error dengan peubah independen, tidak ada korelasi diantara error pengamatan, tidak ada multikolinieritas sempurna, dan error mengikuti distribusi Normal dengan rata-rata nol dan varian yang konstan (*Homoskedastisitas*) (Pindyck & Rubinfield, 1991).

Berdasarkan asumsi-asumsi tersebut penduga metode kuadrat terkecil merupakan penduga takbias linier terbaik (*BLUE = Best Linear Unbiased Estimator*). Penduga takbias linier terbaik (*BLUE*) merupakan penduga linier yang nilai dugaannya mendekati nilai parameter sesungguhnya (takbias) dan secara rata-rata mempunyai varian minimum (terkecil) diantara seluruh penduga takbias linier (Pindyck & Rubinfield, 1991).

Salah satu pelanggaran terhadap asumsi klasik yang sering terjadi ialah terjadinya heteroskedastisitas. Heteroskedastisitas terjadi jika varian dari error suatu pengamatan ke pengamatan lain terjadi ketidaksamaan (tidak konstan). Permasalahan heteroskedastisitas merupakan salah satu bentuk pelanggaran asumsi klasik yang dapat menimbulkan permasalahan yang cukup serius. Permasalahan heteroskedastisitas akan mempengaruhi sifat-sifat yang dimiliki penduga metode kuadrat terkecil sehingga memerlukan jalan keluar yang tepat untuk mengatasi permasalahan tersebut.

Berdasarkan latar belakang di atas, muncul ketertarikan untuk membahas lebih mendalam tentang heteroskedastisitas terutama dalam regresi linier sederhana, sehingga dapat menjelaskan secara lebih luas apa yang dimaksud dengan heteroskedastisitas, bagaimana cara untuk mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas, apa akibat yang ditimbulkan heteroskedastisitas, dan bagaimana tindakan untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas.

Tujuan dari penelitian ini adalah memberikan penjelasan tentang pengertian heteroskedastisitas, cara mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas, akibat yang ditimbulkan heteroskedastisitas, dan cara mengatasi persoalan heteroskedastisitas, terutama dalam regresi linier sederhana.

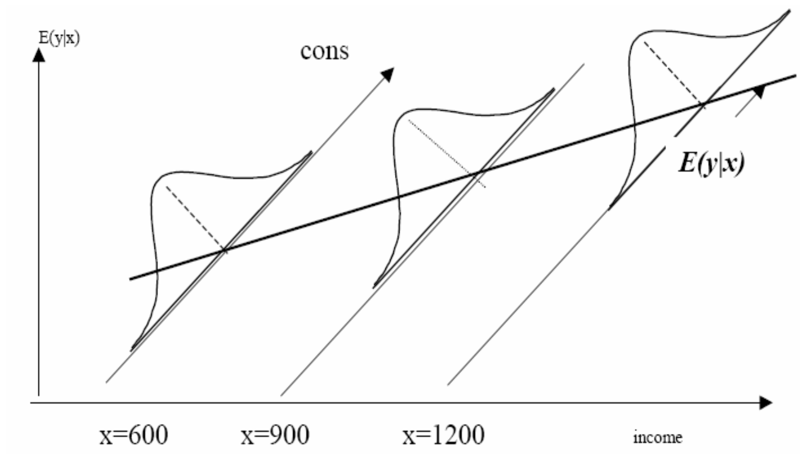
II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Heteroskedastisitas

Salah satu asumsi penting regresi linear klasik adalah bahwa varian dari error ε_i untuk peubah-peubah bebas yang diketahui (*independent or explanatory variables*), merupakan suatu bilangan konstan, artinya $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i{}^2) = \sigma^2$ untuk semua *i*, $i = 1, 2, \dots, n$, asumsi ini disebut homoskedastisitas. Jika terjadi homoskedastisitas (varian konstan) dan tidak terjadi autokorelasi (memiliki kovarian nol) maka akan menghasilkan matriks varian-kovarian error sebagai berikut:

$$V = E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix} = \sigma^2 I_n \qquad (2)$$

Secara grafis hal ini ditunjukkan pada gambar 1.

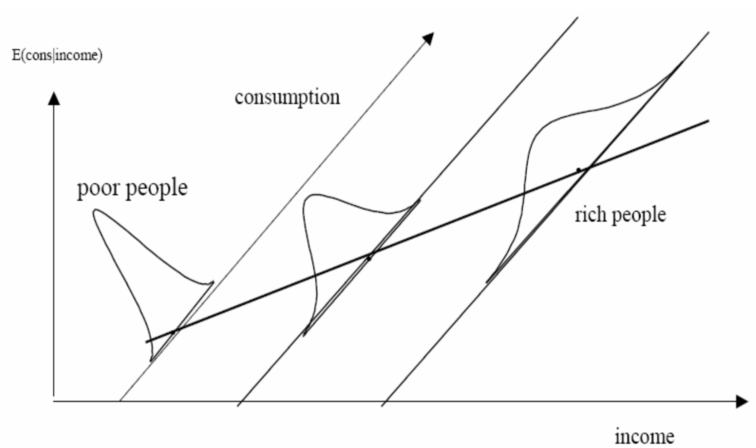


Gambar 1. Error dengan Sifat Homoskedastis

Salah satu bentuk penyimpangan/pelanggaran terhadap asumsi ini ialah terjadinya ketidakkonstanan varian dari setiap kesalahan pengganggu (error) atau sering disebut dengan heteroskedastisitas. Dalam keadaan heterokedastisitas, $Var\,(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i{}^2) = \sigma_i^2$ untuk semua i, $i = 1, 2, ..., n$. Ketika terjadi heteroskedastisitas maka akan menghasilkan matriks varian-kovarian error sebagai berikut :

$$V = E[\varepsilon\varepsilon'] = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Secara grafis hal ini ditunjukkan pada gambar 2.



Gambar 2. Error dengan Sifat Heteroskedastis

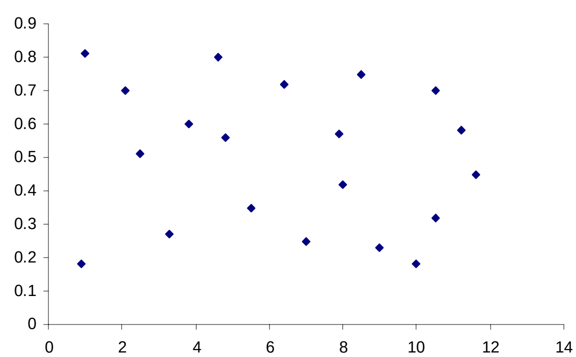
Masalah heteroskedastisitas lebih sering muncul pada data *cross-section* dibandingkan data *time series*. Nachrowi dan Usman (2006) menjelaskan bahwa data *cross section* sering memunculkan varian error yang heteroskedastis, akan tetapi bukan berarti data *time series* terhindar dari permasalahan ini. Indeks harga saham, inflasi, nilai tukar, atau suku bunga, seringkali mempunyai varian error yang tidak konstan. Bila dalam suatu pengamatan terdapat kasus heteroskedastisitas sedangkan asumsi lain dipenuhi maka parameter regresi yang diduga dengan metode kuadrat terkecil tidak lagi memiliki sifat efisien (varian minimum) (Draper and Smith, 1992).

2.2 Pendeteksian Heteroskedastisitas

Pendeteksian keberadaan heteroskedastisitas dalam suatu model regresi linear dapat dilakukan dengan beberapa cara, diantaranya adalah dengan menggunakan metode grafik atau menggunakan uji statistik. Uji statistik yang dapat digunakan untuk mendeteksi heteroskedastisitas, antara lain uji Golfeld Quant, uji White, uji Korelasi Rank Spearman, uji Park, uji Glejser dan uji Breusch Pagan Godfrey.

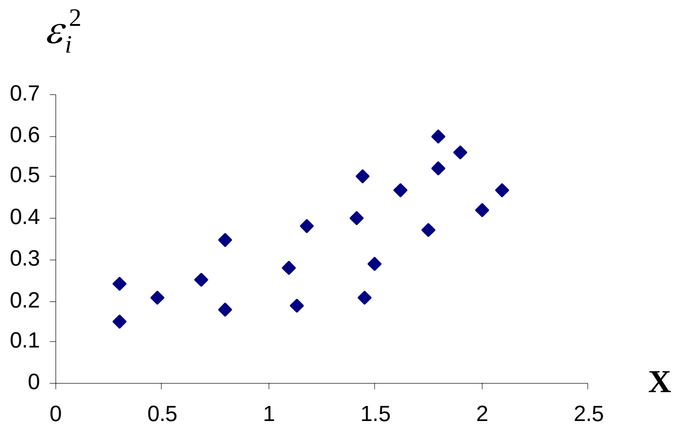
Metode grafik merupakan metode pendeteksi keberadaan heteroskedastisitas yang paling sederhana yang bekerja dengan cara menggambarkan tebaran error (error) yang diperoleh dari model regresi menurut urutan waktu/pengamatan. Cara alternatif dalam mempelajari pola error yaitu dengan menggambar error ε_i, atau harga mutlaknya $|\varepsilon_i|$ secara langsung terhadap X_i. Karena $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2)$, maka cara yang lebih baik untuk melihat pola error adalah menggambarkan ε_i^2 terhadap X_i. Beberapa gambaran antara ε_i^2 dengan X_i dapat dilihat pada gambar berikut :

ε_i^2

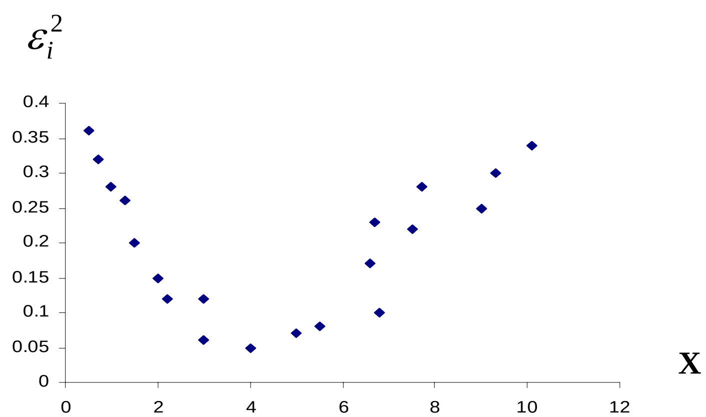


X

Gambar 3. Pola Error yang Konstan



Gambar 4. Pola Error yang Membesar



Gambar 5. Pola Error yang Berbentuk Kurva

Pada gambar 3, tidak terlihat adanya pola error yang sistematis atau dapat dikatakan random. Artinya, tidak ada perbedaan $Var(\varepsilon_i^2)$ pada suatu tingkat nilai X_i atau sekelompok X_i (variannya homoskedastis). Pola error pada gambar 4 berbeda dengan pola error pada gambar 3, pada gambar 4 menunjukkan adanya pola error yang sistematik, dimana varian error semakin membesar seiring membesarnya nilai X_i. Sedangkan pada gambar 5 menunjukkan pola error yang nilai terbesarnya terletak pada titik-titik kritis dari grafik. Gambar 4 dan gambar 5 menunjukkan pola-pola error yang tidak konstan (heteroskedastis).

Salah satu kelemahan pengujian secara grafis adalah tidak jarang kita ragu terhadap pola yang ditunjukkan grafik. Keputusan secara subjektifd apat mengakibatkan perbedaaan keputusan antara satu orang dengan lainnya. Oleh karena itu dibutuhkan suatu prosedur formal yang dapat digunakan untuk mendeteksi heteroskedastisitas. Terdapat banyak uji statistik yang dikembangkan untuk mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas, namun disini hanya akan dibahas dua metode yang paling populer, yaitu uji White dan uji Breusch Pagan Godfrey.

Salah satu uji statistik yang cukup terkenal dan hampir selalu dilampirkan pada setiap keluaran paket komputer untuk mendeteksi heteroskedastisitas adalah uji White. Uji White merupakan pendekatan yang lebih formal dalam mencari pola error. Uji ini mempunyai cara kerja dengan meregresikan ε_i terhadap semua peubah bebas yang ada. Uji ini mengasumsikan bahwa varian error merupakan fungsi yang mempunyai hubungan dengan peubah bebas, kuadrat masing-masing peubah bebas, dan interaksi antar peubah bebas.

Cara kerja uji White jika terdapat dua peubah bebas di dalam model, yaitu X_1 dan X_2, maka persamaan regresi ε_i adalah seperti berikut :

$$\varepsilon_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_1 + \alpha_3 X_2 + \alpha_4 X_1^2 + \alpha_5 X_2^2 + \alpha_6 X_1 X_2 + u_i \tag{4}$$

Apabila koefisien dari semua X atau beberapa diantaranya terjadi perbedaan yang signifikan dari nol dalam uji t biasa, artinya $Var(\varepsilon_i)$ berubah-ubah dengan X_i, maka dapat dikatakan terjadi heteroskedastisitas.

White juga menunjukkan bahwa dengan jumlah sampel (*n*) yang cukup besar, hasil kali antara jumlah sampel dan kofisien determinasi (R^2) dari persamaan (4) sebanding dengan distribusi χ^2 dengan derajat bebas sama dengan jumlah parameter-parameter yang ada pada persamaan tersebut kecuali intercept. Jika nilai nR^2 melebihi nilai χ^2 maka dapat disimpulkan terjadi heteroskedastisitas.

Uji statistik lainnya yang dapat digunakan untuk menguji apakah varian dari error bersifat homoskedastik atau tidak adalah uji Breusch Pagan Godfrey. Pada prinsipnya, uji ini tidak jauh berbeda dengan uji lainnya, yaitu mencoba mengukur varian ε_i^2 akibat perubahan nilai-nilai peubah bebasnya.

Tahap-tahap dalam uji ini adalah:

1. Asumsikan $Var(\varepsilon_i^2) = \sigma_i^2$ merupakan fungsi linier dari peubah non stokhastik Z, dimana Z adalah sebagian atau seluruh peubah X:

   $$\sigma_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Z_1 + ... + \alpha_k Z_k \quad (5)$$

2. Jika $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_k$ maka $\sigma_i^2 = \alpha_0$, varian error konstan sehingga error homoskedastik.
3. Peubah bebas *X* dapat digunakan sebagai pengganti peubah *Z*
4. Estimasi model regresi

   $$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + ... + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i$$

5. Hitung $s = \sum \varepsilon_i^2 / n$ dan membangun $p_i = \frac{\varepsilon_i^2}{s}$
6. Regresikan p_i terhadap $\alpha_0 + \alpha_1 Z_1 + ... + \alpha_k Z_k$
7. Hitung $\theta = \frac{Jumlah\ Kuadrat\ Regresi(JKR)}{2} : \theta \sim \chi_k^2$
8. Error homoskedastik jika $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = ... = \alpha_k = 0$
9. Jika $\theta > \chi_k^2$ maka tolak Hipotesis nol, artinya error tidak homoskedastik.

Uji Breusch Pagan Godfrey memiliki beberapa kekurangan, yaitu uji ini tidak reliabel jika error tidak berdistribusi normal dan jika jumlah sampel kecil.

III. AKIBAT DAN CARA MENGATASI HETEROSKEDASTISITAS

Heteroskedastisitas merupakan salah satu persoalan yang sering terjadi dalam regresi linier. Permasalahan heteroskedastisitas mengakibatkan asumsi klasik mengenai kekonstanan varian error tidak terpenuhi dan akan berpengaruh terhadap sifat-sifat penduga metode kuadrat terkecil. Menurut Gujarati (1999), permasalahan heteroskedastisitas mengakibatkan :

- Penduga metode kuadrat terkecil masih tetap takbias dan konsisten, tetapi tidak lagi efisien (varian tidak lagi minimum).
- Simpangan baku (standar error) dari estimasi menjadi bias, sehingga uji t dan uji F menjadi tidak valid.

Thomas (1996) juga mengungkapkan pendapat yang serupa bahwa heteroskedastisitas mengakibatkan penduga metode kuadrat terkecil tidak lagi efisien, namun tetap linier, tak bias, dan konsisten.

Heteroskedastisitas tidak merusak sifat ketakbiasan dan konsistensi dari penduga metode kuadrat terecil, tetapi penduga menjadi tidak lagi efisien, sehingga membuat prosedur pengujian hipotesis yang biasa nilainya diragukan. Oleh karena itu, tindakan perbaikan sangat diperlukan. Ada dua pendekatan yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas. Jika σ_i^2 diketahui dan jika σ_i^2 tidak diketahui.

3.1 Nilai σ_i^2 diketahui

Jika σ_i^2 diketahui atau dapat diduga, metode yang digunakan untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas adalah dengan menggunakan metode *Generalized Least Squares* (GLS). Metode ini sering disebut dengan Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (*Weighted Least Squares*). Pembentukan model estimasi dengan menggunakan GLS pada dasarnya mempunyai dua tahap, yaitu melakukan transformasi data dasar analisis dan menerapkan metode kuadrat terkecil terhadap data yang telah ditransformasikan. Dengan menggunakan model :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \text{ dengan } Var(\varepsilon_i) = \sigma_i^2 \qquad (6)$$

Apabila error ε_i ditransformasikan dengan cara membaginya dengan σ_i, dimana ε_i berada di bawah kondisi heteroskedastisitas, maka akan diperoleh error yang baru, yaitu $\varepsilon_i^* = \dfrac{\varepsilon_i}{\sigma_i}$, yang memiliki varian konstan, yaitu:

$$\text{var}(\varepsilon_i^*) = \text{var}\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}\right) = E\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}\right)^2 = \frac{1}{\sigma_i^2} E(\varepsilon_i^2) = \left(\frac{1}{\sigma_i^2}\right)\sigma_i^2 = 1 \qquad (7)$$

Jika dilakukan transformasi terhadap persamaan (1), dengan cara membaginya dengan σ_i, maka akan diperoleh error yang homoskedastik:

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \beta_0\left(\frac{1}{\sigma_i}\right) + \beta_1\left(\frac{X_i}{\sigma_i}\right) + \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \tag{8}$$

Persamaan di atas dapat juga ditulis:

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 X_i^* + \varepsilon_i^* \tag{9}$$

Dengan: $Y_i^* = \dfrac{Y_i}{\sigma_i}$, $X_{oi}^* = \dfrac{1}{\sigma_i}$, $X_i^* = \dfrac{X_i}{\sigma_i}$, $\varepsilon_i^* = \dfrac{\varepsilon_i}{\sigma_i}$.

Hal penting yang perlu dicatat dari persamaan (9) adalah bahwa persamaan tersebut sekarang tidak memiliki konstanta, karena konstanta sudah berubah menjadi variabel sebagai akibat dari proses pembagian dengan σ_i yang dapat dianggap sebagai pembobot (*weighted*).

Apabila dalam model estimasi metode kuadrat terkecil jumlah kuadrat errornya diminimasi, maka pada model estimasi GLS jumlah kuadrat error juga terminimasi. Dalam metode kuadrat terkecil, jumlah kuadrat error terminimasi secara langsung sedangkan pada GLS jumlah kuadrat error terminimasi secara tidak langsung. Bentuk jumlah kuadrat error dari model estimasi GLS dengan menggunakan pembobot dapat dilihat sebagai berikut:

$$\sum\left(\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}\right)^2 = \sum \lambda_i \varepsilon_i^2 \tag{10}$$

dimana $\lambda_i = \dfrac{1}{\sigma_i^2}$ merupakan pembobot (Thomas, 1996).

3.2 Nilai σ_i^2 tidak diketahui

Dalam banyak pembuatan model regresi, nilai σ_i^2 hampir tidak pernah diketahui. Sebagai hasilnya metode kuadrat terkecil terboboti (*weighted least squares*) tidak bisa digunakan. Untuk menanggulangi masalah tersebut maka perlu digunakan asumsi untuk menentukan nilai σ_i^2 dan mentransformasi model asli (awal) sehingga model hasil transformasi menjadi homoskedastik. Gujarati (1999) menunjukkan beberapa cara yang digunakan untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas jika σ_i^2 tidak diketahui, antara lain sebagai berikut:

3.2.1 Transformasi dengan $\frac{1}{X_i}$

Pada transformasi ini diasumsikan bahwa :

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 X_i^2 \tag{11}$$

Persamaaan (49) menyatakan bahwa varian error tidak mempunyai hubungan linier dengan peubah X_i, akan tetapi meningkat sebanding dengan nilai X_i^2. Dengan asumsi demikian, transformasi dilakukan dengan membagi model awal (persamaan 1) dengan X_i. Dengan demikian model menjadi :

$$\frac{Y_i}{X_i} = \beta_0 \left(\frac{1}{X_i} \right) + \beta_1 + \left(\frac{\varepsilon_i}{X_i} \right) \tag{12}$$

atau dapat ditulis dengan :

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 + \varepsilon_i^* \tag{13}$$

Dimana $Y_i^* = \frac{Y_i}{X_i}$, $X_{0i}^* = \frac{1}{X_i}$, $\varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{X_i}$.

Model pada persamaan (13) telah homoskedastik karena :

$$E(\varepsilon_i^{*2}) = E\left(\frac{\varepsilon_i^2}{X_i^2} \right) = \frac{1}{X_i^2} E(\varepsilon_i^2) = \frac{1}{X_i^2}(\sigma^2 X_i^2) = \sigma^2 \text{ konstan} \tag{14}$$

Hasil transformasi tersebut telah menyebabkan error konstan, dan berarti error telah homoskedastik. Oleh karena itu, sekarang metode kuadrat terkecil dapat digunakan dengan meregresikan $\frac{Y_i}{X_i}$ dengan $\frac{1}{X_i}$.

3.2.2 Transformasi dengan $\frac{1}{\sqrt{X_i}}$

Pada transformasi ini diasumsikan bahwa:

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2 X_i \tag{15}$$

Persamaan (53) menyatakan bahwa varian error mempunyai hubungan linier dengan peubah X_i. Dengan asumsi demikian, transformasi dilakukan dengan membagi model awal (persamaan 1) dengan $\sqrt{X_i}$. Dengan demikian model menjadi :

$$\frac{Y_i}{\sqrt{X_i}} = \beta_0\left(\frac{1}{\sqrt{X_i}}\right) + \beta_1\sqrt{X_i} + \left(\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_i}}\right) \tag{16}$$

atau dapat ditulis dengan :

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 X_i^* + \varepsilon_i^* \tag{17}$$

Dimana $Y_i^* = \frac{Y_i}{\sqrt{X_i}}$, $X_{0i}^* = \frac{1}{\sqrt{X_i}}$, $X_i^* = \sqrt{X_i}$, $\varepsilon_i^* = \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{X_i}}$.

Model pada persamaan (17) telah homoskedastik karena :

$$E(\varepsilon_i^{*2}) = E\left(\frac{\varepsilon_i^2}{\sqrt{X_i^2}}\right) = \frac{1}{X_i}E(\varepsilon_i^2) = \frac{1}{X_i}(\sigma^2 X_i) = \sigma^2 \text{ konstan} \tag{18}$$

Hasil transformasi tersebut telah menyebabkan error konstan, dan berarti error telah homoskedastik.

3.2.3 Transformasi dengan $E(Y_i)$

Transformasi ini dilandasi dengan asumsi bahwa :

$$E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2[E(Y_i)]^2 \quad (19)$$

Persamaan (19) menyatakan bahwa varian (ε_i) proporsional terhadap $[E(Y_i)]^2$. Dengan asumsi demikian, maka transformasi dilakukan dengan membagi model awal (persamaan 1) dengan $E(Y_i)$. Hasil transformasi adalah:

$$\frac{Y_i}{E(Y_i)} = \beta_0\left(\frac{1}{E(Y_i)}\right) + \beta_1\left(\frac{X_i}{E(Y_i)}\right) + \left(\frac{\varepsilon_i}{E(Y_i)}\right) \quad (20)$$

atau dapat ditulis dengan :

$$Y_i^* = \beta_0 X_{0i}^* + \beta_1 X_i^* + \varepsilon_i^* \quad (21)$$

Dimana $Y_i^* = \dfrac{Y_i}{E(Y_i)}$, $X_{0i}^* = \dfrac{1}{E(Y_i)}$, $X_i^* = \dfrac{X_i}{E(Y_i)}$, $\varepsilon_i^* = \dfrac{\varepsilon_i}{E(Y_i)}$

Model pada persamaan (21) telah homoskedastik karena :

$$E(\varepsilon_i^{*2}) = E\left(\frac{\varepsilon_i^2}{[E(Y_i)]^2}\right) = \frac{1}{[E(Y_i)]^2}E(\varepsilon_i^2) = \frac{1}{[E(Y_i)]^2}(\sigma^2[E(Y_i)]^2) = \sigma^2 \quad (22)$$

Permasalahan dalam transformasi ini adalah tidak diketahuinya nilai β_0 dan β_1, sehingga $E(Y_i)$ juga tidak dapat diketahui. Oleh karena itu, transformasi dapat dilakukan dengan memanfaatkan model regresi yang diduga, yaitu $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$, sehingga persamaan hasil transformasinya adalah:

$$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} = \beta_0\left(\frac{1}{\hat{Y}_i}\right) + \beta_1\left(\frac{X_i}{\hat{Y}_i}\right) + \left(\frac{\varepsilon_i}{\hat{Y}_i}\right) \quad (23)$$

3.2.4 Transformasi dengan Logaritma

Transformasi ini ditujukan untuk memperkecil skala antar peubah bebas. Dengan semakin sempitnya range nilai observasi, diharapkan variasi error juga tidak akan berbeda besar antar kelompok observasi. Adapun model yang digunakan adalah:

$$Ln\ Y_i = \beta_0 + \beta_1 Ln\ X_i + \varepsilon_i \tag{24}$$

IV. STUDI KASUS

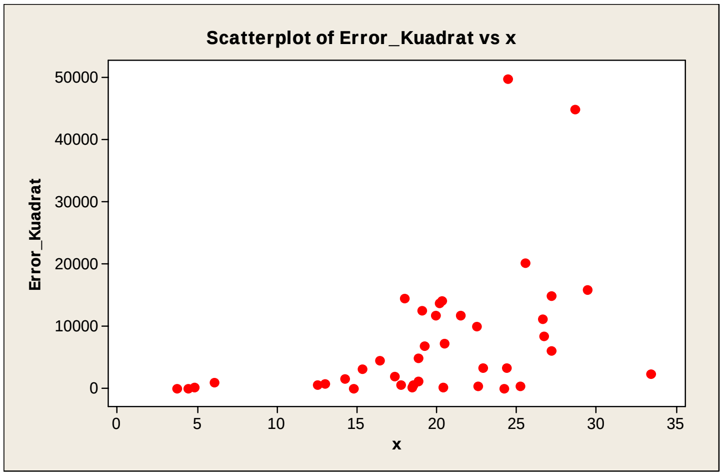
Metode Grafik merupakan cara yang paling sederhana untuk mendeteksi heteroskedastisitas. Metode grafik dapat memberikan gambaran mengenai pola tebaran error yang terbentuk sehingga dapat dijadikan langkah awal untuk mendeteksi keberadaan heteroskedastisitas.

Sebagaimana telah dijelaskan dalam bab II, heteroskedastisitas merupakan suatu kondisi dimana $Var(\varepsilon_i^2)$ tidak konstan. Dengan demikian, pada suatu nilai peubah bebas X_i atau sekelompok nilai X_i akan mempunyai nilai $Var(\varepsilon_i^2)$ yang berbeda dengan peubah bebas X_i atau sekelompok X_i lainnya. Oleh karena itu, jika nilai-nilai ε_i^2 diplot dengan nilai-nilai peubah bebas akan diperoleh suatu pola atau bentuk yang tidak acak.

Untuk menggambarkan suatu model regresi yang heteroskedastis, digunakan data pada Lampiran 1. Dari data diperoleh model regresi:

$$Y_i = 83.4160 + 10.2096 X_i + \varepsilon_i$$

Pola error yang dihasilkan dari model regresi diatas dapat dilihat dengan cara menggambarkan ε_i^2 terhadap X_i.



Gambar 6. Plot Error Kuadrat terhadap X_i dari Data 1

Berdasarkan gambar 6, dapat dilihat adanya pola error yang sistematik. Varian error semakin membesar seiring dengan membesarnya nilai X_i, sehingga disimpulkan terjadi heteroskedastisitas pada model di atas.

Penerapan uji White lebih mudah dibandingkan dengan uji statistik lainnya. Data yang digunakan juga data pada Lampiran 1. Langkah awal prosedur ini adalah meregresikan ε_i^2 terhadap X_i dan X_i^2. Setelah diregresikan diperoleh nilai $R^2 = 0.188876941$. Untuk n = 40, diperoleh nilai $LM = nR^2 = 7.555077642$. Nilai χ^2 dengan 2 derajat bebas dan $\alpha = 0,05$ adalah 5.991464547. Nilai $nR^2 > \chi^2$ menyebabkan hipotesis nol ditolak, sehingga dapat disimpulkan terjadi heterokedastisitas pada model tersebut.

4.1 Langkah Remedial

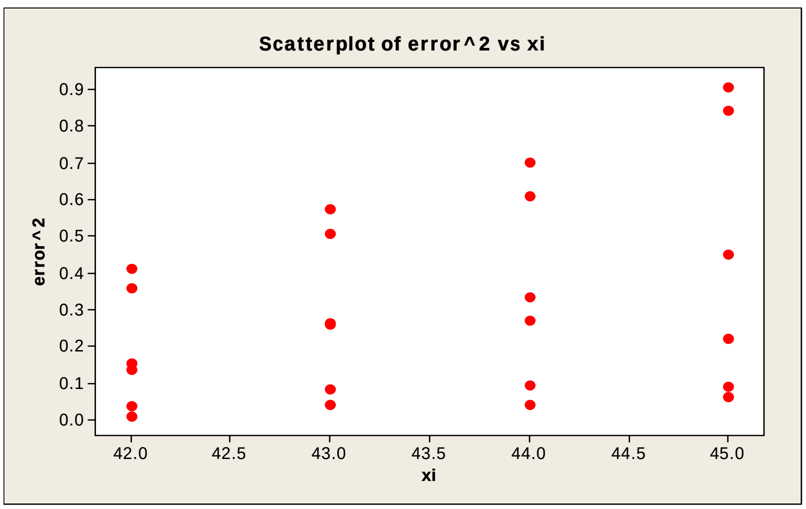
Heteroskedastisitas tidak merusak sifat ketakbiasan dan konsistensi dari penduga metode kuadrat terkecil, tetapi penduga tersebut tidak lagi efisien sehingga membuat prosedur pengujian hipotesis yang biasa nilainya diragukan. Ada beberapa cara yang dapat dilakukan untuk mengatasi heteroskedastisitas, yaitu:

4.1.1 Jika σ_i^2 diketahui

Jika σ_i^2 diketahui atau dapat diduga, metode yang digunakan yaitu Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (*Weighted Least Squares*). Data yang digunakan adalah data pada Lampiran 2. Langkah pertama, data diregresikan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa. Setelah diregresikan diperoleh model regresi sebagai berikut:

$$Y_i = -23.602 + 1.63X_i + \varepsilon_i$$

Untuk mendeteksi adanya heteroskedastisitas dalam model, langkah awal yang dilakukan yaitu dengan memplot ε_i^2 terhadap peubah bebas X_i. Plot antara ε_i^2 dan peubah bebas X_i dari model regresi di atas dapat dilihat seperti di bawah ini:



Gambar 7. Plot Error Kuadrat Terhadap X_i dari Data 2

Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai varian dari error dan menentukan pembobotnya (σ_i). Kemudian persamaan di atas ditransformasi dengan cara membagi dengan σ_i. Dari hasil transformasi diperoleh model regresi yang baru yaitu:

$$Y_i^* = -23.3259X_{0i}^* + 1.6237X_i^* + \varepsilon_i^*$$

Model regresi di atas tidak memiliki konstanta, karena konstanta sudah berubah menjadi variabel sebagai akibat dari proses pembagian dengan σ_i yang dapat dianggap sebagai pembobot. Error dari model regresi di atas sudah homoskedastis. Hal ini dapat dibuktikan dengan menghitung varian error hasil regresi, dimana $\text{var}(\varepsilon_i^*) = 1$. Pengujian dengan menggunakan Uji White juga menunjukkan bahwa error telah hommoskedastik, karena nilai *LM* = 2.809 < $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$, sehingga H_0 tidak ditolak.

4.1.2 Jika σ_i^2 tidak diketahui

Dalam banyak penelitian, nilai σ_i^2 jarang diketahui. Oleh karena itu, metode kuadrat terkecil terboboti (*weighted least squares*) tidak bisa digunakan. Untuk menanggulangi masalah tersebut, perlu digunakan asumsi untuk menentukan nilai σ_i^2. Untuk kasus pada data dalam Lampiran 1 dapat dilihat bahwa varian error proporsional terhadap X_i, varian error semakin membesar seiring dengan membesarnya nilai X_i. Untuk kasus seperti ini dapat diatasi dengan cara membagi model awal dengan $\sqrt{X_i}$. Model regresi hasil transformasi adalah:

$$Y_i^* = 78.684 X_{0i}^* + 10.451 X_i^* + \varepsilon_i^*$$

Hasil transformasi tersebut telah menyebabkan error konstan, berarti error telah homoskedastis. Pengujian dengan menggunakan Uji White menunjukkan bahwa error dari model hasil transformasi telah homoskedastik. Nilai *LM* yang dihasilkan adalah 7.261, sedangkan nilai $\chi^2_{4,0.05} = 9.488$. Karena nilai LM < chi-square, maka H_0 tidak ditolak.

V. KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Salah satu asumsi penting regresi linear klasik adalah bahwa varian dari error ε_i untuk peubah-peubah bebas yang diketahui (*independent or explanatory variables*), merupakan suatu bilangan konstan, artinya $Var\ (\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^{\ 2}) = \sigma^2$ untuk semua *i*,

$i = 1, 2, ..., n$, asumsi ini disebut homoskedastisitas. Salah satu bentuk penyimpangan/pelanggaran terhadap asumsi homoskedastisitas adalah terjadinya ketidakkonstanan varian dari setiap kesalahan pengganggu (error) atau sering disebut dengan heteroskedastisitas. Dalam keadaan heterokedastisitas, $Var\,(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i{}^2) = \sigma_i^2$ untuk semua i, $i = 1, 2, ..., n$.Heteroskedastisitas mengakibatkan penduga metode kuadrat terkecil tidak lagi efisien, namun tetap linier, tak bias, dan konsisten.

Pendeteteksian keberadaan heteroskedastisitas dapat dilakukan dengan mengunakan metode grafik atau uji statistik. Uji statistik yang dapat digunakan diantaranya adalah uji Goldfield-Quant, uji White, uji Korelasi Rank Spearman, uji Park, uji Glejser dan uji Breusch Pagan Godfrey. Apabila σ_i^2 diketahui atau dapat diduga, metode yang digunakan untuk mengatasi permasalahan heteroskedastisitas adalah Metode Kuadrat Terkecil Terboboti (*Weighted Least Squares*). Akan tetapi bila σ_i^2 tidak diketahui, permasalahan heteroskedastisitas dapat diatasi dengan melakukan transformasi terhadap model.

5.2 Saran

Kajian pada skripsi ini menitikberatkan permasalahan heteroskedastisitas yang terjadi pada model regresi linier sederhana. Penelitian lebih lanjut dapat membahas permasalahan heteroskedastisitas dengan ruang lingkup pembahasan yang lebih luas dan dengan contoh-contoh kasus yang lebih beragam sehingga dapat menambah pengetahuan tentang permasalahan heteroskedastisitas. Skripsi ini mudah-mudahan dapat bermanfaat dan menambah wawasan di bidang regresi, khususnya mengenai permasalahan heteroskedastisitas.

DAFTAR PUSTAKA

Algifari. 2000. *Analisis Regresi Teori, Kasus, dan Solusi*. Edisi 2. BPFE Yogyakarta.Yogyakarta

Draper, N.R. dan H. Smith. 1992. *Analisis Regresi Terapan.* edisi kedua. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Gujarati, D. 1999. *Ekonometrika Dasar*. edisi keenam. Penerbit Erlangga. Jakarta.

Hines, W.W dan D.C Montgomery. 1990. *Probabilitas dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Manajemen*. Universitas Indonesia. Jakarta.

Nachrowi, D. & Usman. 2006. *Penggunaan Teknik Ekonometri Pendekatan Populer dan Praktis.* Edisi Revisi. PT Raja Grafindo Persada. Jakarta.

Neter, J. *et al*. 2005. *Applied Linear Statistical Models*. 5^{th} ed. McGraw-Hill Companies Inc. New York.

Pindyck, R.S. & D.L. Rubinfield. 1991. *Econometrics Model & Economic Forecast*. 3^{rd} ed. Mc Graw-Hill International Edition. Singapore.

Sembiring, R.K. 2003. *Analisis Regresi*. Penerbit ITB. Bandung.

Supranto, J. 1984. *Ekonometrika*. Jilid 2. Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia. Jakarta.

Thomas, R.L. 1996. *Modern Econometrics An Introduction.* Addison-Wesley. England.

MODEL REGRESI POISSON
(Studi Kasus : Jumlah Kematian Ibu yang Terjadi di Kota Bengkulu)

Herlina[1], Sigit Nugroho[2], dan Jose Rizal[2]
[1]Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
[2]Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Regresi Poisson adalah regresi nonlinier yang berdistribusi Poisson, digunakan untuk menganalisis variabel respon diskrit dan *integer* tidak negatif. Estimasi parameter modelnya ditaksir dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mempelajari salah satu analisis regresi nonlinier yaitu analisis Regresi Poisson serta memberikan teladan penerapannya yaitu pada penelitian kesehatan masyarakat dengan studi kasus pada Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di Kota Bengkulu pada tahun 2007. Dari hasil pengolahan data dengan menggunakan paket program SAS versi 9.1 dan SPSS 16 diperoleh model regresi poisson yaitu :

$$\mu = \exp\left(-38.7717 - 0.5218X_1 + 0,5166X_2 - 0.3241X_3 - 6.5889X_4\right)$$

Dari model di atas dapat disimpulkan bahwa variabel yang berpengaruh terhadap Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di Kota Bengkulu pada tahun 2007 adalah Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), dan Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4) .

Kata Kunci : Regresi Nonlinier, Distribusi Poisson, Regresi Poisson.

Pendahuluan

Analisis regresi merupakan analisis statistika yang digunakan secara luas dalam ilmu pengetahuan terapan, dimana analisis regresi dapat digunakan untuk menduga atau menggambarkan pengaruh suatu variabel terhadap variabel lain. Variabel yang nilainya dipengaruhi variabel yang lain disebut variabel tidak bebas atau variabel respon (*Dependent variable*), sedangkan variabel-variabel yang nilainya mempengaruhi nilai variabel tidak bebas disebut variabel bebas (*Independent variable*). Hubungan fungsional yang berlaku di antara variabel-variabel tersebut dapat berbentuk regresi linier dan nonlinier. Selain untuk menduga pengaruh suatu variabel terhadap variabel yang lain, regresi digunakan untuk mengestimasi atau menduga nilai variabel tidak bebas (dependen) Y dengan syarat bahwa nilai variabel bebas (independen) X diketahui.

Salah satu jenis regresi yang sering digunakan untuk menggambarkan hubungan antara satu variabel bebas dengan satu variabel tidak bebas dalam bentuk persamaan linier disebut regresi sederhana.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., n$$

Apabila nilai variabel tidak bebas diduga berdasarkan dua atau lebih variabel bebas, maka model regresi tersebut merupakan regresi linier berganda.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + ... + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., n$$

Jika suatu variabel acak mempunyai tipe diskrit dan menyatakan banyaknya kejadian dalam interval tertentu (waktu, area, dan lain-lain), maka variabel acak tersebut berdistribusi poisson dan apabila variabel respon (Y) berdistribusi poisson maka model regresi yang digunakan adalah Regresi Poisson. Metode ini biasanya diterapkan pada penelitian kesehatan masyarakat, biologi, teknik, pendidikan, dan lain-lain.

Tingginya jumlah angka kematian ibu mencerminkan masih buruknya status gizi dan kesehatan ibu, kondisi kesehatan lingkungan, tingkat pelayanan kesehatan terutama untuk ibu hamil, melahirkan dan masa nifas (kualitas pelayanan prakelahiran), pertolongan persalinan, dan perawatan pasca persalinan belum dimanfaatkan secara maksimal. (Depkes Propinsi Bengkulu, 1999).

Jumlah kematian ibu yang terjadi di kota Bengkulu sebagai variabel acak Y (variabel respon) dalam penelitian ini dapat diasumsikan mengikuti Distribusi Poisson karena kejadian tersebut jarang terjadi dalam ruang sampel yang besar. Dan oleh karenanya hubungan antara Jumlah Kematian Ibu dengan faktor-faktor yang berpengaruh dapat diketahui melalui Regresi Poisson. Sehingga, dari latar belakang yang telah diuraikan maka penulis tertarik untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007.

Adapun Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Mempelajari salah satu analisis regresi nonlinier yaitu analisis Regresi Poisson dan memberikan penjelasan mengenai Distribusi Poisson, Model Regresi Poison, pendugaan parameter Regresi Poisson, pengujian parameter Regresi Poisson, koefisien determinasi $\left(R^2\right)$, dan menerapkan model Regresi Poisson pada penelitian kesehatan masyarakat yaitu terhadap Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu.
2. Untuk mengetahui variabel-variabel bebas apa saja yang berpengaruh terhadap Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu.

Dalam regresi, hubungan fungsional yang berlaku di antara variabel dapat

Distribusi Poisson

Suatu proses poisson memiliki sifat-sifat berikut :

1. Jumlah kejadian yang terjadi dalam suatu interval waktu atau daerah tertentu adalah independen terhadap jumlah kejadian dalam interval waktu atau daerah yang lain.
2. Probabilitas suatu kejadian yang terjadi pada interval waktu atau daerah yang sangat kecil adalah proporsional terhadap panjang interval waktu atau luas daerah dan tidak tergantung pada jumlah kejadian yang terjadi di luar interval waktu atau daerah ini.
3. Probabilitas lebih dari satu kejadian dalam interval waktu atau daerah yang sangat kecil adalah diabaikan.

Misalkan Y suatu variabel acak dengan distribusi diskrit. Y berdistribusi poisson dengan parameter μ, dapat ditulis sebagai $Y \sim Poisson(\mu)$ jika dan hanya jika fungsi peluang dinyatakan dalam bentuk:

$$f(y)=\frac{\mu^y e^{-\mu}}{y!} \qquad y=0,1,2,... \tag{1}$$

Mean dan varian pada peluang dis si poisson adalah:

$$E(Y)=\sum_{Y=0}^{\infty} y\, f(y)$$

$$= \mu$$

$$\sigma^2(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2$$
$$= \mu$$

Berdasarkan hasil penurunan rumus di atas maka mean dan varian dari variabel Y yang berdistribusi poisson dengan parameter μ , mempunyai nilai yang sama yaitu μ atau $E(Y) = \sigma^2(Y) = \mu$.

Model Regresi Poisson

Model Regresi Poisson dinyatakan dalam bentuk berikut:

$$Y_i = E(Y_i) + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., n \text{ (karena } E(Y_i) = \mu_i \text{)}$$
$$= \mu_i + \varepsilon_i \qquad (2)$$

μ_i diasumsikan dengan variabel bebas $x_1, x_2, ..., x_{p-1}$. Dengan menggunakan notasi $\mu(X_i, \underline{\beta})$ untuk menunjukkan fungsi hubungan mean variabel respon (μ_i) oleh variabel bebas (X_i) dengan $i = 1, 2, ..., n$ dan $\underline{\beta}$ adalah nilai koefisien regresi, maka model regresi poisson dapat pula ditulis dalam bentuk:

$$Y_i = \mu(X_i, \underline{\beta}) + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., n \qquad (3)$$

Dalam Kutner, 2004 terdapat beberapa fungsi yang biasa digunakan dalam model regresi poisson yaitu:

$$\mu_i = \mu(X_i, \underline{\beta}) = \begin{cases} X_i^{'}\underline{\beta} \\ \exp(X_i^{'}\underline{\beta}) \\ \log_e(X_i^{'}\underline{\beta}) \end{cases} \qquad (4)$$

Pendugaan Parameter Regresi Poisson

Jika pendugaan koefisien regresi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil dilakukan dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat, maka berbeda dengan metode maksimum likelihood. Pendugaan dengan menggunakan metode ini dilakukan dengan cara memaksimumkan suatu fungsi likelihood (*likelihood function*).

Apabila fungsi suatu penduga dengan variabel respon berdistribusi poisson adalah sebagai berikut:

$$f(y_i) = \frac{\mu_i^{y_i} \exp(-\mu_i)}{y_i!} \qquad y_i = 0, 1, 2, ... \qquad (5)$$

dimana $\mu_i = \mu(X_i, \underline{\beta})$. Maka fungsi likelihood $\mu_i = \mu(X_i, \underline{\beta})$ adalah

$$L(\underline{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} f_i(Y_i)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{[\mu(X_i, \underline{\beta})]^{Y_i} \exp[-\mu(X_i, \underline{\beta})]}{Y_i!} \qquad (6)$$

Sehingga diperoleh persamaan fungsi likelihood sebagai berikut:

$$L\left(\underline{\beta}\right)=\frac{\left[\prod_{i=1}^{n}\left[\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)\right]^{Y_i}\right]\exp\left[-\sum_{i=1}^{n}\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)\right]}{\prod_{i=1}^{n}Y_i!} \qquad (7)$$

Fungsi ln (*logaritma natural)* dari fungsi likelihood $\mu_i=\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)$ adalah:

$$\ln L\left(\underline{\beta}\right)=\ell\left(\underline{\beta}\right)=\sum_{i=1}^{n}Y_i\ln\left[\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)\right]-\sum_{i=1}^{n}\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)-\sum_{i=1}^{n}\ln\left(Y_i!\right)$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left[Y_i\ln\left[\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)\right]-\mu\left(X_i,\underline{\beta}\right)-\ln\left(Y_i!\right)\right] \qquad (8)$$

Nilai $\underline{\beta}$ yang membuat fungsi likelihood mencapai nilai terbesar merupakan penduga maksimum likelihood bagi $\underline{\beta}$ (*maximum likelihood estimator*). Untuk memperoleh $\underline{\beta}$ dapat memaksimumkan fungsi likelihood adalah dengan menyelesaikan persamaan:

$$\frac{\partial}{\partial\underline{\beta}}L\left(\underline{\beta}\right)=0 \qquad i=1,2,...,k \qquad (9)$$

Karena sulit untuk menentukan turunan dari fungsi likelihood maka persamaan di atas diselesaikan melalui fungsi ln (*logaritma natural*) dari fungsi likelihood

$$\frac{\partial}{\partial\underline{\beta}}\ell\left(\underline{\beta}\right)=0 \qquad i=1,2,...,k \qquad (10)$$

$$\frac{\partial\ell\left(\underline{\beta}\right)}{\partial\underline{\beta}}=\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}\left[Y_i\ln\left[\exp\left(X_i^{'}\underline{\beta}\right)\right]-\exp\left(X_i^{'}\underline{\beta}\right)-\ln\left(Y_i!\right)\right]\right)}{\partial\underline{\beta}}$$

$$=\sum_{i=0}^{n}X_i\left[Y_i-\exp\left(X_i^{'}\underline{\beta}\right)\right] \qquad (11)$$

Penduga maksimum likelihood $\hat{\underline{\beta}}$ merupakan nilai $\underline{\beta}$ yang diperoleh dengan memaksimumkan fungsi likelihood

$$\frac{\partial\ell\left(\hat{\underline{\beta}}\right)}{\partial\hat{\underline{\beta}}}=\sum_{i=1}^{n}X_i^{'}\left[Y_i-\exp\left(X_i^{'}\hat{\underline{\beta}}\right)\right]=0 \qquad (12)$$

Untuk menaksir parameter $\hat{\underline{\beta}}$ pada persamaan logaritma natural dengan menggunakan matriks Hessian dan metode Iterasi Newton-Raphson.

Matriks Hessian dinotasikan $H\left(\underline{\beta}\right)$ yakni suatu matriks yang diperoleh dari turunan kedua dari logaritma natural (ln) terhadap $\underline{\beta}$:

$$H\left(\underline{\beta}\right)=\frac{\partial^2\ell\left(\underline{\beta}\right)}{\partial\underline{\beta}\partial\underline{\beta}'}$$

$$=-\sum_{i=0}^{n}\exp\left(X_i^{'}\hat{\underline{\beta}}\right)X_iX_i^{'} \qquad (13)$$

Persamaan (13) dapat ditulis dengan menggunakan matriks yang berbentuk :

$$H\left(\underline{\hat{\beta}}\right)=\left[\frac{\partial^2 \ell\left(\underline{\hat{\beta}}\right)}{\partial\underline{\hat{\beta}}_k \partial\underline{\hat{\beta}}_1}\right]_{k\,x\,k} \tag{14}$$

Karena $\sum_{i=1}^{n} X_i^{'}\left[Y_i-\exp\left(X_i^{'}\underline{\beta}\right)\right]=0$ merupakan persamaan nonlinier maka pendugaan parameter $\underline{\hat{\beta}}$ diperoleh dengan menggunakan metode iterasi Newton-Raphson. Sehingga pendugaan parameter $\underline{\hat{\beta}}$ pada iterasi ke-t, $(t=0,1,2,...)$ adalah

$$\underline{\hat{\beta}}_{i+1}=\underline{\hat{\beta}}_t-\left(\frac{\partial^2\ell\left(\underline{\hat{\beta}}\right)}{\partial\underline{\hat{\beta}}_t\partial\underline{\hat{\beta}}_t^{'}}\right)^{-1}\frac{\partial\ell\left(\underline{\hat{\beta}}\right)}{\partial\underline{\hat{\beta}}_t}$$

$$=\underline{\hat{\beta}}_t+\left(\sum_{i=1}^{\infty}\exp\left(X_i^{'}\underline{\hat{\beta}}\right)X_iX_i^{'}\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{\infty}X_i^{'}\left(Y_i-\exp\right)\left(X_i^{'}\underline{\hat{\beta}}\right)\right) \tag{15}$$

Uji Kesesuaian Model (*Goodness Of Fit*)

Statistik Uji yang digunakan adalah Pearson Chi-Square$\left(\chi^2\right)$

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(Y_i-\mu_i\right)^2}{\mu_i} \tag{16}$$

Uji Parameter Secara Parsial (*Wald Test*)

Statistik Uji yang digunakan adalah statistik uji Wald:

$$W_j=\left[\frac{\hat{\beta}_j}{se\left(\hat{\beta}_j\right)}\right]^2 \tag{17}$$

Uji Signifikan Model (*Likelihood Ratio Test*)

Statistik uji-G (*Likelihood Ratio*) adalah:

$$G^2=-2\ln l_0-\left(-\ln l_k\right)$$
$$=-2\ln\left(\frac{l_0}{l_k}\right) \tag{18}$$

Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian terapan (*applied research*), yaitu suatu penelitian yang ditujukan untuk menerapkan metode analisis yang sesuai terhadap studi yang dipilih, dalam kaitannya dengan pemanfaatan dalam bidang kesehatan masyarakat. Populasi dan sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah seluruh ibu hamil yang ada di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007.

Data yang dipakai dalam penelitian ini adalah data sekunder, adalah berupa arsip jumlah kematian ibu dari Januari sampai Desember 2007 di Dinas Kesehatan Kota Bengkulu. Dalam penelitian ini, model Regresi Poisson digunakan untuk mengetahui variabel-variabel penjelas. variabel-variabel dalam Regresi Poisson ini adalah Variabel respon adalah Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dan Variabel-variabel yang mempengaruhi variabel respon.

Tahapan metode yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu dengan langkah-langkah yang akan dilakukan adalah sebagai berikut :

1. Analisis statistika deskriptif terhadap jumlah kematian ibu di kota Bengkulu.
2. Pengujian distribusi poisson.
   Data jumlah kematian ibu yang diperoleh diuji distribusinya apakah data tersebut berdistribusi poisson atau tidak.
3. Mendeteksi apakah terdapat overdispersi pada data yang digunakan. Pendeteksian overdispersi dilakukan dengan dua cara yaitu dengan melihat nilai *pearson chi-square* dan *deviance*
4. Melakukan analisis pendugaan parameter Regresi Poisson untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Jumlah Kematian Ibu di kota Bengkulu, yaitu dengan dua tahap analisis sebagai berikut :
   a. Analisis pendugaan parameter Regresi Poisson dengan menggunakan data kategorik.
   b. Analisis pendugaan parameter Regresi Poisson dengan menggunakan data asli.
5. Interpretasi model Regresi Poisson
6. Pengujian parameter dengan uji wald, *likelihood ratio test* dan *goodness fit*

Pengolahan data untuk menghasilkan seluruh analisis dalam penelitian ini menggunakan *Software Microsoft excel* 2003, *Statistical Package for Social Science (SPSS)* 16, dan *Statistical Analysis System (SAS)* versi 9.1.

Hasil Dan Pembahasan

Deskripsi Data

Rata-rata Jumlah Kematian Ibu adalah sebesar 0.41 dan Jumlah Kematian Ibu tertinggi terdapat di puskesmas Nusa Indah kecamatan Ratu Agung dan puskesmas Anggut Atas Kecamatan Ratu Samban sebanyak 2 orang dan terendah nol atau tidak ada yang meninggal terdapat di puskesmas Lingkar Barat dan puskesmas Lingkar Timur kecamatan Gading Cempaka, puskesma ıala Lempuing kecamatan Ratu Agung, puskesmas Pasar Ikan dan puskesma mpung Bali kecamatan Teluk Segara, puskesmas Sukamerindu kecamatan Sungai Serut, puskesmas Ratu Agung dan puskesmas Beringin Raya kecamatan Muara Bangkahulu, puskesmas Basuki Rahmad dan puskesmas Betungan kecamatan Selebar, puskesmas Kandang dan puskesmas Padang Serai kecamatan Kampung Melayu dengan Range 2.

Data tentang Jumlah Ibu Bersalin di tiap kecamatan di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu Jumlah Ibu Melahirkan tertinggi terdapat di puskesmas Lingkar Timur kecamatan Gading Cempaka yaitu sebanyak 1.024 orang dan terendah terdapat di puskesmas Kuala Lempuing Kecamatan Ratu Agung yaitu sebanyak 136 orang dengan Range 888 dan rata-rata Jumlah Ibu Bersalin adalah sebesar 518,18.

Data tentang Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (K1) di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu jumlah tertinggi terdapat di puskesmas Lingkar Timur kecamatan Gading Cempaka yaitu 1023 dan terendah terdapat di puskesmas Kuala Lempuing kecamatan

Ratu Agung yaitu sebanyak 117 dengan Range 906 dan rata-rata Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (K1) adalah sebesar 490,65.

Data tentang Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (K4) di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu jumlah tertinggi terdapat di puskesmas Lingkar Timur kecamatan Gading Cempaka yaitu 910 dan terendah terdapat di puskesmas Kuala Lempuing kecamatan Ratu Agung Bangkahulu yaitu 116 dengan Range 794 dan rata-rata Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (K4) adalah sebesar 430,35.

Data tentang Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu jumlah tertinggi terdapat pada puskesmas Betungan kecamatan Selebar yaitu 27 dan terendah terdapat di puskesmas Jembatan Kecil kecamatan Gading Cempaka, puskesmas Nusa Indah kecamatan Ratu Agung, puskesmas Ratu Agung dan puskesmas Beringin Raya kecamatan Muara Bangkahulu, puskesmas Basuki Rahmad kecamatan Selebar yaitu 0 atau tidak ada dengan Range 27 dan rata-rata Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi adalah sebesar 7,18.

Data tentang Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu jumlah tertinggi terdapat di puskesmas Lingkar Timur kecamatan Gading Cempaka yaitu 860 dan terendah terdapat di puskesmas Kuala Lempuing kecamatan Ratu Agung yaitu 70 dengan Range 790 dan rata-rata Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan adalah sebesar 404,47.

Data tentang Jumlah Tenaga Medis di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu tertinggi terdapat di puskesmas Sukamerindu kecamatan Sungai Serut yaitu sebanyak 4 orang dan terendah terdapat di puskesmas Padang Serai kecamatan Kampung Melayu yaitu sebanyak 1 orang dengan Range 3 dan rata-rata Jumlah Tenaga Medis adalah sebesar 2,35.

Data tentang Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu tertinggi terdapat di puskesmas Basuki Rahmad kecamatan Selebar yaitu sebanyak 26 orang dan terendah terdapat di puskesmas Kuala Lempuing kecamatam Ratu Agung yaitu sebanyak 11 orang dengan Range 15 dan rata-rata Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan adalah sebesar 17,82.

Data tentang Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat di tiap puskesmas kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dalam penelitian ini, yaitu tertinggi terdapat di puskesmas Ratu Agung kecamatan Muara Bangkahulu yaitu sebanyak 3 orang dan terendah terdapat di puskesmas Jembatan Kecil dan puskesmas Lingkar Barat kecamatan Gading Cempaka, puskesmas Kuala Lempuing dan puskesmas Nusa Indah kecamatan Ratu Agung, puskesmas Beringin Raya kecamatan Muara Bangkahulu, puskesmas Padang Serai kecamatan Kampung Melayu yaitu sebanyak 0 orang atau tidak ada dengan Range 3 dan rata-rata Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat adalah sebesar 1,06.

Pengujian Distribusi Poisson

Data tentang Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu diuji distribusinya, dimana uji hipotesisnya adalah :

H_0 : Data Jumlah Kematian Ibu mengikuti Distribusi Poisson.

H_1 : Data Jumlah Kematian Ibu tidak mengikuti Distribusi Poisson.

Berdasarkan hasil analisis menggunakan statistik uji Kolmogorov-Smirnov dengan bantuan software SPSS 16 diperoleh hasil sebagai berikut bahwa nilai signifikansi sama dengan 1.000 yang nilainya lebih besar dari nilai $\alpha = 0.05$. Jadi dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima yang menyatakan bahwa data Jumlah Kematian Ibu di kota Bengkulu mengikuti Distribusi Poisson.

Overdispersi Pada Regresi Poisson

Jackman (2003) menjelaskan fenomena Overdispersi terjadi sebagai akibat adanya sumber keragaman yang tidak teramati pada data atau adanya variabel lain yang mengakibatkan peluang terjadinya suatu kejadian tergantung pada kejadian sebelumnya.

Berikut hasil pendeteksian overdispersi pada data Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007.

Tabel 4. Hasil Uji Overdispersi pada Jumlah Kematian Ibu dari Januari sampai Desember 2007

Pearson Chi-Squares	Deviance
0.0000	0.0000

Pada Tabel di atas dapat dilihat hasil uji Overdispersi pada Jumlah Kematian Ibu dari Januari sampai Desember 2007 yang terjadi di kota Bengkulu, sehingga dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi Overdispersi pada data Jumlah Kematian Ibu Dari Januari sampai Desember 2007 di kota Bengkulu yang ditunjukkan oleh nilai *Pearson Chi-Squar*es dan *Deviance* dibagi dengan derajat bebasnya bernilai lebih kecil dari 1 (Tabel 4).

Pendugaan Parameter Regresi Poisson

Pada bab II telah dijelaskan bahwa model pada Regresi Poisson adalah pemodelan nilai harapan dari nilai variabel respon $(E(Y))$ sebagai fungsi eksponensial dari sejumlah variabel bebas $X_1, X_2, ..., X_n$ (dimana n adalah jumlah variabel bebas), maka dalam analisis selanjutnya dilakukan pemodelan nilai harapan jumlah kematian ibu sebagai fungsi eksponensial variabel bebas $X_1, X_2, ..., dan\, X_8$ yaitu :

$$
\begin{aligned}
E(Y) = \mu &= \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^{8} \beta_j X_j\right) \\
&= e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^{8} \beta_j X_j}
\end{aligned}
$$

Pengaruh variabel bebas (Jumlah Ibu Bersalin, Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama, Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat, Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi, Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan, Jumlah Tenaga Medis, Jumlah Tenaga Bidan dan Perawat, dan Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat) terhadap variabel Respon (Jumlah Kematian Ibu) dianalisis dengan menggunakan Model Regresi Poisson.

Pembahasan Pendugaan Parameter Regresi Poisson dengan Data Kategorik.
Data Dua Kategorik

Analisis pendugaan parameter untuk koefisien parameter Regresi Poisson pada data Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember

2007 dengan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Jumlah Kematian Ibu adalah Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4), Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan (X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Mayarakat (X_8) untuk data dua kategorik dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Analisis Pendugaan Parameter Regresi Poisson untuk Data Dua Kategorik.

Analisis Pendugaan Parameter					
Parameter	**DF**	**Estimate**	**Std Err**	**Chi Square**	**Pr > Chi**
Intercept	1	0.1693	2.0129	0.01	0.9330
Jumlah Ibu Bersalin (X_1)	1	0.1145	1.2935	0.01	0.9295
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2)	1	-0.5952	1.9940	0.09	0.7653
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil trisemester Keempat (X_3)	0	0.0000	0.0000	-	-
Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4)	1	-0.5033	0.6327	0.63	0.4263
Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5)	1	0.5775	1.3810	0.17	0.6758
Jumlah Tenaga Medis (X_6)	1	0.6812	0.5968	1.30	0.2537
Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7)	1	-0.2389	0.7636	0.10	0.7544
Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat (X_8)	1	-0.0403	0.6739	0.00	0.9523

Pada Tabel di atas dapat dilihat bahwa variabel bebas mempunyai nilai *chi-square* dan peluang atau probabilitas >0.05 sehingga dapat disimpulkan bahwa semua variabel bebas yaitu Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4), Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan (X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Mayarakat (X_8) tidak signifikan sehingga variabel-variabel tersebut tidak dapat dimasukan dalam model.

Data Tiga Kategorik

Analisis pendugaan parameter untuk koefisien parameter Regresi Poisson pada data Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dengan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap Jumlah Kematian Ibu adalah Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4), Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan

(X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Mayarakat (X_8) untuk data tiga kategorik dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Analisis Pendugaan Parameter Regresi Poisson untuk Data Tiga Kategorik.

Analisis Pendugaan Parameter					
Parameter	**DF**	**Estimate**	**Std Err**	**Chi Square**	**Pr > Chi**
Intercept	1	0.4549	1.3636	0.11	0.7387
Jumlah Ibu Bersalin (X_1)	1	-0.2283	0.8909	0.07	0.7978
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2)	0	0.0000	0.0000	-	-
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil trisemester Keempat (X_3)	1	0.2674	0.8203	0.11	0.7445
Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4)	1	-0.5065	0.4943	1.05	0.3055
Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5)	1	0.4334	0.5856	0.55	0.4592
Jumlah Tenaga Medis (X_6)	1	0.2902	0.3874	0.56	0.4538
Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7)	1	-0.4204	0.5076	0.69	0.4076
Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat (X_8)	1	-0.2870	0.4348	0.44	0.5093

Pada Tabel di atas dapat dilihat bahwa variabel bebas mempunyai nilai *chi-square* dan peluang atau probabilitas >0.05 sehingga dapat disimpulkan bahwa semua variabel bebas yaitu Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4), Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan (X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Mayarakat (X_8) tidak signifikan sehingga variabel-variabel tersebut tidak dapat dimasukan dalam model.

Pembahasan Pendugaan Parameter Regresi Poisson dengan Data Asli.

Tabel 7. Analisis Pendugaan Parameter Regresi Poisson untuk Semua Variabel Bebas.

Analisis Pendugaan Parameter					
Parameter	**DF**	**Estimate**	**Std Err**	**Chi Square**	**Pr > Chi**
Intercept	1	-25.3936	8.9327	8.08	0.0045
Jumlah Ibu Bersalin (X_1)	1	-0.5738	0.0136	1778.71	0.0001
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2)	1	0.8073	0.0838	92.89	0.0001
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil trisemester Keempat (X_3)	1	-0.8445	0.0962	77.01	0.0001

Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4)	1	-3.7450	0.1603	546.08	0.0001
Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5)	0	0.6800	0.0000	-	-
Jumlah Tenaga Medis (X_6)	0	84.3648	0.0000	-	-
Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7)	0	-10.2258	0.0000	-	-
Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat (X_8)	0	-15.3272	0.0000	-	-

Pada Tabel 7 di atas dapat dilihat bahwa variabel bebas untuk Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat Lainnya (X_8) mempunyai derajat bebas sama dengan 0. Berdasarkan nilai *chi-square* dan peluang atau probabilitas yang diperoleh maka variabel Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5), Jumlah Tenaga Medis (X_6), Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7), dan Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat Lainnya (X_8) tidak signifikan sehingga variabel-variabel tersebut tidak dapat dimasukan dalam model.

Berdasarkan Tabel 7 di atas dapat dilihat juga bahwa ada empat variabel bebas yaitu Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), dan Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4) yang masuk ke dalam Model Regresi Poison. Dalam analisis pendugaan parameter Regresi Poisson di atas ada empat variabel bebas yang tidak dapat di masukkan ke dalam model karena nilai probabilitasnya tidak ada atau variabel-variabel tersebut tidak signifikan, selanjutnya dengan melakukan analisis lebih lanjut yaitu dengan menghilangkan sedikit mungkin variabel-variabel yang tidak signifikan.

Dari beberapa analisis Regresi Poisson di atas, terdapat satu variabel respon dan delapan variabel penjelas atau variabel bebas yang digunakan untuk menentukan model terbaik. Dari model tersebut, untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 diuji dengan menggunakan Regresi Poisson yaitu dengan mecari penduga parameter untuk semua variabel dan menghilangkan sedikit mungkin variabel yang tidak signifikan untuk memperoleh variabel bebas yang signifikan terhadap variabel respon.

Setelah memasukkan semua variabel, kemudian dilakukan analisis, maka variabel bebas yang tidak layak masuk dalam model Regresi Poisson dihilangkan sedikit mungkin variabel bebas yang tidak layak masuk dalam model tersebut. Selanjutnya dari delapan variabel yang masuk dalam persamaan untuk pemilihan model terbaik, ada empat variabel bebas yang signifikan, yaitu Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), dan Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4), sehingga diperoleh model Regresi Poisson sebagai berikut :

Tabel 12. Persamaan Regresi Poisson pada Jumlah Kematian Ibu di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007

Model Regresi Poisson
$\mu = \exp\left(-38.7717 - 0.5218X_1 + 0,5166X_2 - 0.3241X_3 - 6.5889X_4\right)$

Pada Tabel 12 terlihat bahwa nilai dugaan parameter model Pada Jumlah Kematian Ibu di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 untuk Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), dan Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4) bernilai negatif. Hal ini menunjukkan bahwa hubungan antara variabel-variabel tersebut dengan μ atau rata-rata dari jumlah kematian ibu berbanding terbalik dan berlaku sebaliknya untuk nilai dugaan parameter yang bernilai positif.

Dari model di atas dapat dijelaskan bahwa jumlah kematian ibu yang terjadi di kota bengkulu akan berkurang secara eksponensial sebesar $\exp(0.5218)$, jika variabel (X_1) bertambah sebesar satu satuan, dengan syarat bahwa variabel bebas lain adalah konstan. Hal ini juga berlaku untuk variabel (X_3) dan (X_4) yaitu Jumlah kematian ibu akan berkurang secara eksponensial sebesar $\exp(0.3241)$ jika variabel (X_3) bertambah sebesar satu satuan, dengan syarat bahwa variabel bebas lain adalah konstan dan Jumlah kematian ibu akan berkurang secara eksponensial sebesar $\exp(6.5889)$ jika variabel (X_4) bertambah sebesar satu satuan, dengan syarat bahwa variabel bebas lain adalah konstan. Sebaliknya jumlah kematian ibu yang terjadi di kota bengkulu akan bertambah secara eksponensial sebesar $\exp(0.5166)$, jika variabel (X_2) bertambah sebesar satu satuan, dengan syarat bahwa variabel bebas lain adalah konstan.

Uji Parameter Secara Parsial (Uji Wald)

Statistik uji yang digunakan dalam penelitian ini adalah statistik uji Wald. Statistik uji Wald ini bertujuan untuk menguji peranan setiap variabel bebas terhadap variabel Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu secara individual. Hipotesis nol pada pengujian ini adalah tidak ada pengaruh variabel bebas ke-j terhadap variabel Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu. Sedangkan hipotesis pembandingnya adalah ada pengaruh variabel bebas ke-j terhadap Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu.

Tabel 13. Uji Parameter Secara Parsial atau Individu

Uji Parameter Secara Parsial (Wald Test)			
Parameter	Hypothesis Test		
	Wald Chi-Square	df	Sig
Intercep	0.000	1	1.000
Jumlah Ibu Bersalin (X_1)	0.000	1	1.000
Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil trisemester Pertama (X_2)	0.000	1	1.000

Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil trisemester Keempat (X_3)	0.000	1	1.000
Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4)	0.000	1	1.000
Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan (X_5)	-	-	-
Jumlah Tenaga Medis (X_6)	-	-	-
Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan (X_7)	-	-	-
Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat (X_8)	-	-	-

Berdasarkan Tabel 13 di atas, Uji parameter secara parsial untuk masing-masing variabel Jumlah Ibu Bersalin (X_1), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama (X_2), Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat (X_3), dan Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi (X_4) memiliki nilai signifikan $(sig.) > 0.05$ artinya semua variabel tersebut berpengaruh signifikan secara parsial dalam Regresi Poisson. Sedangkan pada variabel Jumlah Pertolongan Bersalin oleh Tenaga Kesehatan, Jumlah Jumlah Tenaga Medis, Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan, dan Jumlah Kesehatan Masyarakat tidak berpengaruh signifikan secara parsial dalam Regresi Poisson.

Uji Signifikan Model (*Likelihood Ratio Test*)

Hasil pengujian signifikan model ini dapat dilihat pada Tabel 14 keluaran *model fitting information*. Keluaran ini memperlihatkan bahwa nilai statistik *Chi Square*nya adalah dengan nilai *p_value* 0.038. karena *p_value* < 0.05, maka keputusannya adalah menolak hipotesis nol. Artinya, minimal ada satu variabel bebas yang berpengaruh terhadap jumlah kematian ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007. Sehingga dapat disimpulkan bahwa secara simultan atau bersamaan, model yang terbentuk berpengaruh nyata.

Tabel 14. Uji Signifikan Model Keluaran *Model Fitting Information*

Model Fitting Information

Model	Model Fitting Criteria			Likelihood Ratio Tests		
	AIC	BIC	-2 Log Likelihood	Chi-Square	Df	Sig.
Intercept Only	31.327	32.994	27.327			
Final	36.000	50.998	.000	27.327	16	.038

Uji Kesesuaian Model *(Googness Of Fit)*

Kesesuaian model Regresi Poisson terhadap variabel respon Jumlah Kematian Ibu yang terjadi di kota Bengkulu dari Januari sampai Desember 2007 dapat dilihat pada Tabel 15. Kesesuain model dapat dilihat dari nilai *pearson chi-square* dan *deviance*. Pada Tabel dapat dilihat bahwa nilai signifikan untuk nilai *pearson chi-square* dan *deviance* sama dengan 1, dapat disimpulkan bahwa kesesuaian model Regresi Poisson layak dalam variabel respon.

Tabel 15. Uji Kesesuaian Model *(Goodness Of Fit)*

Goodness-of-Fit

	Chi-Square	df	Sig.
Pearson	.000	16	1.000
Deviance	.000	16	1.000

Koefisien Determinasi $\left(R^2\right)$

Nilai koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur seberapa besar proposi keragaman total dari variabel takbebas Y yang dapat dijelaskan oleh keragaman variabel bebas X dalam model persamaan regresi atau untuk mengukur besar sumbangan dari variabel bebas X terhadap keragaman variabel takbebas Y. Nilai koefisien determinasi dapat dilihat pada Tabel 16.

Tabel 16. Nilai Koefisien Determinasi (R^2)

Model	R Square	Adjusted R Square
1	,355	,289

Berdasarkan Tabel 16 di atas diperoleh nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0.355, yaitu proporsi keragaman data yang dapat diterangkan oleh model sebesar 35.5 %. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sekitar 35.5 % dari keragaman respon ‘Jumlah Kematian Ibu‘ dapat diterangkan oleh variabel bebas Jumlah Ibu Bersalin, Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Pertama, Jumlah Cakupan Kunjungan Ibu Hamil Trisemester Keempat, Jumlah Ibu Hamil Resiko Tinggi, Jumlah Pertolongan Persalinan oleh Tenaga Kesehatan, Jumlah Tenaga Medis, Jumlah Tenaga Perawat dan Bidan, dan Jumlah Tenaga Kesehatan Masyarakat.

Penutup

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Data kategorik yang digunakan dalam pembahasan analisis pendugaan parameter Regresi Poisson menunjukkan bahwa pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon (Jumlah Kematian Ibu) yang terjadi di kota Bengkulu dapat disimpulkan tidak berpengaruh signifikan, sehingga semua variabel bebas tidak layak dimasukkan dalam model karena probabilitas nilai *chi-square* >0.05.
2. Analisis pendugaan parameter Regresi Poisson dengan menggunakan data asli menunjukkan bahwa ada empat variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon (Jumlah Kematian Ibu) yang terjadi di kota Bengkulu. Adapun model Regresi Poisson yang terbentuk adalah :
   $\mu = \exp\left(-38.7717 - 0.5218X_1 + 0,5166X_2 - 0.3241X_3 - 6.5889X_4\right)$
3. Dalam pengolahan data lanjutan diperoleh suatu hasil bahwa ketika dilakukan penghilangan data (X_5), (X_6), dan (X_7) secara parsial, variabel (X_1), (X_2), (X_3), dan (X_4) menjadi tidak signifikan. Hal ini menimbulkan ketidakkonsistenan pengujian.

Saran

Berdasarkan pembahasan dan kesimpulan yang telah dijelaskan dalam analisis regresi poisson di atas, maka penulis dapat mengemukakan beberapa saran sebagai berikut :

1. Belum banyaknya penerapan Regresi Poisson di bidang Statistik pada kasus-kasus yang jarang terjadi di bidang kesehatan, maka analisis Regresi Poisson dapat digunakan untuk meneliti bidang kesehatan lain yang jarang terjadi.
2. Untuk penelitian selanjutnya diharapkan untuk meneliti kasus dengan sampel yang lebih banyak dengan data berbentuk kategorik, sehingga diperoleh hasil analisis yang memuaskan.
3. Perlu dilakukan analisis lebih lanjut dari hasil kesimpulan no. 5.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anonim, 2008. *AKI Lebih Tinggi dari Angka Nasional*. http://www.hupelita.com/cetakartikel.php?id=34692

[2] Cameron, A. Colin and W. Frank A.G. 1995. *R-Squared Measures for Count Data Regression Models With Applications to Health Care Utilization*. Journal of Business and Economic Statistics (forthcoming) USA.

[3] Departmen Kesehatan Propinsi Bengkulu. 1999. Profil *Kesehatan Propinsi Bengkulu*. Kanwil Depkes : Bengkulu.

[4] Departemen Kesehatan RI-Direktur Jendral Pembinaan Kesehatan Masyarakat. 1997. *Upaya Pencapaian Penurunan Angka Kematian Ibu*. Depkes RI : Jakarta.

[5] Hardin JW and JM hilbe. 2007. *Generalized Linear Models and Extensions*. A Stata Press Publication : Texas.

[6] Jackman S. 2003. *Notes on Count Models. Spring*. http://jackman.stanfond.edu/classes/350C/poisson.pdf

[7] Jacob, J.A. 2002. *Poisson Regression*. Eco 6375.

[8] Kutner, M.H., et.al. 2004. *Applied Linear Statistical Models*. McGraw-Hill Irwin : American, New York.

[9] Le, Chap T. 2003. *Introductory Biostatistics*. John Wiley & Sons : New York.

[10] McCullagh P and JA Nelder. 1989. *Generalized Linear Models*. 2nd Ed. London : Chapman and Hall

[11] Muzaham, F. 1995. *Memperkenalkan Sosiologi Kesehatan*. Universitas Indonesia press : Jakarta

[12] Permata, A. 2006. *Analisis Regresi Logistik Status Kemiskinan Penduduk di Kota Bengkulu 2004*. Skripsi pada Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

[13] Sembiring, R.K. 1995. *Analisis Regresi*. Penerbit ITB : Bandung.

[14] Soelistyo. 2001. *Dasas-Dasar Ekonometrika*. BPFE-Yogyakarta : Yogyakarta.

[15] Walpole, R.E. dan R. H. Myers. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuan*. Penerbit ITB : Bandung.

[16] Winkelmann, R and S. Boes. 2006. *Analysis of Microdata*. Spinger : New York.

[17] Winkelmann, R. 2008. *Econometric Analysis of Count Data*. Spinger : New York.

[18] Wulansari, AD, 2008. *Aplikasi Poisson Regression (Abstrak)*. Institut Teknologi Sepuluh November. http://berbagi.net/perlukah-/aplikasi-poisson-regression.html

Uji Validitas Dan Reliabilitas Dengan Pendekatan Konsistensi Internal Kuesioner Pembukaan Program Studi Statistika Fmipa Universitas Bengkulu

Riki Wahyudi

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu
Jl. W.R. Supratman Bengkulu 38123

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui ukuran keberhasilan kuesioner dengan menggunakan uji validitas dan uji reliabilitas. Metode pengumpulan data yang digunakan dalam penulisan ini adalah dengan cara mendatangi secara langsung responden yang menjadi sampel dalam penelitian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kuesioner yang digunakan dalam penelitian ini semuanya adalah valid dan untuk uji reliabilitas, pada metode *Spearman Brown* ditemukan ada hasil kuesioner yang kurang reliabel yaitu pada kuesioner dengan responden SLTA. Sedangkan untuk responden Umum dan Instansi baik didalam maupun diluar Kota Bengkulu semua reliabel. Pada metode *Cronbach Alpha*, semua hasil kuesioner reliabel. Dari hasil jawaban responden terhadap kuesioner yang disebarkan baik didalam maupun diluar Kota Bengkulu, semua responden menyatakan dukungan setuju dan sangat setuju jika Jurusan / Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.

Kata kunci: Validitas, Reliabilitas, Spearman Brown, Cronbach Alpha, Kuesioner, Responden

---

1. PENDAHULUAN

Statistika adalah ilmu yang mempelajari perencanaan, pengumpulan, pengolahan serta penarikan kesimpulan berdasarkan kumpulan data dan penganalisaan yang dilakukan. Sedangkan statistik adalah data, informasi, atau hasil penerapan algoritma statistika pada suatu data (Anonim, 2008).

Selama ini, statistika sering diidentikkan dengan bidang yang lumayan sulit. Kesulitan dalam mempelajari statistika dikarenakan bidang ini terkait langsung dengan matematika. Hal ini dikarenakan banyak pendapat yang menganggap ilmu statistika sebagai cabang dari ilmu matematika, namun ada pendapat lain yang berpendapat statistika sebagai bidang yang banyak terkait dengan matematika.

Jurusan Matematika merupakan salah satu Jurusan yang bernaung di FMIPA Universitas Bengkulu. Tenaga pengajar yang dimiliki oleh Jurusan Matematika memiliki kompetensi yang beragam. Beberapa staf pengajar diantaranya memiliki latar belakang statistika. Peminatan-peminatan yang ada di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu diantaranya Statistika, Komputasi dan Riset Operasi. Bidang yang paling banyak meluluskan mahasiswanya adalah Statistika diikuti peminatan Komputasi dan Riset Operasi.

Terdapat beberapa kendala yang dihadapi oleh lulusan Jurusan Matematika dalam mengimplementasikan ilmu yang telah dipelajari. Berdasarkan hasil evaluasi diri yang dilakukan oleh Jurusan Matematika, beberapa lowongan kerja yang dimuat dalam media cetak ataupun elektronik mengharuskan lulusan dari Ilmu Statistika bukan dari bidang peminatan statistika yang merupakan salah satu bidang peminatan matematika. Hal ini yang melatar belakangi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu berencana membuka Program Studi Statistika yang dapat memberikan daya dukung bagi pengembangan sains dan teknologi dan berperan aktif dalam pengembangan sumber daya manusia di bidang Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Untuk mengetahui gambaran tentang persepsi masyarakat Propinsi Bengkulu tentang dibukanya Program Studi Statistika di FMIPA Universitas Bengkulu, diperlukan suatu penelitian survai. Pada penelitian survai, penggunaan kuesioner merupakan hal pokok dalam pengumpulan data. Informasi hasil kuesioner akan terjelma dalam angka-angka, tabel-tabel, analisis statistik, uraian serta kesimpulan dari hasil penelitian. Ketepatan pengujian suatu hipotesis tentang hubungan antar variabel penelitian sangat tergantung pada kualitas kuesioner yang digunakan. Pengujian hipotesis penelitian ini tidak akan mengenai sasaran bilamana kuesioner yang digunakan tidak valid dan reliabel.

Dalam suatu penelitian, seringkali peneliti tidak membicarakan alat pengumpul data yang digunakan telah valid dan reliabel. Tanpa informasi tersebut, pembaca merasa kurang yakin apakah data yang dikumpulkan betul-betul menggambarkan fenomena yang ingin diukur. Oleh karena itu, supaya hasil penelitian dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah, maka informasi yang menyangkut validitas dan reliabilitas alat pengukur haruslah disampaikan secara terperinci.

Validitas menunjukan sejauh mana suatu alat ukur mengukur secara tepat masalah yang ingin diukur. Dalam suatu penelitian yang melibatkan variabel/konsep yang tidak dapat diukur secara langsung, masalah validitas menjadi tidak sederhana, di dalamnya juga menyangkut penjabaran konsep dari tingkat teoritis sampai tingkat empiris (indikator).

Suatu instrumen pengukuran dikatakan reliabel apabila instrumen tersebut dipergunakan secara berulang akan menunjukkan hasil pengukur yang sama. Reliabilitas menunjukkan konsistensi kuesioner terhadap jawaban responden dalam beberapa kali pengujian pada kondisi yang berbeda dengan menggunakan kuesioner yang sama. Dalam prakteknya reliabilitas tidak selalu diuji dengan tes ulang *(test retest)* dan pendekatan bentuk paralel *(parallel forms)*, ada teknik lain yang disebut pendekatan konsistensi internal *(internal consistency)* dimana memungkinkan peneliti menguji keterandalan kuesioner hanya dengan satu kali pengukuran. Pendekatan ini digunakan berdasarkan pertimbangan ekonomis, waktu, dan biaya.

Berdasarkan bahasan di atas, dalam penelitian ini akan dilakukan pengujian validitas dan reliabilitas kuesioner mengenai persepsi masyarakat Bengkulu tentang ingin dibukanya Program Studi Statistika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu dengan menggunakan pendekatan konsistensi internal (*internal consistency*).

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Statistika

Kata statistika berasal dari bahasa Latin, yaitu *status* yang berarti negara dan digunakan untuk urusan negara. Hal ini dikarenakan pada mulanya, statistik hanya digunakan untuk menggambarkan keadaan dan menyelesaikan masalah yang berhubungan dengan kenegaraan saja seperti perhitungan banyaknya penduduk, pembayaran pajak, gaji pegawai, dan lain sebagainya.

Statistika adalah ilmu yang mempelajari tentang seluk beluk data, yaitu tentang pengumpulan, pengolahan/analisis, penafsiran, dan penarikan kesimpulan dari data yang berbentuk angka-angka.

2.1.1 Data

Data adalah bentuk jamak dari *datum* yang merupakan kumpulan fakta atau angka atau segala sesuatu yang dapat dipercaya kebenarannya sehingga dapat digunakan sebagai dasar menarik suatu kesimpulan. Tidak semua angka dapat disebut data statistik. Angka dapat disebut data statistik apabila dapat menunjukkan suatu ciri dari suatu penelitian yang bersifat agregatif, serta mencerminkan suatu kegiatan lapangan tertentu.

Penggolongan data statistik dapat ditinjau dari :

1. Variabel yang diteliti (segi sifat angkanya), data statistik dapat dibedakan menjadi dua golongan, yaitu data kontinu dan data diskrit. Data kontinu adalah data statistik yang angka-angkanya merupakan deretan angka yang sambung-menyambung. Data diskrit ialah data statistik yang tidak mungkin berbentuk pecahan.
2. Cara penyusunan angka, data statistik dapat dibedakan menjadi data nominal, data ordinal, dan data interval. Data nominal ialah data statistik yang cara menyusun angkanya didasarkan atas penggolongan atau klasifikasi tertentu. Data ordinal juga sering disebut dengan data urutan, yaitu data statistik yang cara menyusun angkanya didasarkan atas urutan kedudukan (ranking). Data interval ialah data statistik yang terdapat jarak sama di antara hal-hal yang sedang diselidiki atau dipersoalkan.
3. Bentuk angka, data statistik dapat dibedakan menjadi 2 (dua) macam, yaitu data tunggal (*un grouped data*) dan data kelompok atau data bergolong (*grouped data*).
4. Cara mendapatkan data, data statistik dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu: data primer dan data sekunder. Data primer adalah data statistik yang diperoleh atau bersumber dari tangan pertama (*first hand data*). Sedangkan data sekunder adalah data statistik yang diperoleh dari tangan kedua (*second hand data*).

2.1.2 Variabel

Secara umum, variabel dibagi atas 2 (dua) jenis, yaitu variabel kontinu (*continous variabel*) dan variabel diskrit (*descrete variabel*). Variabel kontinu merupakan variabel yang dapat ditentukan nilainya dalam jarak jangkau tertentu dengan desimal yang tidak terbatas. Variabel diskrit adalah konsep yang nilainya tidak dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan atau desimal di belakang koma.

Variabel dapat juga dibagi sebagai variabel tidak bebas dan variabel bebas. Apabila ada hubungan antara dua variabel, misalnya antara variabel Y dan variabel X, dan jika variabel Y disebabkan oleh variabel X, maka variabel Y adalah variabel tidak bebas dan variabel X adalah variabel bebas.

Variabel dapat dilihat sebagai variabel aktif dan variabel atribut. Variabel aktif adalah variabel yang dimanipulasikan oleh peneliti. Variabel atribut merupakan variabel-variabel yang tidak dapat dimanipulasikan atau sukar dimanipulasi. Variabel-variabel atribut umumnya merupakan karakteristik manusia seperti; inteligensia, jenis kelamin, status sosial, pendidikan, sikap, dan sebagainya.

2.1.3 Skala pengukuran

Skala merupakan hasil pengukuran yang terdiri atas beberapa jenis skala yang bervariasi. Pengukuran adalah pemberian angka terhadap objek atau fenomena menurut aturan tertentu.

Ada empat skala pengukuran data, yaitu: nominal, ordinal, interval, dan rasio.

1. Ukuran nominal adalah ukuran yang paling sederhana, dimana angka yang diberikan kepada objek mempunyai arti sebagai label saja, dan tidak menunjukkan tingkatan apa-apa.
2. Ukuran ordinal adalah angka yang diberikan mengandung pengertian tingkatan. Ukuran nominal digunakan untuk mengurutkan objek dari yang terendah ke yang tertinggi atau sebaliknya.
3. Ukuran interval adalah mengurutkan orang atau objek berdasarkan suatu atribut. Selain itu, juga memberikan informasi tentang interval antara satu orang atau objek dengan orang atau objek lainnya.
4. Ukuran rasio adalah ukuran yang mencakup semua ukuran sebelumnya ditambah dengan satu sifat lain, yaitu ukuran ini memberikan keterangan tentang nilai absolut dari objek yang diukur**.**

2.2 Kuesioner

Kuesioner (*self administrated questioner*) adalah alat pengumpul data untuk memperoleh informasi dengan cara mengirim atau memberikan suatu daftar pertanyaan tertulis kepada responden (orang yang menerima daftar pertanyaan) untuk diisi (Sukandarrumidi, 2004). Tujuan pokok pembuatan kuesioner adalah untuk memperoleh informasi yang relevan dengan tujuan survai dan informasi dengan tingkat keterandalan (reliabilitas) dan validitas yang tinggi (Singarimbun dan Effendi, 1987 : 175-186).

Jenis kuesioner dapat dibedakan berdasarkan pada sudut pandang yang berbeda (Anonim, 2008b) :

1. Dipandang dari cara menjawabnya, dibedakan menjadi :
   a. Kuesioner terbuka, yang memberi kesempatan kepada responden untuk menjawab dengan kalimat sendiri sebebas-bebasnya dengan uraian yang lengkap.
   b. Kuesioner tertutup, yang pertanyaannya telah mendapat pengarahan dari penyusun kuesioner sehingga responden tinggal memilih jawaban-jawaban yang telah disediakan dalam kuesioner itu.
2. Dipandang dari jawaban yang diberikan yaitu :
   a. Kuesioner langsung, yaitu bila kuesioner itu langsung diberikan kepada responden yang ingin diselidiki. Jawaban diperoleh dari sumber pertama tanpa menggunakan perantara.
   b. Kuesioner tidak langsung, yaitu bila kuesioner itu disampaikan kepada orang lain yang diminta pendapat tentang keadaan orang lain. Jawaban kuesioner itu diperoleh dengan melalui perantara, sehingga jawabannya tidak dari sumber pertama.
3. Dipandang dari bentuknya yaitu :
   a. Kuesioner pilihan ganda, yang dimaksud adalah sama dengan kuesioner tertutup.
   b. Kuesioner isian yang dimaksud adalah kuesioner terbuka.
   c. *Check list* sebuah daftar dimana responden tinggal membubuhkan tanda chek (√) pada kolom yang sesuai.
   d. *Rating scale* (skala bertingkat) yaitu sebuah pertanyaan diikuti oleh kolom-kolom yang menunjukan tingkatan-tingkatan.

4. Dilihat dari strukturnya, kuesioner dapat dibedakan menjadi :
   a. Kuesioner berstruktur, yaitu kuesioner yang bersifat tegas, konkrit dengan pertanyaan-pertanyaan yang terbatas dan menghendaki jawaban yang tegas dan terbatas pula.
   b. Kuesioner tak berstruktur atau sama dengan kuesioner terbuka, dipergunakan apabila konselor menginginkan uraian lengkap dari subyek tentang sesuatu hal, di mana diminta uraian yang terbuka dan panjang lebar. Disampaikan dengan mengajukan pertanyaan bebas.

Terdapat 5 tahapan yang harus dilaksanakan, yaitu sebagai berikut :

1. Menyusun matriks spesifik data dalam penelitian

   Matriks spesifik data berguna untuk melihat atau memperjelas permasalahan yang akan dituangkan di dalam kuesioner, antara lain konsep-konsep yang diteliti dan variabel-variabel apa saja yang perlu diukur dan diidentifikasi. Variabel-variabel yang perlu diidentifikasi dan diukur yaitu variabel bebas dan variabel terikat.

2. Menyusun Kuesioner

   Sebagai permulaan dibuat kisi-kisi instrumen yang berisi tentang konsep yang dijabarkan dalam variabel-variabel yang merupakan indikator-indikator yang disesuaikan dengan tujuan penelitian. Masing-masing indikator selanjutnya dijadikan pedoman dalam menyusun kuesioner.

3. *Try Out* (uji coba) Kuesioner

   Sebelum penggunaan yang sebenarnya dalam penelitian, perlu adanya uji coba terhadap isi maupun bahasa redaksi dari kuesioner yang telah selesai disusun.

   Tujuan diadakan *try out* ini adalah sebagai berikut (Hadi, 1998) :
   a. Untuk menghindari pertanyaan-pertanyaan yang kurang jelas maksudnya.
   b. Untuk meniadakan penggunaan kata-kata yang terlalu asing, terlalu akademik, atau kata-kata yang menimbulkan kecurigaan.
   c. Untuk memperbaiki pertanyaan-pertanyaan yang biasa dilewati atau hanya menimbulkan jawaban-jawaban yang dangkal.
   d. Untuk menambah item yang sangat perlu atau meniadakan item yang ternyata tidak relevan dengan tujuan penelitian.
   e. Melalui *try out* ini kuesioner juga diuji validitas dan reliabilitasnya. Instrumen yang baik mempunyai validitas dan reliabilitas yang tinggi.

4. Revisi kuesioner

   Hasil uji coba kuesioner dijadikan dasar untuk merevisi kuesioner. Revisi kuesioner dilakukan dengan jalan menghilangkan item-item pertanyaan yang tidak valid selama masih ada item yang mewakili.

5. Memperbanyak kuesioner

   Setelah kuesioner direvisi, maka langkah selanjutnya adalah memperbanyak kuesioner yang telah direvisi tersebut sesuai dengan jumlah yang dikehendaki, perlu juga diperhitungkan kemungkinan tidak kembalinya kuesioner tersebut oleh responden.

2.3 Validitas

Validitas berasal dari kata *validity* yang mempunyai arti sejauh mana ketepatan dan kecermatan suatu alat ukur dalam melakukan fungsi ukurnya.

Validitas menunjukkan sejauh mana suatu alat ukur mengukur secara tepat konsep yang akan diukur. Jika alat ukur yang digunakan peneliti adalah kuesioner dalam pengumpulan data, maka kuesioner yang disusun harus menggambarkan topik yang akan diteliti (Singarimbun dan Effendi, 1987).

Salah satu ukuran validitas untuk sebuah kuesioner adalah apa yang disebut sebagai validitas konstruk (*construct validity*). Dalam pemahaman ini, sebuah kuesioner yang berisi beberapa pertanyaan untuk mengukur suatu hal dikatakan valid jika setiap butir pertanyaan yang menyusun kuesioner tersebut memiliki keterkaitan yang tinggi. Ukuran keterkaitan antar butir pertanyaan ini umumnya dicerminkan oleh korelasi jawaban antar pertanyaan. Pertanyaan yang memiliki korelasi rendah dengan butir pertanyaan yang lain dinyatakan sebagai pertanyaan yang tidak valid.

Metode yang sering digunakan untuk memberikan penilaian terhadap validitas kuesioner adalah korelasi produk momen (*moment product correlation, Pearson correlation*) antara skor setiap butir pertanyaan dengan skor total, sehingga sering disebut sebagai *inter item total correlation* (Anonim, 2008d). Kriteria pengujiannya dilakukan dengan cara membandingkan *r* hitung dengan *r* tabel pada taraf α = 5% dan α = 1%. Formula yang digunakan untuk itu adalah:

$$r_{x,y} = \frac{n\left(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left(n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right)\left(n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right)}} \qquad (1)$$

Keterangan :

$r_{x,y}$ = korelasi produk momen
x_i = skor butir pertanyaan responden ke-i,
y_i = skor butir pertanyaan responden ke-i,
n = banyaknya responden penelitian

Angka korelasi yang diperoleh selanjutnya dibandingkan dengan tabel nilai *r* yang dapat dilihat pada Lampiran 1. Jika angka korelasi yang diperoleh di bawah nilai *r*, maka pertanyaan pada kuesioner yang digunakan adalah tidak valid. Sebaliknya jika angka korelasi yang diperoleh di atas nilai *r*, maka pertanyaan pada kuesioner yang digunakan adalah valid. Jika angka korelasi yang diperoleh negatif, berarti pertanyaan-pertanyaan tersebut saling bertentangan.

2.4 Reliabilitas

Reliabilitas merupakan penerjemahan dari kata *reliability* yang mempunyai asal kata *rely* dan *ability*. Pengukuran yang memiliki reliabilitas yang tinggi disebut sebagai pengukuran yang reliabel (*reliable*). Walaupun reliabilitas mempunyai berbagai nama lain seperti keterpercayaan, keterandalan, keajegan, kestabilan, konsisten, dan sebagainya, namun ide pokok yang terkandung dalam konsep reliabilitas adalah sejauh mana hasil suatu pengukuran dapat dipercaya (Azwar, 1997).

Menurut Ancok (1987), reliabilitas adalah istilah yang dipakai untuk menunjukkan sejauh mana suatu hasil pengukuran relatif konsisten apabila pengukuran diulang dua kali atau lebih.

Estimasi terhadap tingginya reliabilitas dapat dilakukan melalui berbagai pendekatan. Masing-masing metode pendekatan dikembangkan sesuai dengan sifat dan fungsi alat ukur yang bersangkutan dengan mempertimbangkan pula dari segi-segi praktisnya.

Sehubungan gejala sosial tidak semantap gejala fisik, maka dalam pengukuran gejala sosial selalu diperhitungkan unsur galat ukur (*measurement error*). Dalam penelitian sosial, galat ukur cukup besar. Karena itu untuk mengetahui hasil pengukuran yang sebenarnya, galat ukur selalu diperhitungkan (Ancok, 1987). Galat ukur merupakan selisih dari nilai pengukuran yang sebenarnya dengan hasil pengukuran yang diperoleh dari penelitian. Secara sistematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$x_0 = x_t + x_e \tag{2}$$

keterangan

x_0 = nilai/skor yang diperoleh

x_t = nilai/skor yang sebenarnya

x_e = kesalahan pengukuran/galat ukur.

Makin kecil galat ukur, semakin reliabel alat pengukurnya. Sebaliknya makin besar kesalahan pengukuran, makin tidak reliabel alat pengukur tersebut.

Terdapat tiga macam pendekatan reliabilitas yaitu pendekatan tes ulang (*test-retest*), pendekatan bentuk paralel *(parallel forms)*, dan pendekatan konsistensi internal *(internal consistency)* (Azwar, 1997).

2.4.1 Pendekatan Tes Ulang (*Test-Retest*)

Pendekatan tes ulang dilakukan dengan menyajikan tes dua kali pada satu kelompok subjek dengan tenggang waktu diantara kedua penyajian tersebut. Kedua hasil pengukuran dikorelasikan untuk mendapatkan koefisien keterandalan. Ukuran yang digunakan adalah koefisien korelasi *Product Moment Pearson* dimana perhitungannya menggunakan persamaan (1).

Dalam menggunakan pendekatan tes ulang, perlu diperhatikan kemungkinan adanya perubahan kondisi subyek sejalan dengan perbedaan waktu diantara kedua penyajian tes. Itulah penyebab sering terjadinya *carry over effects* (efek bawaan) yang sering menjadi problem serius dalam pendekatan reliabilitas tes ulang.

Efek bawaan dapat terjadi dikarenakan masih ingatnya subyek akan jawaban yang pernah diberikan pada waktu pertama kali tes disajikan, dan kemudian pada waktu tes kedua disajikan kembali subyek hanya sekedar mengulang jawaban yang pernah diberikan. Disamping itu, terdapat kemungkinan timbulnya rejeksi atau reaksi penolakan terhadap tes dalam diri subyek, yang dinyatakan dalam bentuk perilaku pengerjaan tes dengan tidak bersungguh-sungguh.

2.4.2 Pendekatan Bentuk Paralel (*Parallel-Forms*)

Dalam pendekatan bentuk paralel, tes yang akan diestimasi reliabilitasnya harus ada paralelnya, yaitu tes lain yang sama tujuan ukuran serta isi itemnya baik secara kualitas maupun kuantitasnya. Dengan bahasa sederhananya dapat dikatakan bahwa kita harus mempunyai dua tes yang kembar.

Untuk membuat dua tes menjadi paralel, penyusunannya harus didasarkan pada satu spesifikasi yang sama. Spesifikasi ini meliputi antara lain tujuan ukur, batasan objek ukur dan operasionalisasinya, indikator-indikator perilakunya, banyaknya item, format item, juga kalau perlu meliputi taraf kesukaran item, dan lain sebagainya. Kelemahan metode ini adalah sulit mencari dan menyusun dua tes yang paralel. Sedangkan menyusun satu tes yang memenuhi syarat kualitas yang baik saja tidaklah mudah apalagi untuk menyusun dua tes yang setara. Bila tes tersebut tidak paralel, maka tes yang digunakan adalah tidak handal.

2.4.3 Pendekatan Konsistensi Internal *(Internal Consistency)*

Pendekatan konsistensi internal dilakukan dengan menggunakan satu bentuk tes yang dikenakan hanya sekali saja pada sekelompok subyek *(single-trial administration)*. Dengan menyajikan satu tes hanya satu kali, maka problem yang mungkin timbul pada dua pendekatan reliabilitas terdahulu dapat dihindari.

Pendekatan reliabilitas konsistensi internal bertujuan melihat konsistensi antar item atau antar bagian dalam tes itu sendiri. Untuk itu, setelah skor setiap item diperoleh dari sekelompok subyek, tes dibagi menjadi beberapa belahan.

Tes yang akan diestimasi reliabilitasnya dapat dibelah menjadi dua bagian, tiga, empat, bahkan dapat dibelah menjadi belahan-belahan sebanyak jumlah itemnya sehingga setiap belahan berisi satu item saja. Walaupun bukan keharusan, akan tetapi sangat dianjurkan untuk menjadikan jumlah item dalam masing-masing belahan sama banyak sehingga belahan-belahan itu seimbang.

Membelah suatu tes menjadi beberapa bagian yang setara atau homogen maksudnya adalah mengusahakan agar antara belahan yang satu dengan yang lain memiliki jumlah item yang sama banyak, taraf kesukaran yang seimbang, isi yang sebanding, dan sedapat mungkin memenuhi ciri-ciri paralelisme. Berikut adalah beberapa pilihan cara untuk membelah tes menjadi dua bagian

a. Pembelahan Cara Random

Membelah tes menjadi dua bagian secara random dapat dilakukan dengan cara undian sederhana guna menentukan item-item nomor berapa sajakah yang dimasukkan menjadi belahan pertama dan yang diikutkan menjadi belahan ke dua.

b. Pembelahan Gasal Genap

Pembelahan dengan cara gasal genap *(odd even splits)* sangat popular dan mudah dilakukan. Dalam cara ini, seluruh item yang bernomor urut gasal dijadikan satu kelompok menjadi belahan pertama dan seluruh item yang bernomor urut genap dijadikan satu kelompok menjadi belahan ke dua.

c. Pembelahan Matched Random Subset

Untuk tes yang mengukur aspek kemampuan, yang taraf kesukaran item serta korelasi item dengan skor total tesnya telah dihitung lebih dahulu, diusulkan suatu cara pembelahan yang disebut *matched random subset* (Azwar, 1997).

Dengan cara ini, setiap item dalam tes diletakan pada satu posisi atau titik tertentu dalam grafik berdasarkan harga indeks kesukaran item (p) dan koefisian korelasi antara item yang bersangkutan dengan skor tes (r_{ix}).

Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengukur reliabilitas pendekatan konsistensi internal dengan teknik belah dua, antara lain Metode *Spearman Brown* dan *Cronbach Alpha*. Berikut penjelasan dari masing-masing metode.

a. Metode *Spearman Brown*

Metode *Spearman Brown* digunakan untuk menganalisis reliabilitas beberapa topik yang menunjukkan tingkat kehomogenan dari butir-butir pertanyaan yang tersedia. Hasil pengelompokan belahan pertama dikorelasikan dengan belahan kedua menggunakan koefisien korelasi *Spearman Brown*, sebagai berikut :

$$r_{12} = 1 - \frac{6}{n(n^2-1)}\sum_{i=1}^{n}(h_{1i} - h_{2i})^2 \qquad (3)$$

keterangan

h_{1i} = skor butir belahan 1 responden ke-i ; i = 1,2,3,…,n
h_{2i} = skor butir belahan 2 responden ke-i ; i = 1,2,3,…,n
r_{12} = koefisien korelasi antara kedua belahan
n = banyak responden yang terlibat dalam penelitian

Koefisien korelasi tersebut menunjukkan keeratan hubungan antara kedua belahan. Dengan demikian, Metode *Spearman Brown* merupakan metode koreksi terhadap koefisien korelasi antara dua bagian tes yang sama, dan dirumuskan sebagai berikut :

$$r_{SB} = \frac{2(r_{1.2})}{1 + r_{1.2}} \tag{4}$$

keterangan

r_{SB} = koefisien reliabilitas Spearman Brown
$r_{1.2}$ = koefisien korelasi antara kedua belahan

Pemberian interpretasi terhadap reliabilitas (r_{SB}) pada umumnya digunakan patokan sebagai berikut : (Juliandi, 2008).

1. Reliabilitas (r_{SB}) uji coba sama dengan atau lebih dari 0,60 berarti hasil uji coba tesnya memiliki reliabilitas tinggi.
2. Reliabilitas (r_{SB}) uji coba kurang dari 0,60 berarti hasil uji coba tesnya memiliki reliabilitas kurang *(un-reliable).*

b. **Metode *Cronbach Alpha***

Untuk tes yang dibelah menjadi lebih dari dua belahan yang masing-masing berisi item dalam jumlah sama banyak, kita dapat menggunakan metode *Cronbach Alpha*. Rumusan *Cronbach Alpha* dalam hal ini adalah:

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\sigma_x^2}\right) \tag{6}$$

keterangan

k = banyaknya belahan tes
σ_i^2 = varian belahan ke-i =1,2,…,k
σ^2 = varian skor pertanyaan

3. METODE PENELITIAN

3.1 Objek Penelitian

Pada penelitian ini yang menjadi objek penelitian diantaranya siswa-siswa SMA di Kota Bengkulu, alumni matematika FMIPA Universitas Bengkulu, masyarakat umum, dan *Stakeholder* (Dinas Pemda, Dinas Pemprov dan bank-bank baik swasta maupun negeri) di Provinsi Bengkulu. Teknik sampling yang digunakan pada penelitian ini yaitu *purposive sampling (judgmental sampling),* merupakan teknik *non probability sampling* (setiap unsur dalam populasi tidak memiliki kesempatan atau peluang yang sama untuk dipilih sebagai sampel) dimana memilih orang yang terseleksi oleh peneliti berdasarkan ciri-ciri khusus yang dimiliki sampel tersebut yang dipandang mempunyai sangkut paut yang erat dengan ciri-ciri atau sifat-sifat populasi yang sudah diketahui sebelumnya (Anonim, 2008d).

3.2 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan yang mengkaji suatu metode dan menerapkannya pada suatu kasus dan hanya berusaha memberikan gambaran atau mendekripsikan keadaan objek atau permasalahan. Alat yang digunakan adalah kuesioner tertutup yang ditujukan kepada siswa SMA, alumni matematika dan masyarakat, dan *Stakeholder* (Dinas Pemda, Dinas Pemprov dan bank-bank baik swasta maupun negeri) di Provinsi Bengkulu.

3.3 Metode Pengumpulan Data

Metode pengumpulan data yang digunakan adalah dengan cara mendatangi secara langsung responden yang menjadi sampel dalam penelitian ini.

Dalam pengukuran data menggunakan *Rating Scale*, data mentah yang diperoleh berupa angka kemudian ditafsirkan dalam pengertian kualitatif. Kuesioner dibuat dengan bentuk tertutup dengan 5 (lima) pilihan (*option*) untuk mengubah data kualitatif dari kuesioner tersebut menjadi data kuantitatif, maka kuesioner diberi skor atau skala, yaitu skor 5 = sangat setuju, skor 4 = setuju, skor 3 = kurang setuju, skor 2 = tidak setuju, skor 1 = sangat tidak setuju.

3.4 Rancangan Penelitian

Sebelum memulai penyusunan dan penulisan penelitian ini, penulis menyiapkan sejumlah rancangan atau prosedur untuk menyusun skripsi penelitian ini. Adapun rancangan tersebut terbagi menjadi beberapa tahap, yaitu :

a. Tahap pengidentifikasian masalah
   Pada tahap ini penulis mencari inti permasalahan yang akan dibahas, yaitu persepsi masyarakat Propinsi Bengkulu tentang ingin dibukanya Program Studi Statistika di FMIPA Universitas Bengkulu.
b. Tahap pengumpulan informasi-informasi
   Pada tahap ini penulis mengumpulkan materi dan sumber-sumber informasi baik dari website, koran maupun buku-buku.
c. Menyusun Kuesioner
   Pada tahap ini penulis menyusun kuesioner untuk mengetahui persepsi masyarakat Bengkulu tentang ingin dibukanya Program Studi Statistika di FMIPA Universitas Bengkulu sesuai dengan prosedur-prosedur yang tercantum di tinjauan pustaka dan menyebarkannya kepada responden.
d. Mencari alternatif pemecahan masalah
   Pada tahap ini penulis menganalisa data-data yang diperoleh kemudian menguji validitas dan reliabilitas kuesioner yang dipakai, kemudian membahas persepsi masyarakat Propinsi Bengkulu tentang ingin dibukanya Program Studi Statistika di FMIPA Universitas Bengkulu dengan menggunakan Statistika Deskriptif.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Penelitian

Sebagaimana yang telah dijelaskan sebelumnya, dalam penelitian ini untuk mendapatkan data digunakan kuesioner. Kuesioner yang digunakan berjumlah 656 lembar yang kemudian disebarkan keseluruh responden yang ada di Provinsi Bengkulu diantaranya 450 lembar untuk Kota Bengkulu, 106 lembar untuk Bengkulu Selatan (Seluma, Manna, dan Kaur), dan 100 lembar untuk Bengkulu Utara (Argamakmur dan Muko-Muko) yang kemudian digunakan dalam analisis data. Akan tetapi dari 656 lembar kuesioner yang disebarkan, diperoleh 479 lembar kuesioner yang di jawab oleh responden, diantaranya, 339 lembar dari Kota Bengkulu, 63 lembar dari Bengkulu Selatan, dan 77 lembar dari Bengkulu Utara. Sehingga ditetapkan sampel penelitian ini adalah 479 orang. Namun sebelum dilakukan penyebaran kuesioner maka dilakukan *try out* untuk menguji kuesioner dengan responden 10 orang dan memperbaiki atau merevisi kuesioner yang telah di uji coba.

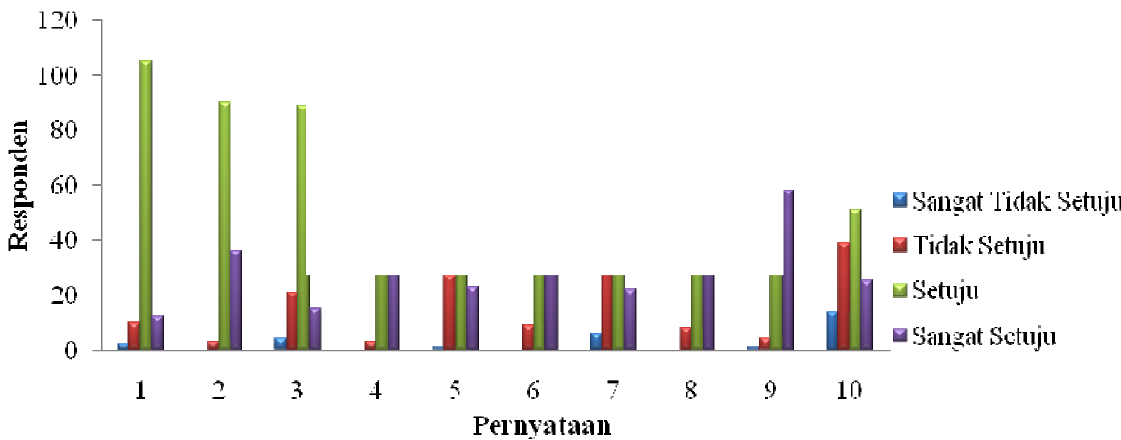
4.1.1 Profil Responden

Tabel 1 Profil Responden

Responden		Jumlah kuesioner
Kota Bengkulu	Siswa SLTA	129
	Umum	101
	Instansi di Kota Bengkulu	109
Luar Kota Bengkulu	Instansi di Bengkulu Selatan	63
	Instansi di Bengkulu Utara	77
Jumlah		479

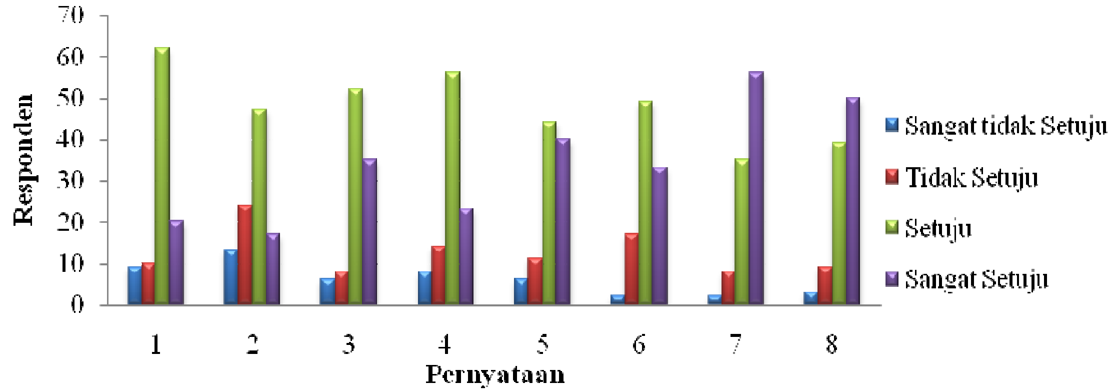
Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa responden yang berasal dari kota Bengkulu lebih banyak dibanding dengan responden luar kota Bengkulu, hal tersebut dikarenakan pertimbangan ekonomis, waktu, dan biaya.

4.1.2 Gambaran Umum Data



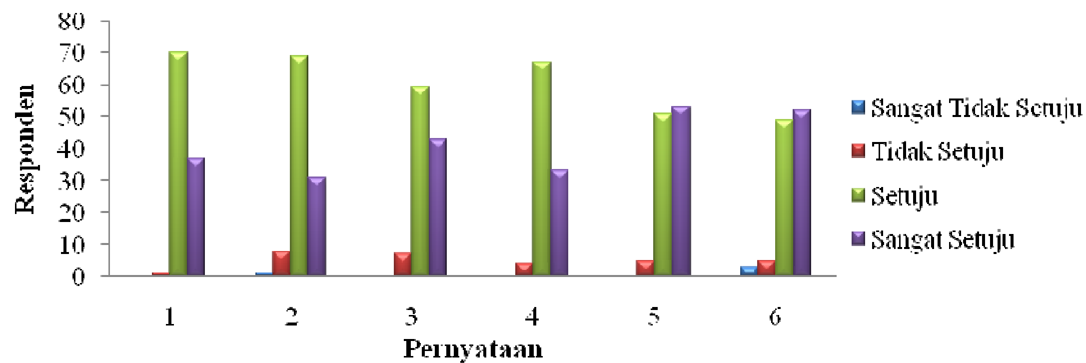
Gambar 1 Grafik Perolehan Skor SLTA

Dari grafik pada Gambar 1 dapat dilihat bahwa sebaran jawaban responden beraneka ragam. Pernyatan yang paling banyak di jawab responden adalah pernyataan setuju. Pendapat yang menyatakan setuju dengan jumlah responden terbanyak adalah pada pernyataan 1. Pada pernyataan 8 terlihat adanya keseimbangan jumlah responden yang menyatakan pernyataan setuju dan sangat setuju dan tidak adanya pernyataan responden yang menyatakan sangat tidak setuju.



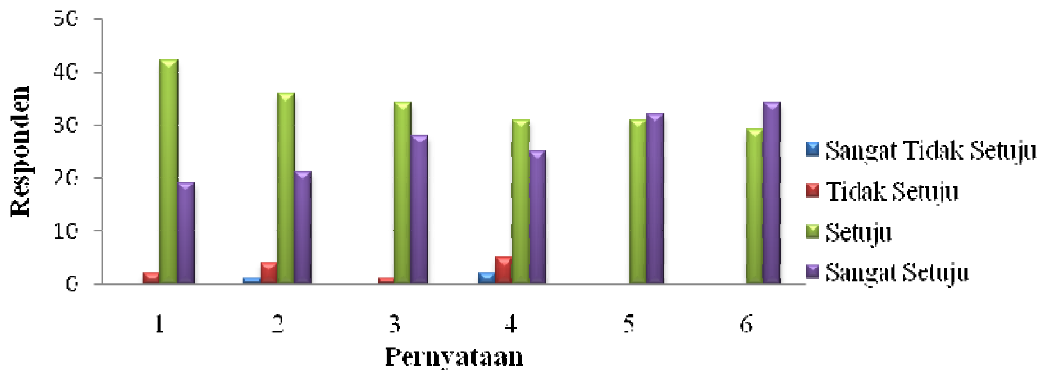
Gambar 2 Grafik Perolehan Skor Umum

Dari grafik pada Gambar 2 dapat dilihat bahwa pernyataan 1,2,3,4,5, dan 6 didominasi jawaban setuju, sedangkan pernyataan 7 dan 8 didominasi jawaban sangat setuju. Pada pernyataan 5, responden yang menjawab setuju dan sangat setuju hampir seimbang bahwa mempelajari statistika akan lebih muda dan menyenangkan menggunakan komputer. Sedangkan pada pernyataan 1 jawaban sangat tidak setuju dan tidak setuju hampir sama. Berarti pada pernyataan 1 ada responden yang tidak belajar statistika sewaktu belajar Matematika di Sekolah Menengah dahulu.



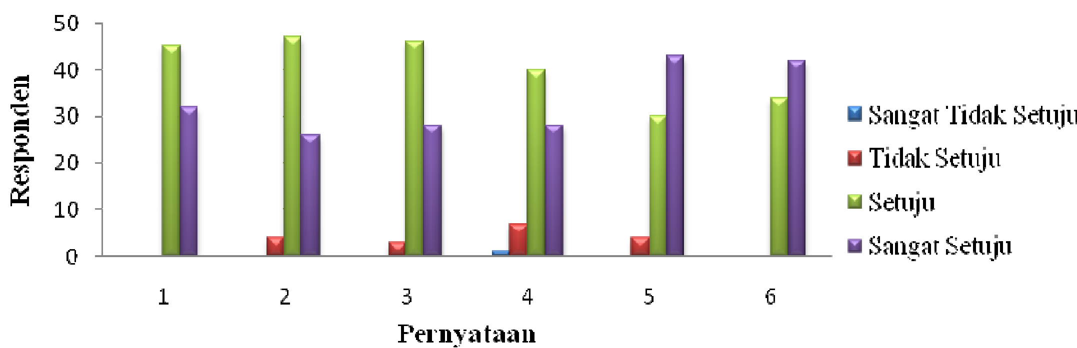
Gambar 3 Grafik Perolehan Skor Instansi Kota Bengkulu

Dari grafik pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa pendapat responden yang menyatakan setuju dan sangat setuju paling banyak dibandingkan dengan jawaban sangat tidak setuju dan tidak setuju. Bahkan pada pernyataan 1,3,4, dan 5 tidak terdapat jawaban responden yang menyatakan sangat tidak setuju. Pendapat responden yang menyatakan sangat setuju dengan responden terbanyak terdapat pada pernyataan 5. Berarti responden berpendapat sangat setuju bahwa Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan Swasta perlu ahli statistik.



Gambar 4 Grafik Perolehan Skor Instansi Bengkulu Selatan

Dari grafik pada Gambar 4 dapat dilihat bahwa pendapat responden yang menyatakan setuju dan sangat setuju paling banyak dibandingkan dengan jawaban sangat tidak setuju dan tidak setuju. Bahkan pada pernyataan 1,3,5, dan 6 tidak terdapat jawaban responden yang menyatakan sangat tidak setuju. Pendapat responden yang menyatakan sangat setuju dengan responden terbanyak terdapat pada pernyataan 6. Berarti responden berpendapat sangat setuju bahwa Jurusan / Program Studi Statistik perlu di buka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.



Gambar 5 Grafik Perolehan Skor Instansi Bengkulu Utara

Dari grafik pada Gambar 5 dapat dilihat bahwa pendapat responden yang menyatakan setuju dan sangat setuju paling banyak dibandingkan dengan jawaban sangat tidak setuju dan tidak setuju. Bahkan pada pernyataan 1 dan 6 tidak terdapat jawaban responden yang menyatakan sangat tidak setuju dan tidak setuju. Pendapat responden yang menyatakan sangat setuju dengan responden terbanyak terdapat pada pernyataan 5. Berarti responden berpendapat sangat setuju bahwa Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan Swasta perlu ahli statistik.

4.2 Uji Validitas dan Reliabilitas

Data yang diperoleh dari kuesioner sebelum digunakan untuk analisis selanjutnya diuji validitas dan reliabilitasnya.

Syarat yang harus dipenuhi oleh sebuah instrument (kuesioner) adalah validitas dan reliabilitas. Untuk mengetahui adanya validitas dan reliabilitas kuesioner, maka penulis menggunakan bantuan program SPSS (*Statistical Program for Social Science)* Versi 16 dan kemudian dibandingkan dengan metode sesuai tinjauan pustaka.

4.2.1 Uji Validitas

Tabel 2 Hasil Analisis Validitas Kuesioner Dengan Responden SLTA

NO	PERNYATAAN	R_{HASIL}	R_{TABEL}		Kesimpulan
			α = 0,05	α = 0,01	
1	Saya tahu apa Statistik itu	0,531	0,175	0,228	Valid
2	Saya pernah belajar statistika meskipun sekilas sewaktu belajar Matematika di Sekolah Menengah	0,410			Valid
3	Saya suka dengan materi statistika waktu diajarkan di Sekolah Menengah	0,507			Valid
4	Statistika merupakan ilmu yang mempelajari seluk beluk tentang data	0,385			Valid
5	Statistika merupakan suatu alat analisis untuk penarikan kesimpulan	0,400			Valid
6	Sejalan dengan perkembangan teknologi informasi (komputer), tentu mempelajari Statistika akan lebih mudah dan menyenangkan	0,424			Valid
7	Saya pernah mendengar adanya program studi/jurusan Statistika di Perguruan Tinggi	0,548			Valid
8	Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan swasta perlu ahli statistik	0,371			Valid
9	Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu	0,538			Valid
10	Saya berminat menjadi Sarjana Statistika	0,659			Valid

Tabel 3 Hasil Analisis Validitas Kuesioner Dengan Responden Umum

NO	PERNYATAAN	R_{HASIL}	R_{TABEL}		Kesimpulan
			α = 0,05	α = 0,01	
1	Saya pernah belajar statistika meskipun sekilas sewaktu belajar Matematika di Sekolah Menengah	0,743	0,199	0,259	Valid
2	Saya suka dengan materi statistika waktu diajarkan di Sekolah Menengah	0,723			Valid
3	Statistika merupakan ilmu yang mempelajari seluk beluk tentang data	0,849			Valid

4	Statistika merupakan suatu alat analisis untuk penarikan kesimpulan	0,756			Valid
5	Sejalan dengan perkembangan teknologi informasi (komputer), tentu mempelajari Statistika akan lebih mudah dan menyenangkan	0,781			Valid
6	Saya pernah mendengar adanya program studi/jurusan Statistika di Perguruan Tinggi	0,518			Valid
7	Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan swasta perlu ahli statistik	0,743			Valid
8	Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu	0,681			Valid

Tabel 4 Hasil Analisis Validitas Kuesioner
Dengan Responden Instansi di Kota Bengkulu

NO	PERNYATAAN	R_{HASIL}	R_{TABEL}		Kesimpulan
			α = 0,05	α = 0,01	
1	Statistika merupakan ilmu yang mempelajari seluk beluk tentang data	0,508	0,190	0,249	Valid
2	Statistika merupakan suatu alat analisis untuk penarikan kesimpulan	0,686			Valid
3	Sejalan dengan perkembangan teknologi informasi (komputer), tentu mempelajari Statistika akan lebih mudah dan menyenangkan	0,607			Valid
4	Saya pernah mendengar adanya program studi/jurusan Statistika Valid di Perguruan Tinggi	0,665			Valid
5	Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan swasta perlu ahli statistik	0,718			Valid
6	Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu	0,563			Valid

Tabel 5 Hasil Analisis Validitas Kuesioner
Dengan Responden Instansi di Bengkulu Selatan

NO	PERNYATAAN	R_{HASIL}	R_{TABEL}		Kesimpulan
			α = 0,05	α = 0,01	
1	Statistika merupakan ilmu yang mempelajari seluk beluk tentang data	0,723	0,247	0,323	Valid
2	Statistika merupakan suatu alat analisis untuk penarikan kesimpulan	0,652			Valid
3	Sejalan dengan perkembangan teknologi informasi (komputer), tentu mempelajari Statistika akan lebih mudah dan menyenangkan	0,392			Valid
4	Saya pernah mendengar adanya program studi/jurusan Statistika Valid di Perguruan Tinggi	0,752			Valid
5	Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan swasta perlu ahli statistik	0,396			Valid
6	Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu	0,463			Valid

Tabel 6 Hasil Analisis Validitas Kuesioner
Dengan Responden Instansi di Bengkulu Utara

NO	PERNYATAAN	R_{HASIL}	R_{TABEL}		Kesimpulan
			α = 0,05	α = 0,01	
1	Statistika merupakan ilmu yang mempelajari seluk beluk tentang data	0,512	0,225	0,293	Valid
2	Statistika merupakan suatu alat analisis untuk penarikan kesimpulan	0,648			Valid
3	Sejalan dengan perkembangan teknologi informasi (komputer), tentu mempelajari Statistika akan lebih mudah dan menyenangkan	0,544			Valid
4	Saya pernah mendengar adanya program studi/jurusan Statistika Valid di Perguruan Tinggi	0,665			Valid
5	Instansi Pemerintah, Badan Usaha Milik Negara, dan Perusahaan swasta perlu ahli statistik	0,603			Valid

6	Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu	0,631			Valid

4.2.2 Uji Reliabilitas

Tabel 7 Nilai Koefisien Reliabilitas Kuesioner

Responden		Koefisien Reliabilitas	
		Spearman Brown	***Cronbach Alpha***
Kota Bengkulu	Siswa SLTA	0,502	0,620
	Umum	0,858	0,869
	Instansi Kota Bengkulu	0,685	0,725
Luar Kota Bengkulu	Instansi Bengkulu selatan	0,699	0,618
	Instansi Bengkulu Utara	0,661	0,662

Dari Tabel 7 dapat dilihat nilai koefisien reliabilitas yang diperoleh untuk ketiga responden dengan metode *Spearman Brown* dan *Cronbach Alpha*. Untuk *Spearman Brown*, instrumen ini dengan responden SLTA memiliki reliabilitas yang kurang baik karena kurang dari 0,60 sesuai kriteria yang dikemukakan diatas. Untuk responden Umum dan Instansi telah sesuai dengan kriteria, nilai ini sudah lebih besar dari 0,60, maka hasil data hasil kuesioner memiliki reliabilitas yang baik, atau dengan kata lain data hasil kuesioner dapat dipercaya.

Untuk *Cronbach Alpha* telah sesuai kriteria, nilai ini sudah lebih besar dari 0,60, maka hasil data hasil kuesioner memiliki reliabilitas yang baik, atau dengan kata lain data hasil kuesioner dapat dipercaya.

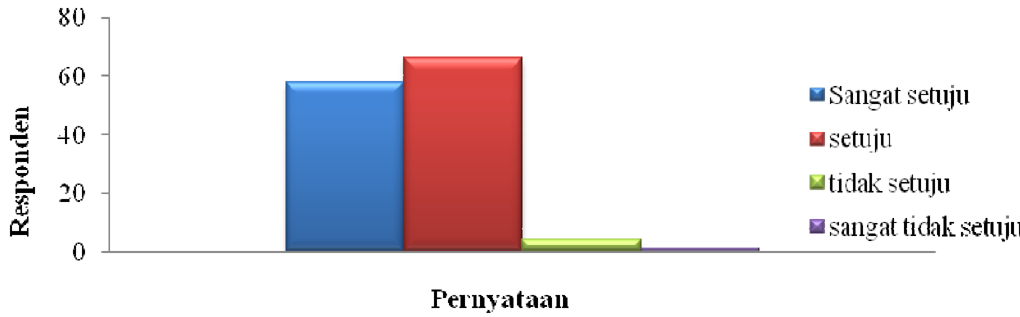
Ada pendapat lain yang mengemukakan baik/buruknya reliabilitas instrumen dapat dikonsultasikan dengan nilai *r* tabel. Nilai *r* tabel dapat dilihat pada pengujian validitas diatas. Dari nilai *r* tabel diatas, dapat dilihat perbandingan nilai-nilai tersebut. Hasil koefisien reliabilitas baik dengan menggunakan metode *Spearman Brown* maupun dengan metode *Cronbach Alpha* menunjukkan hasil yang berbeda, dengan kata lain reliabilitas instrumen kuesioner memiliki reliabilitas yang baik atau kuesioner dapat dipercaya.

4.3 Statistika Deskriptif

Tabel 8 Responden SLTA
Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka
di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

No	Pendapat Responden	Jumlah Responden
1	Sangat Setuju	58 Orang (45%)
2	Setuju	66 Orang (51,2%)
3	Tidak setuju	4 Orang (3,1%)
4	Sangat Tidak Setuju	1 Orang (0,7%)
Jumlah		**129 Orang**

Dari Tabel 8 dapat dilihat bahwa dari 129 responden yang berasal dari SLTA, hanya 1 orang yang menyatakan sangat tidak setuju dan 4 orang yang menyatakan tidak setuju bahwa Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu. Sedangkan sisanya ada yang menyatakan setuju dan sangat setuju bahwa Jurusan / Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.



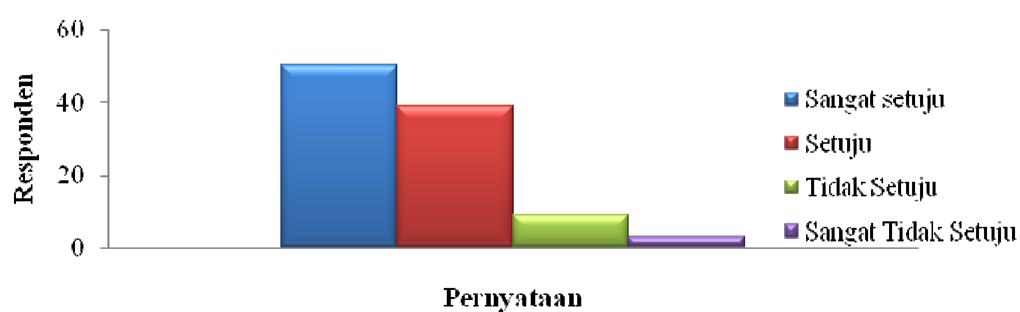
Gambar 6 Persepsi Responden Siswa/i SLTA Tentang Pembukaan Jurusan/Program Studi Statistika di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Dari Grafik pada Gambar 6 dapat disimpulkan bahwa pendapat responden yang menyatakan setuju memiliki jumlah responden terbanyak yaitu 66 orang atau 51,2% yang ditunjukkan oleh warna merah. Sedangkan pada pendapat responden yang menyatakan sangat tidak setuju memiliki jumlah responden yang terndah yaitu 1 orang atau 0,7% yang ditunjukkan oleh warna ungu.

Tabel 9 Responden Umum
Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka
di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

No	Pendapat Responden	Jumlah Responden
1	Sangat Setuju	50 Orang (49,5%)
2	Setuju	39 Orang (38,6%)
3	Tidak setuju	9 Orang (8,9%)
4	Sangat Tidak Setuju	3 Orang (3%)
Jumlah		**101 Orang**

Dari Tabel 9 dapat dilihat bahwa dari 101 responden yang berasal dari Umum, hanya 3 orang yang menyatakan sangat tidak setuju dan 9 orang yang menyatakan tidak setuju bahwa Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu. Sedangkan sisanya ada yang menyatakan setuju dan sangat setuju bahwa Jurusan / Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.



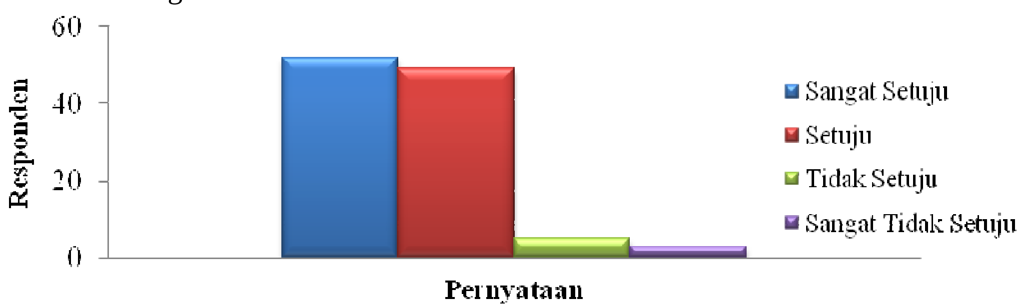
Gambar 7 Persepsi Responden Umum Tentang Pembukaan Jurusan/Program Studi Statistika di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Dari Grafik pada Gambar 7 dapat disimpulkan bahwa pendapat responden yang menyatakan sangat setuju memiliki jumlah responden terbanyak yaitu 50 orang atau 49,5% yang ditunjukkan oleh warna biru. Sedangkan pada pendapat responden yang menyatakan sangat tidak setuju memiliki jumlah responden yang terndah yaitu 3 orang atau 3% yang ditunjukkan oleh warna ungu

Tabel 10 Responden Instansi Kota Bengkulu Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

No	Pendapat Responden	Jumlah Responden
1	Sangat Setuju	52 Orang (47,7%)
2	Setuju	49 Orang (45%)
3	Tidak setuju	5 Orang (4,6%)
4	Sangat Tidak Setuju	3 Orang (2,7%)
	Jumlah	**109 Orang**

Dari Tabel 10 dilihat bahwa dari 109 responden yang berasal dari Instansi Kota Bengkulu, 3 orang yang menyatakan sangat tidak setuju dan 5 orang menyatakan tidak setuju bahwa Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu. Sedangkan sisanya menyatakan setuju dan sangat setuju bahwa Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.



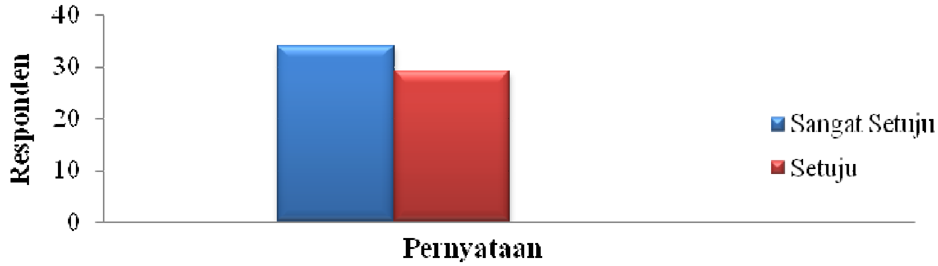
Gambar 8 Persepsi Responden Instansi Kota Bengkulu Tentang Pembukaan Jurusan/Program Studi Statistika di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Dari Grafik pada Gambar 8 dapat disimpulkan bahwa pendapat responden yang menyatakan sangat setuju memiliki jumlah terbanyak yaitu 52 orang atau 47,7% ditunjukkan oleh warna biru. Pendapat responden yang menyatakan sangat tidak setuju memiliki jumlah responden terndah yaitu 3 orang atau 2,7% yang ditunjukkan oleh warna ungu

Tabel 11 Responden Instansi Bengkulu Selatan Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

No	Pendapat Responden	Jumlah Responden
1	Sangat Setuju	34 Orang (54%)
2	Setuju	29 Orang (46%)
3	Tidak setuju	0 Orang (0%)
4	Sangat Tidak Setuju	0 Orang (0%)
	Jumlah	**63 Orang**

Dari Tabel 11 dapat dilihat bahwa dari 63 responden yang berasal dari Instansi Bengkulu Selatan yang menyatakan setuju berjumlah 29 orang dan yang menyatakan sangat setuju berjumlah 34 orang bahwa Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.



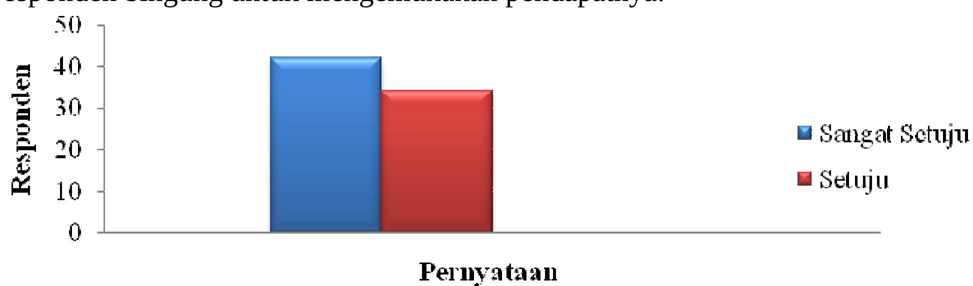
Gambar 9 Persepsi Responden Instansi Bengkulu Selatan Tentang Pembukaan Jurusan/Program Studi Statistika di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Dari Grafik pada Gambar 9 dapat disimpulkan bahwa pendapat responden yang menyatakan sangat setuju memiliki jumlah responden terbanyak yaitu 34 orang atau 54% yang ditunjukkan oleh warna biru. Sedangkan pada pendapat responden yang menyatakan setuju memiliki jumlah responden yang terendah yaitu 29 orang atau 46% yang ditunjukkan oleh warna merah. Sedangkan untuk pendapat yang sangat tidak setuju dan tidak setuju tidak ada.

Tabel 12 Responden Instansi Bengkulu Utara Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

No	Pendapat Responden	Jumlah Responden
1	Sangat Setuju	42 Orang (54%)
2	Setuju	34 Orang (46%)
3	Tidak setuju	0 Orang (0%)
4	Sangat Tidak Setuju	0 Orang (0%)
	Jumlah	**77 Orang**

Dari Responden Instansi Bengkulu Utara tentang Jurusan/Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu ada satu orang responden yang tidak memberikan pendapatnya. Kekosongan jawaban tersebut mungkin dikarenakan ketidak pahaman dari pernyataan yang diajukan ataupun responden bingung untuk mengemukakan pendapatnya.



Gambar 10 Persepsi Responden Instansi Bengkulu Utara Tentang Pembukaan Jurusan/Program Studi Statistika di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

Dari Grafik pada Gambar 10 dapat disimpulkan bahwa pendapat responden yang menyatakan sangat setuju memiliki jumlah responden terbanyak yaitu 42 orang atau 54% yang ditunjukkan oleh warna biru. Sedangkan pada pendapat responden yang menyatakan setuju memiliki jumlah responden yang terndah yaitu 37 orang atau 46% yang ditunjukkan oleh warna merah. Sedangkan untuk pendapat yang sangat tidak setuju dan tidak setuju tidak ada.

5. PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan sebelumnya, kesimpulan dari penelitian ini adalah:

1. Kuesioner yang digunakan dalam penelitian ini semuanya adalah valid atau dengan kata lain hasil kuesioner ini sudah benar-benar tepat atau cermat untuk mengukur variabel penelitian.
2. Untuk uji reliabilitas, pada metode *Spearman Brown* ditemukan ada hasil kuesioner yang kurang reliabel yaitu pada kuesioner dengan responden SLTA. Sedangkan untuk responden Umum dan Instansi baik didalam maupun diluar Kota Bengkulu semua reliabel, dengan kata lain data hasil kuesioner dapat dipercaya. Pada metode *Cronbach Alpha*, semua kuesioner reliabel dengan kata lain data hasil kuesioner yang diuji dengan metode *Cronbach Alpha* dapat dipercaya.
3. Dari hasil jawaban responden terhadap kuesioner yang disebarkan baik didalam maupun diluar kota bengkulu, semua responden menyatakan dukungan setuju dan sangat setuju jika Jurusan / Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu. Beberapa responden yang menyatakan tidak setuju dan sangat tidak setuju jika Jurusan / Program Studi Statistika perlu dibuka di Fakultas MIPA Universitas Bengkulu yaitu:
   - untuk responden SLTA ada 4 orang atau 3,1% yang menyatakan tidak setuju dan 1 orang atau 0,7 % yang menyatakan sangat tidak setuju,
   - untuk responden Umum ada 9 orang atau 8,9% yang menyatakan tidak setuju dan 3 orang atau 3 % yang menyatakan sangat tidak setuju,
   - untuk responden Instansi Kota Bengkulu ada 5 orang atau 4,6% yang menyatakan tidak setuju dan 3 orang atau 2,7 % yang menyatakan sangat tidak setuju,
   - untuk responden Instansi Bengkulu Selatan dan Bengkulu Utara tidak ada yang menyatakan sangat tidak setuju ataupun tidak setuju.

5.2 Saran

Perlu dilakukan kajian lebih lanjut mengenai uji validitas dan uji reliabilitas baik itu uji reliabilitas tes ulang, uji reliabilitas bentuk paralel, maupun uji reliabilitas konsistensi internal.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2008. Statistika. *www.unej.ac.id/fakultas/mipa/web_fisika/webkuliah/**STATISTIKA%**20DASAR/BAB%201.pdf (23 Agustus 2008).*

Anonim. 2008a. Inisiasi 1. ***statistik**pendidikanii.blogspot.com/2008/03/**pengertian-statistik**-sebuah-pengantar.html - 81k (23 Agustus 2008).*

Anonim. 2008b. Kuesioner (angket). *jiunkpe-ns-s1-2003-31499229-451-star_kargo-chapter3.pdf.htm (12 Juli 2008).*

Anonim. 2008c. BAB III (Metode Penelitian) *www. geocities. com/guruvalah (27 Juli 2008).*

Anonim. 2008d. Metode Penelitian. *www.bpgupg.go.id/index.php?view=article& (27 Juli 2008).*

Azwar, S. 1997. *Reliabilitas dan Validitas*. Pustaka Pelajar, Jakarta.

Hadi, S. 2000. *Metodologi Research*. Andi Offset, Yogyakarta.

Juliandi, A. 2007. Teknik Pengujian Validitas dan Reliabilitas. *www.azuarjuliandi.com (5 Oktober 2008).*

Juliandi, A. 2007. Uji Reliabilitas Instrumen Penelitian dengan Cronbach Alpha (Manual). *www.azuarjuliandi.com (5 Oktober 2008).*

Sembiring, R. K. 1995. *Analisis Regresi*. Penerbit ITB, Bandung.

Singarimbun, M dan S, Effendi. 1987. Pembuatan Kuesioner, dalam M. Singarimbun dan T. Handayani ed. *Metode Penelitian Survai*, 175-186. LP3S, Jakarta.

Singarimbun, M dan S, Effendi. 1987. Validitas dan Reliabilitas Instrumen Penelitian, dalam Djamaludin Ancok ed. *Metode Penelitian Survai*, 122-124. LP3S, Jakarta.

Sukandarrumidi. 2004. *Metodologi penelitian*. Gajah Mada University Press, Yogyakarta.

Vusvitasari,R. 2008. *Kajian Hubungan Koefisien Korelasi Pearson (r), Spearman-rho(ρ), Kendall-Tau (τ), Gamma (G), dan Somers (d_{yx}).* Skripsi-S1, tidak dipublikasikan, Universitas Bengkulu.

ANALYSIS MULTIDIMENSIONAL SCALING
(STUDI KASUS : PERSEPSI DAN PREFERENSI MAHASISWA TERHADAP MATA KULIAH PADA JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM UNIVERSITAS BENGKULU)

W eki Rapista

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu
Jln. W.R. Supratman Bengkulu 38123

ABSTRAK

Analisis *Multidimensional Scaling* (MDS) adalah metode analisis data multivariat yang banyak digunakan dalam olah data persepsi dan preferensi dari responden. Penelitian ini mengaplikasikan analisis *multidimensional scaling* dalam mengetahui persepsi dan preferensi mahasiswa Jurusan Matematika tentang tingkat kemiripan pasangan mata kuliah yang diteliti. Penelitian ini menggunakan metode studi literatur dan studi lapangan. Pengumpulan data diperoleh melalui penyebaran kuisioner yang disebarkan kepada mahasiswa. Dari data kemiripan tersebut dapat diketahui posisi berbagai mata kuliah melalui suatu *perceptual map*. Maka karakteristik kemiripan antar mata kuliah dapat dibandingkan melalui posisinya dalam *perseptual map* tersebut. Nilai STRESS dan R^2 secara berturut-turut adalah 0.03163 dan 99%. Ini menunjukkan bahwa penggambaran koordinat dari setiap mata kuliah dalam *perceptual map* telah memiliki tingkat kesesuaian yang tinggi. Hasil penelitian ini menunjukkan ada 4 kelompok mata kuliah yang dipersepsikan mirip oleh mahasiswa. Kelompok pertama terdiri atas mata kuliah al (Aljabar Linier) dan sa (Struktur Aljabar). Kelompok kedua ada mata kuliah t (Topologi), ar (Analisis Real), dan lh (Logika dan Himpunan). Kelompok ketiga terdapat mata kuliah sm (Statistika Matematika) dan ms (Metode Statistika). Kelompok keempat hanya terdapat mata kuliah pdb (Persamaan Differensial Biasa) saja.

Kata Kunci: Persepsi, Preferensi, Perceptual Map, Multidimensional Scaling

---

1. PENDAHULUAN

Universitas Bengkulu merupakan universitas negeri yang ada di Provinsi Bengkulu. Terdapat banyak jurusan akademik yang dapat ditempuh oleh calon-calon mahasiswa di Universitas Bengkulu. Salah satunya adalah Jurusan Matematika di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Jurusan Matematika di Universitas Bengkulu sudah ada sejak tahun 2001 dan menawarkan 49 mata kuliah, KKN, serta Skripsi yang harus ditempuh oleh mahasiswa untuk memperoleh gelar Sarjana. Dari ke 49 mata kuliah tersebut terdapat 9 mata kuliah wajib universitas, 4 mata kuliah wajib fakultas, 27 mata kuliah wajib jurusan matematika, dan 9 mata kuliah pilihan sesuai dengan bidang minat yang dipilih.

Mata kuliah yang ditawarkan pada tiap semester memiliki tingkat kesulitan masing-masing. Ada beberapa mata kuliah yang memiliki kemiripan dari tingkat kesulitan. Setiap mahasiswa memiliki pandangan yang berbeda-beda terhadap setiap mata kuliah yang telah mereka jalani sewaktu duduk dibangku perkuliahan. Pandangan itu dapat berupa persepsi dan preferensi. Persepi dan pereferensi dapat digambarkan dalam sebuah peta multidimensi.

Multidimensional Scaling (MDS) atau Penskalaan Multidimensi merupakan suatu analisis yang dapat digunakan untuk memetakan atau mencari konfigurasi dari sejumlah objek dalam ruang berdimensi rendah berdasarkan ukuran jarak yang diharapkan dapat merefleksikan sebaik mungkin ukuran ketakmiripan antar objek tersebut. MDS digunakan untuk mengetahui hubungan interdepensi atau saling ketergantungan antar variabel/data. Hubungan ini tidak diketahui melalui reduksi ataupun pengelompokan variabel, melainkan dengan membandingkan variabel yang ada pada tiap objek yang bersangkutan dengan menggunakan peta. Konsep dasar MDS adalah pemetaan. MDS berhubungan dengan pembuatan peta untuk menggambarkan posisi sebuah objek dengan objek yang lain, berdasarkan kemiripan (*similarity*) objek-objek tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mempelajari dan mengkaji deskripsi persepsi dan preferensi mahasiswa terhadap beberapa pasangan mata kuliah serta mengetahui prosedur analisis *Multidimensional Scaling* untuk mendapatkan gambaran kemiripan antar objek.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matriks Data Multivariat

Sebuah observasi multivariat merupakan sekumpulan ukuran-ukuran dalam p variabel yang berbeda, yang diambil dalam waktu atau percobaan yang sama. Jika n pengamatan telah diperoleh, seluruh kumpulan data ditempatkan dalam sebuah matriks berukuran $n \times p$ sebagai berikut:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1p} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{ip} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

Keterangan:

x_{ij} : Data objek ke-i dan variabel ke- j

n : Banyaknya objek

p : Banyaknya variabel

matriks diatas dapat juga dinotasikan dengan $\boldsymbol{X} = (x_{ij}),\ i = 1,2,\dots,n$ dan $j = 1,2,\dots,p$.

Perhatikan kembali penulisan matriks pada persamaan (2.1), dari matriks ini dapat diperoleh beberapa ukuran dari statistik deskriptif yaitu mean, rata-rata data terkoreksi, variansi, data terstandarisasi, jumlah kuadrat dan hasil kali silang, jumlah kuadrat dan hasil kali silang terkoreksi.

Mean (*Centroid*)

Jika $\boldsymbol{X}$ adalah matriks $n \times p$, dengan n menyatakan jumlah observasi (objek) dan p menyatakan jumlah variabel. *Centroid* merupakan mean dari tiap variabel dari indeks matriks $\boldsymbol{X}$. Dinotasikan $\bar{\boldsymbol{X}}$, dihitung dengan menggunakan operasi matriks sebagai berikut:

$$\bar{\boldsymbol{X}} = \frac{1}{n}\mathbf{1}'\boldsymbol{X} \tag{2.2}$$

Dengan $\mathbf{1}'$ adalah matriks satuan berukuran $1 \times n$.

Rata-rata Data Terkoreksi (*Mean Corrected Data*)

Rata-rata data terkoreksi adalah data yang nilainya telah dikurangi dengan nilai mean masing-masing variabel yang bersesuaian. Matriks rata-rata data terkoreksi dinotasikan dengan $\boldsymbol{X_d}$, ditunjukkan dengan

$$\boldsymbol{X_d} = \boldsymbol{X} - \boldsymbol{1}\overline{\boldsymbol{X}} \tag{2.3}$$

Variansi

Variansi sampel dinotasikan dengan s^2, merupakan estimator dari variansi populasi σ^2. Dengan $\boldsymbol{X_d}$ adalah vektor kolom dari matriks data terkoreksi, sehingga diperoleh rumus variansi sebagai berikut:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\boldsymbol{X}'_d\boldsymbol{X}_d \tag{2.4}$$

Data Terstandarisasi

Setelah diperoleh variansi sampel dari variabel-variabelnya, didefenisikan matriks diagonal $\boldsymbol{D}$, dimana diagonal matriks berisi variansi sampel dari masing-masing variabel. Data terstandarisasi dapat diperoleh dengan persamaan:

$$\boldsymbol{X}_s = \boldsymbol{X}_d\boldsymbol{D}^{-1/2} \tag{2.5}$$

Dimana $\boldsymbol{X}_s$ adalah data yang telah terstandarisasi, $\boldsymbol{D}^{-1/2}$ adalah invers akar kuadrat $\boldsymbol{D}$.

Jumlah Kuadrat dan Hasil Kali Silang

Perhitungan jumlah kuadrat dan hasil kali silang atau sering disingkat SSCP (*Sum of Square and Cross Product*) sangat bermanfaat untuk melakukan pengolahan data lebih lanjut pada teknik multivariat.

Misalkan $\boldsymbol{X_1}$ menyatakan vektor kolom ke-1, $\boldsymbol{X_2}$ menyatakan vektor kolom ke-2, dan $\boldsymbol{X_3}$ menyatakan vektor kolom ke-3. Perhitungan jumlah untuk variabel $\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2}, \boldsymbol{X_3}$ adalah sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i1} = \boldsymbol{1}'\boldsymbol{X_1} \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i2} = \boldsymbol{1}'\boldsymbol{X_2} \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i3} = \boldsymbol{1}'\boldsymbol{X_3} \tag{2.6}$$

Jumlah kuadrat untuk $\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2}, \boldsymbol{X_3}$ didapat dari:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 = \boldsymbol{X}'_1\boldsymbol{X}_1 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i2}^2 = \boldsymbol{X}'_2\boldsymbol{X}_2 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i3}^2 = \boldsymbol{X}'_3\boldsymbol{X}_3 \tag{2.7}$$

Hasil kali silang (*Cross Product*) diperoleh dari:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i3} = \boldsymbol{X}'_1\boldsymbol{X}_3 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} = \boldsymbol{X}'_1\boldsymbol{X}_2 \qquad \sum_{i=1}^{n} x_{i2}x_{i3} = \boldsymbol{X}'_2\boldsymbol{X}_3 \tag{2.8}$$

Dengan mendefinisikan $\boldsymbol{B}$ sebagai matriks SSCP diperoleh hubungan berikut:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X} \tag{2.9}$$

Bila diketahui jumlah variabel p maka:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i1}x_{ip} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{i2}x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}^2 & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{i2}x_{ip} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij}x_{i1} & \sum_{i=1}^{n} x_{ij}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} x_{ij}x_{ip} \end{bmatrix}$$

Jumlah Kuadrat dan Hasil Kali Silang Terkoreksi

Untuk mempermudah perhitungan matriks kovariansi, maka jumlah kuadrat dan hasil kali silang ditulis dalam bentuk data terkoreksi rata-rata. Jumlah kuadrat dan hasil kali silang terkoreksi tersebut dinotasikan dengan $\boldsymbol{S}$, yang diberikan dengan persamaan:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X} - \frac{1}{n}(\boldsymbol{X}'\mathbf{1})(\mathbf{1}'\boldsymbol{X}) \tag{2.10}$$

atau

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{X}_d'\boldsymbol{X}_d$$

2.2 Pengertian *Multidimensional Scaling*

Multidimensional scaling merupakan salah satu metode analisis data multivariat. Berikut ini beberapa pengertian dari *Multidimensional Scaling* (MDS).

Pengertian MDS pertama menurut Simar & Wolfgang (2007):

> "*Multidimensional Scaling* (MDS) adalah metode yang didasarkan pada ukuran kedekatan antara objek, subjek, atau stimuli yang direpresentasikan oleh matriks jarak atau matriks ketakmiripan digunakan untuk menghasilkan sebuah ruang yang merepresentasikan kemiripan atau ketakmiripan antara data objek."

Pengertian MDS kedua menurut Malhotra dalam Winta & Irawan (2005):

> "*Multidimensional Scaling* (MDS) merupakan sekelompok prosedur untuk mempresentasikan hubungan persepsi dan preferensi responden secara visual sebagai hubungan geometris antara beberapa hal dalam suatu ruang multidimensi (*perceptual map*)."

Dari beberapa pengertian MDS diatas dapat disimpulkan bahwa:

> *Multidimensional Scaling* (MDS) atau penskalaan multidimensi merupakan suatu analisis statistika multivariat yang dapat digunakan untuk memetakan atau mencari konfigurasi dari sejumlah objek dalam ruang berdimensi rendah berdasarkan ukuran jarak yang diharapkan dapat merefleksikan sebaik mungkin ukuran kemiripan atau ketakmiripan antar objek tersebut.

Sebagai contoh, diketahui n objek data dengan nilai *dissimilarity* $\{\delta\}$ antar tiap pasang objek tersebut (*dissimilarity* dapat diartikan sebagai jarak atau nilai lain yang merepresentasikan hubungan antar tiap objek data). MDS dapat digunakan untuk membuat sebuah peta konfigurasi n titik yang merepresentasikan n objek tersebut dalam sebuah ruang p dimensi. Sehingga jarak $\{d\}$ tiap pasang titik pada ruang tersebut (tidak harus berupa jarak Eucledian) mendekati nilai *dissimilarity* $\{\delta\}$ antar tiap pasang objek. Pada umumnya dimensi p yang diharapkan adalah dimensi yang rendah, misal dimensi 2 sehingga n objek data tersebut lebih mudah untuk dianalisa (Soelaiman, 2006).

Upaya yang dilakukan untuk mendapatkan konfigurasi objek dalam ruang berdimensi rendah tersebut yaitu dengan cara mentransformasikan ukuran jarak yang diketahui menjadi suatu bentuk koordinat-koordinat yang menunjukkan posisi masing-masing objek serta masih menyimpan ukuran ketakmiripannya. Diharapkan pendekatan terhadap matriks *proksimitas*.

Tujuan utama analisis MDS adalah representasi objek sebagai susunan titik-titik yang jaraknya dipersepsikan oleh responden. Representasi objek ini biasanya ditunjukkan dalam sebuah peta berdimensi rendah, seperti dimensi dua atau tiga. Peta berdimensi rendah menjadi alat untuk memaksimalkan *proximity measure* untuk setiap pasangan variabel (objek) serta jarak antara suatu variabel di dalam sebuah peta.

Memetakan data pengamatan peubah ganda terhadap suatu objek adalah menempatkan nilai koordinat pada ruang berdimensi ganda. Jika terdapat data pengamatan peubah ganda pada beberapa objek, maka dapat ditentukan jarak antar objeknya. Jarak antar objek dapat terlihat ketika titik-titik objek dipetakan dalam suatu gambar yang posisinya sesuai dengan koordinatnya. Namun, apabila data yang dimiliki adalah data persepsi yang tidak dapat dipetakan begitu saja, maka dalam analisis *Multidimensional Scaling* digunakan RSQ untuk mengetahui kedekatan antara data dengan *map*. Hal ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana data jarak antar objek tersebut terpetakan dalam *perceptual map*. RSQ (*Squared Correlation*) adalah proporsi keragaman dari data yang berbentuk skala (perbedaan) pada partisi (baris, matriks, atau seluruh data) yang dihitung untuk mengetahui jarak hubungan data.

Berdasarkan sifat ukuran ketakmiripan yang digunakan, *Multidimensional Scaling* (MDS) dibedakan menjadi dua, yaitu *Metric Multidimensional Scaling* (Metrik MDS) atau Penskalaan Multidimensi Metrik dan *Nonmetric Multidimensional Scaling* (Nonmetrik MDS) atau Penskalaan Multidimensi Nonmetrik. Metrik MDS juga dikenal sebagai Analisis Koordinat Utama (*Principal Coordinate Analysis*), sedangkan Nonmetrik MDS biasa disebut dengan penskalaan ordinal (Johnson & Wichern, 1998).

2.3 *Proximitiy*

Proximity secara harfiah dapat diartikan sebagai kedekatan. Kedekatan objek-objek, individu-individu, atau stimuli dapat didefenisikan dan diukur dengan analisis statistik. Ukuran dari kedekatan ada dua, yakni kemiripan (*similarity*) dan ketakmiripan (*dissimilarity*). MDS berhubungan dengan pembuatan grafik (*map*) untuk menggambarkan posisi sebuah objek dengan objek yang lain, berdasarkan kemiripan (*similarity*) atau ketakmiripan (*dissimilarity*) objek-objek tersebut.

Ada beberapa metode untuk mengukur kemiripan atau ketakmiripan jarak antara dua objek yaitu, jarak Eucledian, jarak kuadrat Eucledian, jarak *Mahalanobis*, jarak *Minkowski*, jarak *City-Block* atau *Manhattan*, jarak *Chebychev*, jarak *Canberra*, jarak *Czekanowski*. Jarak *Eucledian* adalah ukuran ketakmiripan yang sering digunakan, dan merupakan jarak geometris di ruang multidimensional. Jarak ini digunakan jika varibel-variabel yang digunakan tidak berkorelasi satu sama lain atau saling ortogonal, yang memiliki satuan dan skala pengukuran yang sama (Cox, 2001).

Ukuran jarak Eucledian antar dua objek $x_r = (x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rp})$ dan $x_s = (x_{s1}, x_{s2,}, \dots, x_{sp})$ yang berdimensi p dimana $r, s = 1,2, \dots, n$ adalah

$$d_{rs} = \sqrt{(x_{r1} - x_{s1})^2 + (x_{r2} - x_{s2})^2 + \cdots + (x_{rp} - x_{sp})^2}$$
$$d_{rs} = \sqrt{\sum_{i=1}^{p} (x_{ri} - x_{si})^2} \qquad (2.11)$$

Sehingga, kuadrat jarak Eucledian dapat ditulis sebagai:

$$d_{rs}^2 = \sum_{i=1}^{p} (x_{ri} - x_{si})^2 \qquad (2.12)$$

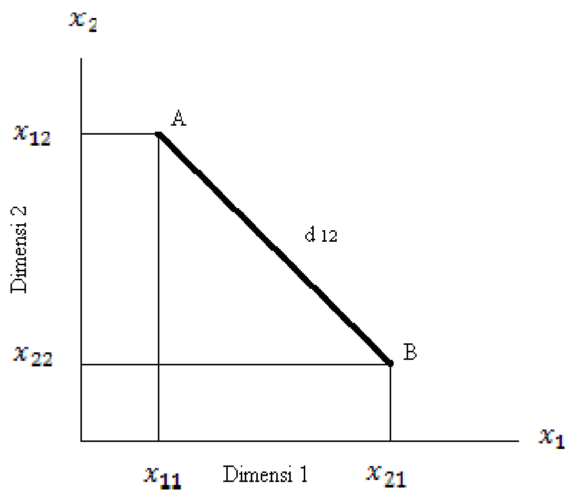
2.4 Prosedur Analisis *Multidimensional Scaling*

MDS menggambarkan susunan dari sekumpulan objek dari data dalam peta multidimensi yang memperkirakan jarak antara sepasang objek sesuai dengan nilai kedekatan (*proximity*) dalam input data. Dalam MDS ukuran kedekatan antar objek dapat berupa nilai kemiripan (*similarity*) atau nilai ketakmiripan (*dissimilarity*) antar pasang objek. Selain itu, ukuran kedekatan dapat juga berupa nilai preferensi (ukuran tingkat kesukaan) terhadap sejumlah objek.

Similarity data merupakan data subjektif yang diperoleh dengan mengajukan pertanyaan pada sejumlah orang untuk memperoleh penilaian tentang kemiripan dari sejumlah objek. Nilai kemiripan artinya semakin besar angka, menunjukkan kemiripan stimuli yang besar pula, istilah stimuli adalah penggambaran objek. Sebaliknya, *dissimilarity* data merupakan data subjektif yang diperoleh dengan mengajukan pertanyaan pada sejumlah orang untuk memperoleh penilaian tentang ketakmiripan dari sejumlah objek. Nilai ketakmiripan artinya semakin besar angka, menunjukkan ketakmiripan stimuli yang besar pula.

Setiap objek ditunjukkan dengan sebuah titik dalam *multidimensional space*. Titik-titik tersebut ditempatkan dalam ruang sehingga objek yang memiliki kemiripan letaknya berdekatan, demikian pula untuk titik-titik yang memiliki ketakmiripan letaknya berjauhan. Ruang multidimensi tersebut biasanya menggunakan *Eucledian space* berdimensi dua atau tiga. Tetapi mungkin juga didalam *non Eucledian space*. Dalam *Eucledian space* jarak antar objek dihitung dengan menggunakan ukuran *Eucledian distance* seperti pada persamaan (2.11).

Sebagai gambaran sesuai dengan Gambar 2.1 terdapat dua objek didalam peta dua dimensi.



Gambar 2.1 Jarak dalam ruang Eucledian.

Terdapat dua objek didalam peta dua dimensi diatas. Koordinat objek pertama (x_{11}, x_{12}) dan koordinat objek kedua (x_{21}, x_{22}), jarak antara objek pertama dan objek kedua dihitung dalam ruang Eucledian.

2.5 *Metric Multidimensional Scaling*

Penskalaan Multidimensi Metrik (*Metric Multidimensional Scaling*) merupakan teknik matematik yang memungkinkan untuk penyajikan kedekatan atau kemiripan (*proximity or similarity*) antara objek secara meruang (*spatial*) sebagimana dalam suatu peta. Jadi intinya adalah memetakan objek dalam ruang multidimensi sedemikian rupa sehingga posisi relatif di suatu ruang mencerminkan derajat kemiripan antara objek (Anonim, 2010).

Metrik MDS dimulai dengan sebuah matriks jarak $\boldsymbol{D}$ dengan ukuran $(n \times n)$. Berikut contoh matriks jarak $\boldsymbol{D}$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix}$$

Matriks $\boldsymbol{D}$ merupakan ukuran kemiripan atau ketakmiripan antar n objek. Matriks ini mempunyai elemen d_{rs} dimana $r = 1, \dots, n$ dan $s = 1, \dots, n$, elemen $d_{rs} > 0$ jika $r \neq s$ dan $d_{rs} = 0$ jika $r = s$. Sehingga diperoleh matriks jarak sebagai berikut:

$$\mathbf{D}^* = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & 0 & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Semakin kecil nilai $\boldsymbol{D}^*$, maka semakin besar kemiripan antar dua pengamatan tersebut. Sebaliknya jika $\boldsymbol{D}^*$ semakin besar, semakin besar ketakmiripan dari pengamatan tersebut (Cox, 2001).

Tujuan dari Metrik MDS adalah mencari sebuah konfigurasi dalam ruang berdimensi p dari jarak–jarak antara titik sedemikian sehingga koordinat-koordinat dari n titik sepanjang dimensi p memuat matriks jarak Eucledian yang elemen–elemennya sedekat mungkin ke elemen–elemen matriks jarak $\boldsymbol{D}$ yang diketahui (Anonim, 2010).

2.6 *Classical Scaling*

Salah satu pendekatan yang langsung dan mudah dari Metrik MDS adalah *Classical Scaling*. *Classical Scaling* didasarkan pada sebuah matriks jarak yang dihitung dari sebuah *geometry Eucledian*.

Definisi 1

Sebuah matriks jarak $\boldsymbol{D} = (d_{rs})$ dengan ukuran $(n \times n)$ adalah Eucledian jika untuk beberapa titik $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}^p$, $d_{rs}^2 = (x_r - x_s)^T(x_r - x_s)$.

Teorema 1

Defenisikan $\boldsymbol{A} = (a_{rs})$, $a_{rs} = -\frac{1}{2}d_{rs}^2$ dan $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{HAH}$ dimana $\boldsymbol{H}$ merupakan *centering matrix*. $\boldsymbol{D}$ Eucledian jika dan hanya jika $\boldsymbol{B}$ positif semi definit. Jika $\boldsymbol{D}$ matriks jarak dari matriks data $\boldsymbol{X}$, maka $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{HXX^TH}$. $\boldsymbol{B}$ disebut matriks perkalian skalar (*inner product matrix*) (Cox, 2001).

Secara garis besar *Classical Scaling* meliputi 2 tahap proses yaitu membangun matriks $\boldsymbol{B}$ dengan ukuran $(n \times n)$ yaitu matriks perkalian skalar antar tiap pasang titik tanpa mengetahui matriks koordinat $\boldsymbol{X}$ dengan ukuran $(n \times p)$ tetapi mengetahui matriks $\boldsymbol{M}$ dengan ukuaran $(n \times n)$ yaitu matriks *dissimilarity* antar tiap pasang titik, proses ini dinamakan "*Double Centering*" dan tahap selanjutnya adalah melakukan dekomposisi terhadap matriks $\boldsymbol{B}$ tersebut sehingga didapatkan matriks koordinat $\boldsymbol{X}$, tahap ini disebut sebagai "*Eigen Decomposition*" (Setiawan, 2006).

Double Centering

Double centering matrix adalah suatu proses, dimana matriks jarak dapat dikomposisikan menjadi matriks *product skalar*. Misalkan,

$$\left.\begin{array}{l} x_r : (x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rp}) \\ x_s : (x_{s1}, x_{s2}, \dots, x_{sp}) \end{array}\right\} \text{ dua vektor dalam peta } p \text{ dimensi.}$$

Dan hasil perkalian silang dari dua vektor tersebut dinotasikan dengan $\boldsymbol{B} = \{b_{rs}\}$.

Sehingga $b_{rs} = x_r x_s = \sum_{i=1}^{p} x_{ri} x_{si}$

Dengan menggunakan kuadrat jarak pada persamaan (2.12) diperoleh:

$$d_{rs}^2 = \sum_{i=1}^{p} (x_{ri} - x_{si})^2 = l_r^2 + l_s^2 - 2b_{rs} \tag{2.13}$$

Dengan $l_r^2 = \sum_{i=1}^{p} x_{ri}^2$, $l_s^2 = \sum_{i=1}^{p} x_{si}^2$.

Jika diasumsikan $\sum_{i=1}^{p} x_{ri} = 0$ untuk semua $i = 1, 2, \dots, p$

Sehingga

$$b_{r.} = b_{.s} = b_{..} = 0 \tag{2.14}$$

Maka:

a) Mean baris

$$d_{r.}^2 = \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} d_{rs}^2 = \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_s^2 - 2b_{r.}$$

Dari persamaan (2.14) diperoleh nilai $b_{r.} = 0$ sehingga

$$d_{r.}^2 = \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_s^2 = l_r^2 + l_.^2 \tag{2.15}$$

dimana $l_.^2 = \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_s^2$

Persamaan (2.15) ekuivalen dengan

$$l_r^2 = d_{r.}^2 - l_.^2 \tag{2.16}$$

b) Mean kolom

$$d_{.s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} d_{rs}^2 = \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_s^2 - 2b_{.s}$$

Dari persamaan (2.14) diperoleh bahwa $b_{.s} = 0$ sehingga

$$d_{.s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_s^2 = l_.^2 + l_s^2 \tag{2.17}$$

dimana $l_.^2 = \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_r^2$

Persamaan (2.17) ekuivalen dengan

$$l_s^2 = d_{.s}^2 - l_.^2 \tag{2.18}$$

c) Mean keseluruhan

$$d_{..}^2 = \frac{1}{n^2} \sum_{r}^{n} \sum_{s}^{n} d_{rs}^2 = \frac{1}{n} \sum_{r}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n} \sum_{s}^{n} l_s^2 - 2b_{..}$$

Dari persamaan (2.14) $b_{..} = 0$ sehingga

$$d_{..}^2 = \frac{1}{n}\sum_{r}^{n} l_r^2 + \frac{1}{n}\sum_{s}^{n} l_s^2 = 2l_.^2 \tag{2.19}$$

Dengan subtitusi (2.16) dan (2.18) pada persamaan (2.13) diperoleh:

$$d_{rs}^2 = (d_{r.}^2 - l_.^2) + (d_{.s}^2 - l_.^2) - 2b_{rs} = d_{r.}^2 + d_{.s}^2 - 2l_.^2 - 2b_{rs}$$

Kemudian subtitusikan persamaan (2.18) menjadi :

$$\begin{aligned} d_{rs}^2 &= d_{r.}^2 + d_{.s}^2 - d_{..}^2 - 2b_{rs} \\ -2b_{rs} &= d_{rs}^2 - d_{r.}^2 - d_{.s}^2 + d_{..}^2 \\ b_{rs} &= -\frac{1}{2}(d_{rs}^2 - d_{r.}^2 - d_{.s}^2 + d_{..}^2) \end{aligned} \tag{2.20}$$

Proses pengurangan tiap elemen d_{rs}^2 terhadap mean baris, mean kolom, dan mean keseluruhan seperti pada persamaan (2.20) disebut *double centering*.

Dengan $a_{rs} = -\frac{1}{2}d_{rs}^2$ dan

$$a_{r.} = \frac{1}{n}\sum_{s} a_{rs} = \frac{1}{n}\sum_{s} -\frac{1}{2}d_{rs}^2 = -\frac{1}{2n}\sum_{s} d_{rs}^2, \quad a_{.s} = \frac{1}{n}\sum_{r} a_{rs}, \qquad \text{dan } a_{..} = \frac{1}{n^2}\sum_{r}\sum_{s} a_{rs}$$

Sehingga diperoleh

$$b_{rs} = a_{rs} - a_{r.} - a_{.s} + a_{..}$$

Defenisikan matriks $\boldsymbol{A}$ sebagai (a_{ij}) dan amati bahwa matriks $\boldsymbol{B}$, yaitu matriks perkalian *scalar* antar tiap pasang titik pada $\boldsymbol{X}$ dapat didefinisikan sebagai:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{X}' \tag{2.21}$$

Dimana $\boldsymbol{X} = (x_1, \dots, x_n)'$ merupakan matriks koordinat $\boldsymbol{X}$ dengan ukuran $(n \times n)$. Dapat diperoleh rank dari matriks $\boldsymbol{B}$ sebagai

$$rank(\boldsymbol{B}) = rank(\boldsymbol{X}\boldsymbol{X}') = rank(\boldsymbol{X}) = p$$

Tujuan "*double centering*" adalah membentuk matriks $\boldsymbol{B}$ diatas dari matriks $\boldsymbol{D}$ kuadrat jarak *Eucledian* antar tiap pasang titik (Alvin, 2002).

Secara logika dengan hanya memiliki informasi jarak antar tiap pasang titik maka akan terdapat banyak solusi konfigurasi koordinat titik-titik yang memenuhi jarak antar tiap pasang titik tersebut, karena solusi tersebut apabila dirotasi, ditranslasi, maupun dicerminkan akan tetap menghasilkan solusi yang memenuhi jarak antar tiap pasang titik tersebut. Untuk mengatasi hal tersebut maka pusat massa dari konfigurasi titik tersebut ditempatkan pada titik pusat koordinat (*centering*). Hal tersebut dapat dilakukan dengan cara sebagai berikut, tentukan:

$$c = (\boldsymbol{1}')\boldsymbol{X}/n \tag{2.22}$$

Dimana n adalah jumlah titik dan 1 adalah vektor yang berisi satu dengan panjang n. Maka matriks koordinat $\boldsymbol{X}$ yang ditengahkan (*centered*):

$$\boldsymbol{X}^* = \boldsymbol{X} - \boldsymbol{1}c = \boldsymbol{X} - (\boldsymbol{1}\boldsymbol{1}'\boldsymbol{X})/n \tag{2.23}$$

Dengan menggunakan $\boldsymbol{X}$ versi *centered* maka matriks perkalian skalar $\boldsymbol{B}$ yang ditengahkan (*centered*):

$$\boldsymbol{B}^* = -\tfrac{1}{2}\boldsymbol{J}\boldsymbol{D}\boldsymbol{J} \text{ dengan } \boldsymbol{J} = \boldsymbol{I} - \tfrac{1}{2}\boldsymbol{1}\boldsymbol{1}'$$

Matriks $\boldsymbol{D}$ kuadrat jarak Eucledian diatas merupakan matriks *dissimilarity* $\boldsymbol{M}$ dan matriks $\boldsymbol{J}$ dengan ukuran $(n \times n)$ disebut sebagai matriks "*centering*". Sehingga secara umum "*Double Centering* " dapat dirumuskan:

$$\boldsymbol{B} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{JMJ} \tag{2.24}$$

Konfigurasi yang diperoleh akan memberikan posisi masing-masing objek sehingga jarak Eucledian antar objek seperti yang diketahui. Bila diinginkan penyajian konfigurasi objek dalam ruang berdimensi rendah, katakanlah dua atau tiga, maka gambaran terbaik yang dapat diberikan yaitu dengan menggambarkan koordinat dua atau tiga unsur pertama masing-masing baris matriks $\boldsymbol{JX}$ yang melalui dekomposisi spectral terkait dengan dua atau tiga akar ciri terbesarnya (Soelaiman, 2006).

Eigen Decomposition

Setelah didapatkan matriks $\boldsymbol{B}$, maka langkah selanjutnya adalah melakukan dekomposi matriks $\boldsymbol{B}$. Langkah ini erat kaitannya dengan metode *Singular Value Decomposition (SVD)*. Karena matriks $\boldsymbol{B}$ adalah matriks simetris, positif semi definit (semua nilai eigennya lebih besar dari nol), dan memiliki rank p maka matriks $\boldsymbol{B}$ dapat didekomposisi menjadi:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{Q\Lambda Q'} \text{ dengan } \boldsymbol{B} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{JMJ} \tag{2.25}$$

Keterangan:

$\boldsymbol{\Lambda}$ = $\mathrm{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ merupakan matriks diagonal dari nilai eigen matriks $\boldsymbol{B}$

$\boldsymbol{Q}$ = $(\gamma_1, \dots, \gamma_p)$ merupakan vektor eigen yang bersesuaian

Karena matriks $\boldsymbol{\Lambda}$ adalah matriks diagonal sehingga $(\boldsymbol{\Lambda}^{1/2})' = (\boldsymbol{\Lambda}^{1/2})$, maka $\boldsymbol{B}$ dapat dituliskan sebagai:

$$\boldsymbol{B} = (\boldsymbol{Q\Lambda}^{1/2})(\boldsymbol{\Lambda}^{1/2}\boldsymbol{Q}') \tag{2.26}$$

Karena $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{XX'}$ maka didapatkan kembali matriks koordinat $\boldsymbol{X}$ dengan mendefinisikan:

$$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{Q\Lambda}^{1/2}) \tag{2.27}$$

2.7 Algoritma Praktis untuk *Classical Scaling*

Adapun algoritma praktis dari Classical Scaling adalah sebagai berikut:

1. Temukan ketaksamaan $\{\delta_{rs}\}$.
2. Carilah matriks $\boldsymbol{A} = \left[-\frac{1}{2}\delta_{rs}^2\right]$.
3. Carilah matriks $\boldsymbol{B} = [a_{rs} - a_{r.} - a_{.s} + a_{..}]$.
4. Carilah nilai eigen $\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}$ dan vektor eigen $\mathrm{v}_1, \dots, \mathrm{v}_{n-1}$ yang bersesuaian, dimana vector eigen dinormalisasi sehingga $\mathrm{v}_i^T \mathrm{v}_i = \lambda_i$. Jika $\boldsymbol{B}$ tidak positif semi-definit (beberapa dari nilai eigen ada yang negatif), maka (i) mengabaikan nilai negatif dan tetap diproses ke langkah selanjutnya, atau (ii) menambahkan sebuah konstanta yang sesuai k pada ketaksamaan, $\delta'_{rs} = \delta_{rs} + k(1 - \delta^{rs})$ dan kembali ke langkah 2.
5. Pilih jumlah dimensi yang sesuai p. Dapat menggunakan rumus $\sum_1^p \lambda_i / \sum(\text{nilai eigen positif})$.

6. Koordinat dari n titik-titik dalam ruang Eucledian dimensi p diberikan oleh $x_{ri} = v_{ir}(r = 1, \dots, n; i = 1, \dots, p)$.

3. Metode Penelitian

3.1 Lokasi dan Waktu Penelitian

Lokasi penelitian adalah Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu. Sedangkan waktu penelitian dilakukan mulai April 2010 sampai selesai. Dengan jenis penelitian adalah studi literatur dan studi lapangan. Adapun yang menjadi responden adala mahasiswa semester 6 (enam), 8 (delapan), dan 10 (sepuluh) yang telah mengambil mata kuliah yang diamati dalam penelitian ini.

3.2 Identifikasi Variabel

Variabel-variabel dalam penelitian ini antara lain :

V1 = Jumlah SKS
V2 = Strategi belajar
V3 = Tugas mata kuliah
V4 = Ujian tengah semester
V5 = Ujian akhir semester
V6 = Kriteria penilaian
V7 = Proses Belajar Mengajar

3.3 Metode Pengambilan Sampel

Metode pengambilan sampel yang digunakan adalah *Purposive sampling* atau penarikan sampel pertimbangan. Penarikan jenis sampel ini terjadi apabila pengambilan sampel dilakukan berdasarkan pertimbangan perorangan atau pertimbangan peneliti. Hanya mereka yang dianggap ahli yang patut memberikan jawaban dipertimbangkan untuk diambil menjadi sampel. Penarikan sampel *purposive* ini akan berhasil bila peneliti mengenal populasi, karena itu penarikan sampel ini sangat sesuai untuk studi kasus.

3.4 Pemberian Skor

Ukuran dari satu variabel dapat secara langsung diamati dan dibandingkan dengan realita. Oleh karena itu, perlu diberikan indikasi pengukuran skala likert. Berikut ini penskalaan nilai untuk masing-masing jenis:

1 = Sangat Tidak Mirip.
2 = Tidak Mirip.
3 = Mirip.
4 = Sangat Mirip.
5 = Pasti Mirip.

3.5 Metode Pengolahan Data

Untuk memperoleh pengolahan data hasil kuisioner, maka digunakan bantuan paket program komputer statistik "*SPSS for windows version 16.0*". Sedangkan pengolahan data analisis yang digunakan diawali dengan uji validitas, uji reliabilitas, dan analisis *multidimensional scaling*.

3.5.1 Uji Validitas Instrumen Penelitian

Yang dimaksud dengan validitas adalah suatu derajat ketepatan alat ukur penelitian tentang isi sebenarnya apa yang diukur. Uji Validitas bertujuan untuk mengetahui apakah kuisioner yang disebutkan sudah valid atau belum. Misalnya alat yang dipakai mengukur itu menggunakan kusioner maka yang harus diketahui adalah sejauh mana kuisioner tersebut mampu mengukur fenomena yang akan diukur. Hal ini dapat dilakukan dengan mengamati besarnya koefisien korelasi antar item kuisioner yang diuji. Sebuah tes dapat dikatakan valid, apabila nilai yang dihasilkan dari setiap item pertanyaan dapat memberikan dukungan yang besar terhadap skor total keseluruhan item pada suatu variabel.

3.5.2 Uji Reliabilitas Instrumen Penelitian

Yang dimaksud dengan reabilitas adalah derajat ketepatan, ketelitian atau keakuratan yang ditunjukkan oleh instrumen pengukuran. Suatu tes dapat dikatakan mempunyai taraf kepercayaan yang sangat tinggi jika test tersebut dapat memberikan hasil yang tetap. Pengukuran reliabilitas dapat dilakukan dengan menghitung nilai korelasi dari dua kali pengukuran terhadap satu macam item. Kemudian dengan membandingkan nilai korelasi yang dihasilkan dengan nilai kritik korelasi yang ada pada tabel dapat diketahui apakah item tersebut reliabel atau tidak. Cara uji reliabilitas ini adalah dengan cara menggunakan program SPSS versi 16.0.

3.5.3 Analisa *Multidimensional Scaling*

Penelitian ini menggunakan metode analisis penskalaan multidimensi dengan data kemiripan (*similarity data*). MDS *similarity data* termasuk jenis data non atribut, yang dapat menganalisa data *nonmetric* (*nominal* dan *ordinal*) ataupun data *metric* (*interval* dan *rasio*). Sehingga hasil kuisioner yang diperoleh dapat langsung di olah dengan menggunakan *software* komputer yaitu SPSS versi 16.0. Sebelumnya dilakukan uji validitas dan reliabilitas sebagai bahan pertimbangan terlebih dahulu. MDS berhubungan dengan pembuatan grafik (*map*) untuk menggambarkan posisi sebuah objek dengan objek yang lain, berdasarkan kemiripan (*similitary*) objek-objek tersebut.

Langkah-langkah pemecahan masalah dalam analisis MDS adalah sebagai berikut:

a. Mengidentifikasi objek penelitian yang akan dievaluasi yakni melihat persepsi dan preferensi mahasiswa terhadap kemiripan beberapa mata kuliah yang akan diteliti dengan menggunakan analisis *Multidimensional Scaling*.
b. Mempersiapkan desain kuisioner yang ingin mengetahui kedekatan antara pasangan mata kuliah yang diamati berdasarkan persepsi dan preferensi mahasiswa.
c. Menyebarkan kuisioner penelitian kepada sampel.
d. Memperoleh input data yang berupa data persepsi dan preferensi
e. Memprogram data pengamatan hasil kuisioner ke dalam *Microsoft Excel*.
f. Melakukan uji kecukupan data (Uji Validitas dan Uji Reliabilitas).
g. Melakukan uji analisa *Multidimensional Scaling*.
   Dengan program SPSS versi 16.0 diperoleh sebuah peta persepsi beserta sejumlah dimensi posisi mata kuliah Metede Statistika, Aljabar Linier, Logika dan Himpunan, Struktur Aljabar, Persamaan Differensial Biasa, Topologi, Analisis Real, dan Statistika Matematika.
h. Menentukan nama dari masing-masing dimensi (*labeling*). Dalam hal ini, *judgment* penelitilah yang menentukan pemberian nama tersebut. Pemberian nama pada suatu dimensi dilakukan dengan menilai kemiripan dari berbagai atribut objek yang ditetapkan atau berasal dari responden setelah melihat *perceptual map*. Dengan mempelajari posisi tersebut maka kelebihan dan kelemahan pada tiap objek dapat dianalisis.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan metode penyebaran kuisioner kepada para responden yakni, Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Bengkulu. Mahasiswa yang menjadi responden untuk penelitian ini merupakan mahasiswa yang sudah pernah mengambil kedelapan mata kuliah yang diamati dalam penelitian ini. Pertanyaan-pertanyaan yang telah dibuat disebarkan dengan cara membagikan kuisioner kepada mahasiswa Jurusan Matematika sebanyak 72 kuisioner. Kuisioner ini diberikan kepada mahasiswa yang berada di semester enam, delapan, dan sepuluh.

4.2 Pengolahan Data

4.2.1 Pengujian Validitas

Teknik yang digunakan untuk menguji validitas item-item dalam pertanyaan pada kuisioner adalah korelasi *Product Moment* dari pearson. Adapun prosedur pengujian validitas yang dilakukan adalah sebagai berikut:

- Hipotesis
  - H_0 : Skor butir tidak berkorelasi positif dengan skor total (butir tidak valid)
  - H_1 : Skor butir berkorelasi positif dengan skor total (butir valid)
- Tingkat Signifikansi $(\alpha = 0{,}05)$

  $$\begin{aligned} db &= n - 2 \\ &= 72 - 2 \\ &= 70 \end{aligned}$$

  Dengan melihat nilai tabel r dimana db = 70 dan $\alpha = 0{,}05$ diperoleh $r = 0{,}232$
- Dasar Pengambilan Keputusan :
  - Jika r_{hasil} positif dan $r_{hasil} \leq r_{tabel}$, maka H_1 ditolak (butir tidak valid)
  - Jika r_{hasil} positif dan $r_{hasil} > r_{tabel}$, maka H_1 diterima (butir valid)
- Kesimpulan

  Berdasarkan perhitungan validitas kuisioner (r_{xy}) item-item pertanyaan berkisar antara 0,134 sampai 0,556. Terlihat pula bahwa ada empat item pernyataan yang nilai r hitungnya kurang dari r tabel. Hal ini disebabkan pada saat pengisian kuisioner jawaban responden pada item pertanyaan tersebut hampir sama atau sangat beragam. Seperti untuk item pertanyaan ke lima yakni membandingkan tingkat kemiripan pasangan mata kuliah Struktur Aljabar Vs Aljabar Linier, hampir seluruh responden menjawab 3 dan 4. Sedangkan, untuk item pertanyaan ke dua yakni membandingkan tingkat kemiripan pasangan mata kuliah Logika dan Himpunan Vs Metode Statistika, jawaban responden beragam dari 1 sampai 4.

4.2.2 Pengujian Reliabilitas

Pengujian reliabilitas pada penelitian ini menggunakan metode *Cronbach Alpha*. Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam uji reliabilitas adalah sebagai berikut:

- Hipotesis
  - H_0 : Skor butir tidak berkorelasi positif dengan nilai koefisien (butir kurang reliabel)
  - H_1 : Skor butir berkorelasi positif dengan nilai koefisien (butir reliabel)
- Tingkat Signifikansi

  Instrumen memiliki tingkat reliabilitas yang tinggi jika nilai koefisien yang diperoleh $\geq$ 0,60
- Dasar Pengambilan Keputusan
  - Jika r_{hasil} positif dan $r_{hasil} \leq$ nilai koefisien, maka H_1 ditolak (butir kurang reliabel)
  - Jika r_{hasil} positif dan $r_{hasil} >$ nilai koefisien, maka H_1 diterima (butir reliabel)
- Kesimpulan

  Berdasarkan hasil pengolahan pada program SPSS untuk uji reliabilitas, dapat dilihat nilai koefisien reliabilitas yang diperoleh dengan metode *Cronbach Alpha* sebesar 0,712. Hal ini mengindikasikan bahwa hasil kuisioner memiliki reliabilitas yang baik, atau dengan kata lain data hasil kuisioner dapat dipercaya.

4.2.3 Profil Responden

Profil responden menunjukkan identitas responden mulai dari jenis kelamin dan tingkat semester responden. Profil responden perlu diketahui karena berkaitan dengan subjek penelitian yaitu mahasiswa jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu.

Jenis Kelamin Responden

Frekuensi responden menurut jenis kelamin, responden yang didapat ternyata sebagian besar adalah perempuan yakni, sebanyak 51 responden. Sedangkan, untuk laki-laki ada sebanyak 21 responden.

Tingkat Semester Responden

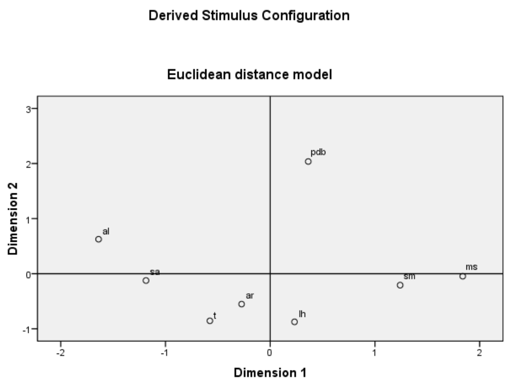
Frekuensi responden menurut tingkat semester. Penelitian menunjukan bahwa responden yang berada di semester enam berjumlah 34 responden juga dapat memberikan pendapat mengenai kemiripan antar pasangan mata kuliah. Peneliti menyimpulkan bahwa persepsi responden yang berada di semerter enam patut diperhitungkan meskipun ada beberapa mata kuliah belum diselesaikan dan sedang diambil pada semester genap ini. Selain itu, ditunjukan bahwa responden yang berada di semester delapan yang berjumlah 33 responden dianggap paling dapat memberikan pendapat mengenai kemiripan beberapa pasangan mata kuliah karena semua mata kuliah yang diamati dalam penelitian ini sudah diselesaikan oleh responden. Sisanya responden yang berada disemester sepuluh ada sebanyak 5 responden.

4.3 Analisa Hasil *Multidimensional Scaling*

4.3.1 Pengolahan dan Analisis Data Persepsi Kemiripan

Data persepsi kemiripan adalah berupa data nilai rata-rata dari jawaban responden terhadap tingkat persepsi perbandingan kemiripan terhadap 28 pasang mata kuliah. Adapun data ini didapatkan dari jawaban responden dengan menggunakan Skala Linkert dari nilai 1 smpai 4. Nilai 1 menunjukkan pasangan mata kuliah yang sangan tidak mirip hingga nilai 4 menunjukkan pasangan yang sangat mirip. Jawaban responden tersebut kemudian dibuat nilai rata-ratanya. Untuk perbandingan kemiripan mata kuliah dengan dirinya sendiri diberi nilai 5 yang menunjukkan bahwa pasangan itu pasti mirip.

Stress value yang dihasilkan dari pengolahan data persepsi kemiripan ini adalah sebesar 0.03163. Hal ini menunjukkan bahwa penggambaran koordinat dari setiap mata kuliah dalam *perceptual map* telah memiliki tingkat kesesuaian yang tinggi (mendekati 0/sempurna) dengan data perbandingan kemiripan antar Mata Kuliah. Nilai RSQ=0,99386 atau 99% ukuran kedekatan antar objek dapat dijelaskan oleh posisi objek pada peta yang dihasilkan, kondisi ini mendukung model semakin baik karena nilai RSQ>50%.



Gambar 4.1 *Perceptual Map* : Koordinat Mata Kuliah

Konfigurasi akhir dari posisi mata kuliah berdasarkan data kemiripan menurut persepsi responden berupa *perceptual map* yang dihasilkan dari Program *SPSS for windows Release 16.0* dapat dilihat pada gambar 4.1. Peta posisi tersebut menunjukkan posisi mata kuliah terhadap mata kuliah lain. Dari peta posisi tersebut dapat diketahui jarak yang mencerminkan tingkat kemiripan antar mata kuliah. Mata kuliah yang dipersepsikan mirip oleh responden mempunyai posisi yang saling berdekatan, sedangkan Mata Kuliah yang tidak mirip mempunyai posisi yang saling berjauhan. Berdasarkan hal tersebut dapat diperoleh analisa pengelompokan Mata Kuliah berdasarkan persepsi kemiripan pada *perceptual map*, yaitu:

- Kelompok pertama : al (Aljabar Linier) dan sa (Struktur Aljabar)
- Kelompok kedua : t (Topologi), ar (Analisis Real), dan lh (Logika dan Himpunan)
- Kelompok ketiga : sm (Statistika Matematika) dan ms (Metode Statistika)
- Kelompok keempat: pdb (Persamaan Differensial Biasa)

Kelompok satu terdiri atas mata kuliah Aljabar Linier dan Struktur Aljabar. Kedua mata kuliah ini dipersepsikan mirip oleh responden berdasarkan analisis *multidimensional scaling*. Kemiripan ini dapat dilihat dari materi yang diajarkan yakni mengenai aljabar.

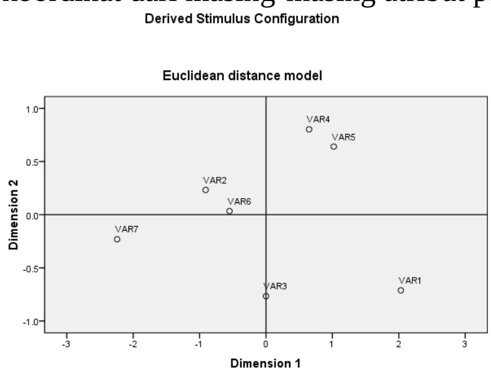
Kelompok kedua terdiri atas mata kuliah Topologi, Analisis Real, dan Logika dan Himpunan. Ketiga mata kuliah ini dipersepsikan mirip oleh responden berdasarkan analisis *multidimensional scaling*. Kemiripan ini dapat dilihat dari tingkat kesulitan materi. Mata kuliah Logika dan Himpunan merupakan dasar untuk mata kuliah lainnya. Untuk mata kuliah Analisis Real dan Topologi cenderung dianggap sulit oleh mahasiswa dalamn memahami setiap materi yang ada dalam mata kuliah tersebut.

Kelompok ketiga terdiri atas mata kuliah Statistika Matematika dan Metode Statistika. Kedua mata kuliah ini dipersepsikan miripa oleh responden berdasarkan analisis *multidimensional scaling*. Kemiripan mata kuliah ini dapat dilihat dari kesamaan materi yakni mengenai pengolahan data secar statistik. Statistika Dasar merupakan mata kuliah dasar untuk mempelajari Statistika Matematika.

Kelompok keempat hanya terdapat mata kuliah Persamaan Differensial Biasa. Mata kuliah Persamaan Differensial Biasa ini dipersepsikan oleh responden berbeda dengan mata kuliah lain yang diamati dalam penelitian ini berdasarkan analisis *multidimensional scaling*.

4.3.2 Pengolahan dan Analisis Data Preferensi

Data preferensi adalah berupa data ranking dari responden terhadap tingkat preferensi mengenai mata kuliah yang pernah dijalani sewaktu masa perkuliahan berdasarkan pertimbangan atribut-atribut mata kuliah yang diamati. Ranking tersebut dimulai dari ranking pertama untuk mata kuliah yang paling disukai hingga ranking terakhir, atau ranking ke-8, Analisis ini menghasilkan output berupa koordinat dari masing-masing atribut pada *perceptual map*.



Gambar 4.2 *Perceptual Map* : Koordinat Atribut

Penggambaran setiap koordinat dari setiap atribut pada *perceptual map* telah memmiliki tingkat kesesuaian yang tinggi. Hal ini dapat dilihat dari nilai STRESS dan *index of fit* (R^2) yang dicapai secara berturut-turut 0,00591 dan 0,99 (99%).

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, adapun kesimpulan dari penelitian ini adalah:

1. Suatu hasil analisis MDS menghasilkan hasil konfigurasi peta yang tepat digunakan alat ukur yaitu nilai STRESS dan *index of fit* (R^2) yang dicapai. Dalam penelitian ini nilai STRESS dan R^2 secara berturut-turut adalah 0.03163 dan 99%. Ini menunjukkan bahwa penggambaran koordinat dari setiap mata kuliah dalam *perceptual map* telah memiliki tingkat kesesuaian yang tinggi.
2. Berdasarkan letak kedekatan posisi mata kuliah dalam *perceptual map* yang dihasilkan dapat diperoleh analisa pengelompokan mata kuliah berdasarkan persepsi kemiripan, yaitu:
   - Kelompok pertama: Aljabar Linier dan Struktur Aljabar
   - Kelompok kedua: Topologi, Analisis Real, dan Logika dan Himpunan
   - Kelompok ketiga: Statistika Matematika dan Metode Statistika
   - Kelompok keempat: Persamaan Differensial Biasa

5.2 Saran

Perlu dilakukan kajian lebih lanjut untuk mengetahui faktor-faktor apa saja yang dapat memudahkan atau menyulitakan mahasiswa dalam memahami setiap materi dalam mata kuliah-mata kuliah yang diajarkan di Jurusan Matematika. Dapat dikaji lebih lanjut mengenai bagaimana keinginan mahasiswa dalam menjalani proses perkuliahan di jurusan matematika agar dapat lulus dengan nilai yang baik.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2010. *Analisis MDS*. http://www.wahana-statistika.com/analisis/analisis-multivariate/96-analisis-multidimensional-scalling-mds.html. 28 Januari.

Anonim. 2010. *Metode Analisis Data*. http://www.scribd.com/document_downloads/13405293?secret_password=&extension=pdf. 28 Januari.

Anonim. 2010. *Metodologi Penelitian*. http://www.scribd.com/document_downloads/15106559?secret_password=&extension=pdf. 15 Februari.

Cox, T. dan Cox M. 2001. *Multidimensional Scaling (Second Edition)*. Chapman & Hall/CRC. United States of America.

Groenen, P. dan Ingwer B. 2005. *Modern Multidimensional Scaling Theory and Application (Second Edition)*. Springer. United States of America.

Hair, J.F. *et al*. 1998. *Multivariate Analysis Fifth Edition*, New Jersey: Prentice-Hall Internasional.

Johnson, W. and Winchern, D. 1998. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jessey.

Lubis, I. 2008. *Kajian Metode Pengklasteran Hirarki Dengan Berbagai Pengukuran Jarak*. Skripsi pada Jurusan Matematika, Fakultas MIPA. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

Rencher, A. 2002. *Methods of Multivariate Analysis (Second Edition)*. Jhon Wiley & Sons. United States of America.

Simar, L. & Wolfgang H. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis (Second Edition)*. Springer. United states of America.

Singarimbun & Effendi.1987. *Metode Penelitian Survei*. Jakarta : LP3ES.

Soelaiman, Rully d.k.k. 2006. Aplikasi *Metode Surface Flattening Pada Pemetaan Tekstur*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember. http://www.its.ac.id/personal/files/pub/1989-rully-is-SNTI%202006%20-%20P01.pdf. 15 Februari.

Sugiyono. 2003. *Statistika untuk Penelitian*. Bandung : Alfabeta.

Sumarni, N. 2007. *Analisis Biplot Pengguna Beberapa Jenis Kartu Prabayar (Studi Kasus Mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Bengkulu)*. Skripsi pada Jurusan Matematika, Fakultas MIPA. Universitas Bengkulu. Tidak Dipublikasikan.

Walpole, R. E. 1995. *Pengantar Statistika*. Jakarta : Gramedia Pustaka Utama.

Winta, R. dan Nur I. 2005. *Analisis Posisi Plasa/Mall Di Surabaya Berdasarkan Persepsi dan Preferensi Masyarakat Kota Surabaya Dengan Metode Multidimensional Scaling.* Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember. http://www.google.co.id/url?sa=t&source=web&ct=res&cd=4&ved=0CA8QFjAD&url=http%3A%2F%2Fmmt.its.ac.id%2Flibrary%2Fwp-content%2Fuploads%2F2008%2F11%2Fmicrosoft-word-1-prosiding-rigo-hartono-b.pdf&rct=j&q=analisis+posisi+plasa%2Fmall&ei=yeuzS_SeEs9rAfxutCNBA&usg=AFQjCNHl340NrzmL6hrTc0ByORVOR_em-A. 18 Februari.

KAJIAN PROSEDUR *SUM-TO-ZERO* DAN *SET-TO-ZERO* DALAM RANCANGAN PERCOBAAN

Dwi Ayu Pritawaty[1], Sigit Nugroho[2], dan Jose Rizal[2]
[1]Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
[2]Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Pada model rancangan kadangkala diperoleh $r(\underline{X}) \leq k$ sehingga penduga parameter regresi tersebut dapat menggunakan persamaan $\underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-}\underline{X}'Y$. Selain menggunakan $\underline{\hat{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-}\underline{X}'Y$ yang mencari kebalikan umum dari $\underline{X}'\underline{X}$, beberapa hal yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan prosedur *Sum-to-Zero* atau prosedur *Set-to-Zero* pada parameternya. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis data yang tidak seimbang dengan kajian prosedur *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero*, menentukan penduga parameter serta prosedur uji Analisis Keragaman (ANAVA).

Kata Kunci: *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero*

PENDAHULUAN

Dalam statistik terdapat beberapa model yang dapat dipakai, salah satunya yaitu model linier. Model linier dapat dikelompokkan menjadi model kualitatif dan model kuantitatif. Model kualitatif meliputi model rancangan dan komponen dari model varian. Sedangkan model kuantitatif meliputi model linier secara umum dan model linier regresi [3].

Suatu percobaan merupakan suatu penelaahan ilmiah terencana yang dirancang untuk meneliti satu atau lebih populasi [9]. Rancangan percobaan merupakan bagian dari rancangan penelitian ilmiah. Rancangan percobaan dikenal juga sebagai rancangan lapangan [6].

Jenis-jenis rancangan percobaan dapat dikelompokkan berdasarkan rancangan dasar atau lingkungan dengan berbagai kombinasi pola percobaan diantaranya: keseimbangan jumlah ulangan, jumlah faktor yang diujikan dan pengacakan di lapangan. Pola percobaan berdasar keseimbangan jumlah ulangan dapat dibedakan menjadi dua yaitu seimbang (*complete*) dan tidak seimbang (*incomplete*) [1].

Kombinasi variabel tetap dan variabel random dalam model linear menghasilkan metode analisis yang berbeda. ANOVA (*Analysis of Variance*) memerlukan prasyarat varibel prediktor merupakan variabel tetap dan variabel respon terdiri dari variabel random.

Matriks (*matrix*) adalah jajaran empat persegi panjang dari bilangan-bilangan atau peubah acak. Bilangan-bilangan atau peubah acak-peubah acak dalam jajaran tersebut disebut entri dari matriks dan dapat juga diartikan kumpulan bilangan atau peubah acak disusun secara khusus dalam bentuk baris dan kolom sehingga membentuk empat persegi panjang atau bujur sangkar. Jika A adalah matriks bujur sangkar, dan jika terdapat matriks B yang ukurannnya sama sedemikian rupa sehingga $AB = BA = I$, maka A disebut dapat dibalik (*invertible*) dan B disebut sebagai kebalikan atau invers (*inverse*) dari A. Jika matiks B tidak memenuhi $AB = BA = I$, maka A dinyatakan sebagai matriks singular ([2]; [10]).

Secara aljabar model regresi linier dapat dituliskan dalam bentuk:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \cdots + \beta_{k-1} X_{ik-1} + \varepsilon_i, \qquad i = 1, \cdots, n \tag{1.1}$$

Misalkan:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_{1k-1} \\ 1 & x_2 & \cdots & x_{2k-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & \cdots & x_{nk-1} \end{bmatrix}, \quad \underline{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

Bentuk matriks dari model regresi linier dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\underline{Y}_{n\times 1} = \underline{X}_{n\times k}\, \underline{\beta}_{k\times 1} + \underline{\varepsilon}_{n\times 1} \tag{1.2}$$

di mana

$\underline{Y}$	:	Vektor pengamatan berukuran $n \times 1$
$\underline{X}$	:	Matriks konstanta yang diketahui atau matriks rancangan berukuran $n \times k$
$\underline{\beta}$	:	Vektor parameter yang tidak diketahui berukuran $k \times 1$
$\underline{\varepsilon}$	:	Vektor galat berukuran $n \times 1$

Matriks dari tipe (1.2) dapat digunakan untuk menggambarkan sembarang tipe dari model, seperti model rancangan, model regresi, serta model covarian.

Persamaan normal model linier pada persamaan (1.1) adalah:

$$\underline{X}'\underline{X}\hat{\underline{\beta}} = \underline{X}'\underline{Y} \tag{1.3}$$

Jika $r(\underline{X}) = k$, yang juga menunjukkan bahwa $r(\underline{X}'\underline{X}) = k$ dan $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel, maka solusi dari persamaan (1.3) diatas adalah:

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1}\underline{X}'\underline{Y} \tag{1.4}$$

Jika $r(\underline{X}) \leq k$, yang juga menunjukkan bahwa $r(\underline{X}'\underline{X}) \leq k$ dan $\underline{X}'\underline{X}$ tidak invertibel, maka solusi dari persamaan (1.3) diatas adalah:

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-}\underline{X}'\underline{Y} \tag{1.5}$$

di mana $(\underline{X}'\underline{X})^{-}$ adalah matriks kebalikan umum.

Pada model regresi linier diperoleh $r(\underline{X}) = k$ sehingga penduga parameter regresi dapat dicari dengan menggunakan persamaan (1.4). Prosedur Doo-Little dan Akar Kuadrat dapat digunakan selain untuk mencari penduga parameter regresi juga digunakan untuk analisis regresi yang lainnya.

Pada model rancangan, diperoleh $r(\underline{X}) \leq k$ sehingga penduga parameter regresi tersebut dapat menggunakan persamaan (1.5). Selain menggunakan (1.5) yang mencari kebalikan umum dari $\underline{X}'\underline{X}$, beberapa hal yang dapat dilakukan adalah dengan menggunakan prosedur Dekomposisi QR, *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero* pada parameternya.

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mempelajari dan menganalisis data dengan ulangan dari tiap kombinasi yang tidak sama dengan menggunakan kajian prosedur *Sum-to-Zero* dan prosedur *Set-to-Zero*, menentukan penduga parameter, dan prosedur uji Analisis Keragaman (ANAVA) dengan menggunakan bantuan Microsoft Excel dan SPSS versi 16.

RANCANGAN PERCOBAAN

Percobaan pada umumnya dilakukan untuk mendapatkan informasi tentang populasi. Informasi yang diperoleh tersebut dapat digunakan antara lain yaitu inferensia tentang parameter populasi, membuat keputusan tentang hipotesis yang telah dibuat, dan merencanakan riset berikutnya [9]. Oleh karena itu secara teoritis, percobaan diartikan sebagai tes [8] atau penyelidikan terencana untuk mendapatkan fakta baru [11], jelas bahwa tujuan percobaan adalah menjawab satu atau lebih pertanyaan untuk mendapatkan informasi maksimum.

a. Definisi Rancangan Percobaan

Rancangan percobaan dapat diartikan sebagai tes atau serangkaian tes dimana perubahan yang berarti dilakukan pada variabel dari suatu proses atau sistem sehingga dapat diamati dan diidentifikasi penyebab perubahan pada respon output [8]. Sedangkan menurut [7] rancangan percobaan merupakan hal yang sangat berhubungan dengan perencanaan penelitian untuk mendapatkan informasi maksimum dari bahan-bahan yang tersedia.

➢ **Struktur dari Rancangan Percobaan**

Rancangan percobaan terdiri dari dua struktur dasar yaitu struktur perlakuan (*Treatment structure)* dan struktur rancangan (*Design structure*) sebagai berikut:

1. Struktur Perlakuan (*Treatment structure)*

Struktur perlakuan terdiri dari set perlakuan, kombinasi perlakuan, atau populasi yang telah dipilih oleh peneliti untuk dipelajari atau dibandingkan. Struktur perlakuan yang berupa sekumpulan t perlakuan disebut sebagai struktur perlakuan satu arah (tunggal), bila terdiri dari sebuah set kombinasi perlakuan disebut dengan faktorial.

2. Struktur Rancangan (*Design structure*)

Struktur rancangan meliputi pengelompokan satuan-satuan percobaan dalam kelompok-kelompok yang homogen. Bila satuan percobaan relatif homogen maka tidak perlu dilakukan pengelompokan, tetapi bila tidak maka satuan-satuan percobaan yang homogen dimasukkan kedalam satu kelompok yang berbeda dengan kelompok lainnya.

➢ **Tiga Prinsip Utama dalam Rancangan Percobaan**

Prinsip utama suatu rancangan percobaan adalah ulangan, pengacakan, dan pengelompokan, seperti uraian berikut ini:

1. Ulangan

Ulangan adalah diterapkannya satu perlakuan kepada lebih dari satu satuan percobaan [5] atau frekuensi (banyaknya) suatu perlakuan yang diselidiki dalam suatu percobaan. Jumlah ulangan suatu perlakuan tergantung pada derajat ketelitian yang diinginkan oleh peneliti terhadap kesimpulan hasil percobaannya [4].

2. Pengacakan

Pengacakan adalah yang mendasari metode statistika dalam rancangan percobaan. Pengacakan adalah penerapan perlakuan kepada satuan percobaan sehingga semua atau setiap satuan percobaan mempunyai peluang yang sama untuk menerima suatu perlakuan. Konsep pengacakan ini berlaku juga untuk pengambilan subsampel atau penentuan satuan pengamatan.

3. Pengelompokan

Pengelompokan adalah teknik yang digunakan untuk meningkatkan ketelitian percobaan. Pengelompokan dilakukan kalau terdapat sumber keragaman yang dapat diketahui dan pengaruhnya dapat diperkirakan.

b. Analisis Varian (ANAVA)

Analisis varian (ANAVA) merupakan proses pembagian total keragaman pengamatan percobaan kedalam porsi sumber-sumber keragaman yang ada. Dari ANAVA dapat diduga keragaman populasi perlakuan dengan suatu kuantiti yang disebut Galat Percobaan (*Experimental Error*) yang menunjukkan besarnya keragaman yang tak terhitung [9].

- **Tipe ANAVA**

Pemilihan tipe ANAVA tergantung dari rancangan percobaan (*experiment design*) yang dipilih, antara lain:

1. ANAVA satu arah

Sampel dibagi menjadi beberapa kategori dan ulangan di mana kolom menyatakan kategori dan baris menyatakan ulangan.

2. ANAVA dua arah tanpa interaksi

Pada rancangan percobaaan dengan ANAVA jenis ini, setiap kategori mempunyai banyak blok yang sama, sehingga jika banyak kolom (k) dan banyak baris/blok (r), maka banyak data adalah $N = r\ x\ k$.

3. ANAVA dua arah dengan interaksi

Dalam kategori ini, terdapat blok/sub-kelompok di mana kolom dinyatakan dengan kategori-1 dan baris/ blok dinyatakan dengan kategori-2. Setiap blok diulang, satu sel berisi beberapa data .

- **Tabel ANAVA**

Untuk memudahkan perhitungan ANAVA pada struktur perlakuan dua arah dengan interaksi, dapat dibahas tabel ANAVA sebagai berikut:

Tabel 1. ANAVA Dua Arah dengan Interaksi

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F_{hitung}	F_{Tabel}
Baris	$t-1$	JKB	$KTB = \frac{JKB}{t-1}$	$\frac{KTB}{KTG}$	$F_{\alpha;t-1;n..-(tb)}$
Kolom	$b-1$	JKK	$KTK = \frac{JKK}{b-1}$	$\frac{KTK}{KTG}$	$F_{\alpha;b-1;n..-(tb)}$
Interaksi $[BK]$	$(t-1)(b-1)$	$JK[BK]$	$KT[BK] = \frac{JK[BK]}{(t-1)(b-1)}$	$\frac{KTK}{KT[BK]}$	$F_{\alpha;(t-1)(b-1);n..-(tb)}$
Galat	$n.. - (tb)$	JKG	$KTG = \frac{JKG}{n.. - (tb)}$		
Total	$n.. - 1$	JKT			

Efek interaksi diperoleh setelah setiap kolom (perlakuan) dan baris (blok) diulang. Interaksi dinyatakan sebagai perkalian baris dan kolom.

PROSEDUR *SUM-TO-ZERO* DAN *SET-TO-ZERO*

a. Model Struktur Perlakuan Dua Arah

Suatu bentuk model rata-rata yang digunakan untuk percobaan berfaktor pada rancangan acak lengkap dengan t taraf perlakuan pertama dan b taraf perlakuan ke dua adalah:

$$Y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk};\ i = 1,2,\cdots,t;\ j = 1,2,\cdots,s;\ k = 1,2,\cdots,n_{ij} \tag{3.1}$$

di mana:

Y_{ijk} : Nilai pengamatan yang memperoleh taraf ke-i perlakuan pertama, taraf ke-j perlakuan ke dua dan pada perulangan ke-k

μ_{ij}	:	Rataan pengaruh taraf ke-i perlakuan pertama dan taraf ke-j perlakuan ke dua
ε_{ijk}	:	Komponen galat ke-ijk

Model yang digunakan pada persamaan (3.1), disebut model rata-rata, dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_{111} \\ y_{112} \\ \vdots \\ y_{11n_{11}} \\ y_{121} \\ \vdots \\ y_{12n_{12}} \\ \vdots \\ y_{1b1} \\ \vdots \\ y_{1bn_{1b}} \\ y_{211} \\ \vdots \\ y_{21n_{21}} \\ \vdots \\ y_{ib1} \\ \vdots \\ y_{ibn_{ib}} \end{bmatrix}_{n_{..}\times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{n_{..}\times ts} \begin{bmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \vdots \\ \mu_{1b} \\ \mu_{21} \\ \vdots \\ \mu_{ts} \end{bmatrix}_{ts\times 1} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \vdots \\ \varepsilon_{11n_{11}} \\ \varepsilon_{121} \\ \vdots \\ \varepsilon_{12n_{12}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1b1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1bn_{1b}} \\ \varepsilon_{211} \\ \vdots \\ \varepsilon_{21n_{21}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ib1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ibn_{ib}} \end{bmatrix}_{n_{..}\times 1}$$

Bila dituliskan dalam model pengaruh perlakuan, persamaan (3.1) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk};\ i = 1,2,\cdots,t;\ j = 1,2,\cdots,b;\ k = 1,2,\cdots,n_{ij} \tag{3.2}$$

di mana:

Y_{ijk}	:	Nilai pengamatan yang memperoleh taraf ke-i perlakuan pertama, taraf ke-j perlakuan ke dua pada perulangan ke-k
μ	:	Rataan umum
τ_i	:	Pengaruh taraf ke-i perlakuan pertama
β_j	:	Pengaruh taraf ke-j perlakuan ke dua
γ_{ij}	:	Pengaruh interaksi taraf ke-i perlakuan pertama dan taraf ke-j perlakuan ke dua
ε_{ijk}	:	Komponen galat ke-ijk

Bentuk matriks dari model pengaruh dua arah adalah

$$
\begin{bmatrix} y_{111} \\ y_{112} \\ \vdots \\ y_{11n_{11}} \\ y_{121} \\ \vdots \\ y_{12n_{12}} \\ \vdots \\ y_{1b1} \\ \vdots \\ y_{1bn_{1b}} \\ y_{211} \\ \vdots \\ y_{21n_{21}} \\ \vdots \\ y_{ib1} \\ \vdots \\ y_{ibn_{ib}} \end{bmatrix}_{n_{..}\times 1}
=
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1
\end{bmatrix}_{n_{..}\times(t+1)(b+1)}
\begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_t \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_b \\ \gamma_{11} \\ \gamma_{12} \\ \vdots \\ \gamma_{1b} \\ \gamma_{21} \\ \vdots \\ \gamma_{tb} \end{bmatrix}_{(t+1)(b+1)\times 1}
+
\begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \vdots \\ \varepsilon_{11n_{11}} \\ \varepsilon_{121} \\ \vdots \\ \varepsilon_{12n_{12}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1b1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1bn_{1b}} \\ \varepsilon_{211} \\ \vdots \\ \varepsilon_{21n_{21}} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ib1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ibn_{ib}} \end{bmatrix}_{n_{..}\times 1}
$$

b. Metode Kuadrat Terkecil

Tahapan selanjutnya pada analisis adalah mendapatkan estimasi parameter $\underline{\beta}$. Metode kuadrat terkecil dapat digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter dari model. Untuk menggunakan metode ini, asumsikan bahwa model dapat dibentuk sebagai berikut:

$$y_i = f\left(x_i; \underline{\beta}\right) + \varepsilon_i;\ i = 1,2,\cdots,n \tag{3.3}$$

di mana $f\left(x_i; \underline{\beta}\right)$ adalah fungsi dari vektor dari variabel rancangan yang diindikasikan dengan x_i dan tergantung pada parameret $\underline{\beta}$. Estimasi kuadrat terkecil dari $\underline{\beta}$ biasanya dinotasikan dengan $\underline{\hat{\beta}}$, yaitu melalui $\underline{\beta}$ yang meminimumkan:

$$SS\left(\underline{\beta}\right) = \sum_{i=1}^{n} \left[y_i - f\left(x_i; \underline{\beta}\right)\right]^2 \tag{3.4}$$

Jika asumsi model pada persamaan (3.3) adalah $\varepsilon_i \sim iid\ N(0,\sigma^2);\ i = 1,2,\cdots,n$, maka estimasi kuadrat terkecil dari $\underline{\beta}$ juga merupakan estimasi maksimum likelihood.

Fungsi model untuk model rata-rata pada persamaan (3.1) dari struktur perlakuan dua arah pada rancangan acak lengkap adalah:

$$f\left(x_{ijk}; \underline{\beta}\right) = \mu_{ij};\ i = 1,2,\cdots,t;\ j = 1,2,\cdots,b;\ k = 1,2,\cdots,n_{ij}$$

Estimasi kuadrat terkecil dari μ_{ij} adalah nilai $\hat{\mu}_{11},\cdots,\hat{\mu}_{ib}$ dicari dengan meminimumkan persamaan berikut:

$$SS\left(\underline{\mu}\right) = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n_{ij}} \left(Y_{ijk} - \mu_{ij}\right)^2 \tag{3.5}$$

Fungsi model untuk model pengaruh dari struktur perlakuan dua arah pada rancangan acak lengkap adalah:

$$f\left(x_{ijk}; \underline{\beta}\right) = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{ij};\ i = 1,2,\cdots,t;\ j = 1,2,\cdots,b;\ k = 1,2,\cdots,n_{ij}$$

Estimasi kuadrat terkecil dari $\mu, \tau_i, \underline{\beta_j}$, dan γ_{ij} dicari dengan meminimumkan persamaan berikut:

$$SS(\mu, \tau_i, \beta_j, \gamma_{ij}) = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n_{ij}}\left(Y_{ijk} - \mu - \tau_i - \beta_j - \gamma_{ij}\right)^2$$

Pada umumnya, model dapat dituliskan dalam bentuk matriks dari persamaan (1.1), dan estimasi kuadrat terkecil dari $\underline{\beta}$ adalah nilai $\hat{\underline{\beta}}$, yaitu melalui $\underline{\beta}$ yang meminimumkan:

$$SS\left(\underline{\beta}\right) = \left(\underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}\right)'\left(\underline{Y} - \underline{X}\underline{\beta}\right) \tag{3.6}$$

Matriks rancangan $\underline{X}$, pada model (3.1) berukuran $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij} \times ts$ dengan $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij} > ts$ dan $r\left(\underline{X}\right) = ts$, yang juga menunjukkan bahwa $r\left(\underline{X}'\underline{X}\right) = ts$ dengan demikian $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel.

Namun matriks rancangan $\underline{X}$, pada model (3.2) berukuran $\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{b} n_{ij} \times (t+1)(b+1)$ dengan $r\left(\underline{X}\right) < (t+1)(b+1)$, yang juga menunjukkan bahwa $r\left(\underline{X}'\underline{X}\right) < (t+1)(b+1)$ yang berakibat $\underline{X}'\underline{X}$ tidak invertibel. Agar $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel, dilakukan dengan cara mengurangi sebanyak kolom yang terpaut linier, diantaranya dilakukan dengan menggunakan prosedur *Sum-to-Zero* atau prosedur *Set-to-Zero* sebagai berikut:

- **Prosedur *Sum-to-Zero***

Prosedur *Sum-to-Zero* adalah suatu teknik yang menggunakan asumsi bahwa jumlah pengaruh parameter sama dengan nol. Prosedur ini selanjutnya digunakan untuk membuat persamaan normal yang dianalisis. Untuk model pengaruh dua arah, pembatasan prosedur *Sum-to-Zero* adalah sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^{t}\tau_i = 0 \text{ atau } \tau_t = -\sum_{i=1}^{t-1}\tau_i \tag{3.7}$$

$$\sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0 \text{ atau } \beta_b = -\sum_{j=1}^{b-1}\beta_j \tag{3.8}$$

$$\sum_{i=1}^{t}\gamma_{ij} = 0 \text{ atau } \gamma_{it} = -\sum_{i=1}^{t-1}\gamma_{ij}\,; \quad j = 1,2,\cdots,b \tag{3.9}$$

$$\sum_{j=1}^{b}\gamma_{ij} = 0 \text{ atau } \gamma_{bj} = -\sum_{j=1}^{b-1}\gamma_{ij}\,; \quad i = 1,2,\cdots,t \tag{3.10}$$

Agar $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel, dilakukan dengan cara mengurangi sebanyak kolom yang terpaut linier ($\underline{X}^*$) sehinga persamaan (1.2) pada prosedur *Sum-to-Zero* dapat ditulis kembali dalam bentuk sebagai berikut:

$$\underline{Y} = \underline{X}^*\underline{\beta}^* + \underline{\varepsilon} \tag{3.11}$$

di mana $\underline{X}^*$ invertibel.

Metode kuadrat terkecil digunakan untuk mencari penduga $\hat{\underline{\beta}}^*$ dari parameter $\underline{\beta}^*$ pada persamaan (3.11) yang diperoleh dengan meminimumkan jumlah kuadrat

$$\begin{aligned} SS\left(\underline{\beta}^*\right) &= \left(\underline{Y} - \underline{X}^*\underline{\beta}^*\right)'\left(\underline{Y} - \underline{X}^*\underline{\beta}^*\right) \\ &= \left(\underline{Y}' - \underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\right)\left(\underline{Y} - \underline{X}^*\underline{\beta}^*\right) \end{aligned}$$

$$= \underline{Y}'\underline{Y} - \underline{Y}'\underline{X}^*\underline{\beta}^* - \underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{Y} + \underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^*$$
$$= \underline{Y}'\underline{Y} - 2\underline{X}^*\underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{y} + \underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^* \quad (3.12)$$

Karena $\underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{Y}$ adalah suatu matrik berukuran 1×1 atau suatu skalar, maka $\left(\underline{\beta}^{*'}\underline{X}^{*'}\underline{Y}\right)' = \underline{Y}'\underline{X}^*\underline{\beta}^*$. Kemudian $SS\left(\underline{\beta}^*\right)$ diturunkan terhadap $\underline{\beta}^*$ dan disamakan dengan nol, maka diperoleh:

$$\frac{\partial SS\left(\underline{\beta}^*\right)}{\partial \underline{\beta}^*} = 0 - 2\underline{X}^{*'}\underline{Y} + 2\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^* = 0$$
$$= -2\underline{X}^{*'}\underline{Y} + 2\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^* \quad = 0$$
$$= -\underline{X}^{*'}\underline{Y} + \underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^* \quad = 0 \quad (3.13)$$

Melalui penyederhanaan, persamaan (3.13) akan menjadi persamaan normal kuadrat terkecil, yaitu:

$$\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\underline{\beta}^* = \underline{X}^{*'}\underline{Y} \quad (3.14)$$

Oleh karena $\underline{X}^{*'}\underline{X}^*$ non-singular maka $\underline{X}^{*'}\underline{X}^*$ memiliki invers. Oleh karena itu, persamaan normal (3.14), dikalikan dengan $\left(\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\right)^{-1}$ dikedua sisi persamaan tersebut. Sehingga diperoleh estimasi kuadrat terkecil untuk $\underline{\hat{\beta}}^*$ dari solusi persamaan normal untuk prosedur *Sum-to-Zero* yaitu:

$$\underline{\hat{\beta}}^* = \left(\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\right)^{-1}\underline{X}^{*'}\underline{Y} \quad (3.15)$$

Hubungan untuk parameter model pengaruh μ_{ij}, parameter $\mu^*, \tau_i^*, \beta_i^*$, dan γ_{ij}^* dapat dipilih untuk memenuhi prosedur *Sum-to-Zero* dengan definisi sebagai berikut:

$$\mu^* = \bar{\mu}_{..},$$
$$\tau_i^* = \bar{\mu}_{i.} - \bar{\mu}_{..},$$
$$\beta_j^* = \bar{\mu}_{.j} - \bar{\mu}_{..}, \text{ dan}$$
$$\gamma_{ij}^* = \mu_{ij} - \bar{\mu}_{i.} - \bar{\mu}_{.j} + \bar{\mu}_{..} \quad (3.16)$$

- **Prosedur *Set-to-Zero***

Agar $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel, dilakukan dengan cara mengurangi sebanyak kolom yang terpaut linier, selain dengan menggunakan prosedur *Sum-to-Zero* ada teknik lainnya yang sering digunakan yaitu prosedur *Set-to-Zero* dengan $r\left(\underline{X}'\underline{X}\right) = t + b + 2$. Model pengaruh dua arah pada prosedur *Set-to-Zero* adalah sebagai berikut:

$$\tau_t = 0 \quad (3.17)$$
$$\beta_j = 0 \quad (3.18)$$
$$\gamma_{it} = 0\,; i = 1,2,\cdots,t \quad (3.19)$$
$$\gamma_{bj} = 0\,; j = 1,2,\cdots,b \quad (3.20)$$

Hasil model ini diperoleh dengan menggabungkan pembatasan dalam model pengaruh dua arah dengan gambaran bahwa $\underline{Y} = \underline{X}^+\underline{\beta}^+ + \underline{\varepsilon}$. Matriks $\underline{X}^+$ didapatkan dari matriks rancangan penuh dari model pengaruh dua arah.

Solusi persamaan normal prosedur *Set-to-Zero* adalah:

$$\underline{\hat{\beta}}^+ = \left(\underline{X}^{+'}\underline{X}^+\right)^{-1}\underline{X}^{+'}\underline{Y} \quad (3.21)$$

Hubungan prosedur *Set-to-Zero* untuk parameter model pengaruh μ_{ij}, parameter $\mu^+, \tau_i^+, \beta_i^+$, dan γ_{ij}^+ didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mu^+ &= \mu_{tb},\\ \tau_i^+ &= \mu_{ib} - \mu_{tb},\\ \beta_j^+ &= \mu_{tj} - \mu_{tb}, \text{ dan}\\ \gamma_{ij}^+ &= \mu_{ij} - \mu_{tj} - \mu_{ib} + \mu_{tb}\end{aligned} \tag{3.22}$$

TELADAN PENERAPAN DAN PEMBAHASAN

a. Teladan Penerapan

Untuk lebih memahami materi mengenai prosedur *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero* dalam menentukan penduga parameter diberikan teladan penerapan yang diperoleh dari buku berjudul "Analysis Of Messy Data Volume 1 Designed Experiments" karangan Milliken and Johnson (2009: 180) berupa analisis data yang tidak seimbang dengan struktur perlakuan dua arah. Adapun data tersebut yaitu :

Tabel 2 Analisis Data yang Tidak Seimbang

Row Treatment	Column Treatment		
	1	2	3
1	15 13	22 19	18 20
2	19	24 26	
3	21 22	27	23 23

b. Pembahasan

Model Rata-Rata

$$Y_{ijk} = \mu_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

dari data pada teladan pesamaan model rata-rata dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix}15\\13\\22\\19\\18\\20\\19\\24\\26\\21\\22\\27\\23\\23\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&0&0&0&0&0&0&0\\1&0&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&0&0\\0&0&0&1&0&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&1&0&0\\0&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&1\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\mu_{11}\\\mu_{12}\\\mu_{13}\\\mu_{21}\\\mu_{22}\\\mu_{31}\\\mu_{32}\\\mu_{33}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{121}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{132}\\\varepsilon_{133}\\\varepsilon_{133}\end{bmatrix}$$

diperoleh penduga $\underline{\hat{\beta}}$ untuk model rata-rata sebagai berikut:

$$\underline{\hat{\beta}} = \left(\underline{X}^{'}\underline{X}\right)^{-1}\left(\underline{X}^{'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_{11} \\ \hat{\mu}_{12} \\ \hat{\mu}_{13} \\ \hat{\mu}_{21} \\ \hat{\mu}_{22} \\ \hat{\mu}_{31} \\ \hat{\mu}_{32} \\ \hat{\mu}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 20{,}5 \\ 19 \\ 19 \\ 25 \\ 21{,}5 \\ 27 \\ 23 \end{bmatrix}$$

Model Pengaruh

$$Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

dari data pada teladan pesamaan model rata-rata dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 22 \\ 19 \\ 18 \\ 20 \\ 19 \\ 24 \\ 26 \\ 21 \\ 22 \\ 27 \\ 23 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \gamma_{11} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{21} \\ \gamma_{22} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{32} \\ \gamma_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{121} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{132} \\ \varepsilon_{133} \\ \varepsilon_{133} \end{bmatrix}$$

Dapat dilihat bahwa kolom atau baris pertama matriks $\underline{X}$ merupakan kombinasi linier dari tiga kolom atau baris berikutnya $(2, 3, \text{dan } 4)$ atau tiga kolom atau baris berikutnya $(5, 6, \text{dan } 7)$ atau 8 kolom atau baris berikutnya, maka $r(\underline{X}) < 14$. Dengan demikian determinan $(\underline{X}'\underline{X}) = 0$.

Dari hasil di atas diketahui bahwa matrikis tersebut singular dan tidak invertibel. Agar $\underline{X}'\underline{X}$ invertibel, dilakukan dengan cara mengurangi sebanyak kolom yang terpaut linier, diantaranya dilakukan dengan menggunakan prosedur *Sum-to-Zero* atau prosedur *Set-to-Zero*.

➢ **Prosedur *Sum-to-Zero***

Prosedur *Sum-to-Zero* (A_1)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\sum_{i=1}^{3}\tau_i = 0, \qquad \sum_{j=1}^{3}\beta_j = 0, \qquad \sum_{i=1}^{3}\gamma_{ij} = \sum_{j=1}^{3}\gamma_{ij} = 0$$

Maka matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^*$ berukuran 8 kolom, sehingga:

$$\begin{bmatrix}15\\13\\22\\19\\18\\20\\19\\24\\26\\21\\22\\27\\23\\23\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&-1&-1&-1&-1&1&1&1\\1&-1&-1&-1&-1&1&1&1\\1&-1&-1&1&0&-1&-1&0\\1&-1&-1&0&1&-1&-1&0\\1&-1&-1&0&1&0&0&-1\\1&-1&-1&-1&-1&0&0&-1\\1&1&0&-1&-1&-1&0&0\\1&1&0&1&0&1&0&0\\1&1&0&1&0&1&0&0\\1&0&1&0&1&0&-1&-1\\1&0&1&-1&-1&0&-1&-1\\1&0&1&-1&-1&0&1&0\\1&0&1&0&1&0&0&1\\1&0&1&0&1&0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu^*\\\tau_2^*\\\tau_3^*\\\beta_2^*\\\beta_3^*\\\gamma_{22}^*\\\gamma_{32}^*\\\gamma_{33}^*\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{121}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{132}\\\varepsilon_{133}\\\varepsilon_{133}\end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^*) = 8$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^*$ saling bebas linier. Nilai penduga $\hat{\underline{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\underline{\beta}}^* = \left(\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\right)^{-1}\left(\underline{X}^{*'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix}\hat{\mu}^*\\\hat{\tau}_2^*\\\hat{\tau}_3^*\\\hat{\beta}_2^*\\\hat{\beta}_3^*\\\hat{\gamma}_{22}^*\\\hat{\gamma}_{32}^*\\\hat{\gamma}_{33}^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}22{,}2864\\-0{,}8388\\3{,}9117\\5{,}0562\\-1{,}8319\\-2{,}2308\\3{,}0463\\-1{,}8405\end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\tau}_1^* = -\hat{\tau}_2^* - \hat{\tau}_3^* = -(-0{,}8388) - (3{,}9117) = -3{,}0789$$
$$\hat{\beta}_1^* = -\hat{\beta}_2^* - \hat{\beta}_3^* = -(5{,}0562) - (-1{,}8319) = -3{,}2243$$
$$\hat{\gamma}_{21}^* = -\hat{\gamma}_{22}^* = -(-2{,}2308) = 2{,}2308$$
$$\hat{\gamma}_{31}^* = -\hat{\gamma}_{32}^* - \hat{\gamma}_{33}^* = -(3{,}0463) - (-1{,}8405) = -1{,}2058$$
$$\hat{\gamma}_{12}^* = -\hat{\gamma}_{22}^* - \hat{\gamma}_{32}^* = -(-2{,}2308) - (3{,}0463) = -0{,}8155$$
$$\hat{\gamma}_{13}^* = -\hat{\gamma}_{33}^* = -(-1{,}8405) = 1{,}8405$$
$$\hat{\gamma}_{11}^* = \hat{\gamma}_{22}^* + \hat{\gamma}_{32}^* + \hat{\gamma}_{33}^* = (-2{,}2308) + (3{,}0463) + (-1{,}8405) = -1{,}025$$

Prosedur *Sum-to-Zero* (A_2)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\sum_{i=1}^{3} \tau_i = 0, \qquad \sum_{j=1}^{3} \beta_j = 0, \qquad \sum_{i=1}^{3} \gamma_{ij} = \sum_{j=1}^{3} \gamma_{ij} = 0$$

Maka matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^*$ berukuran 9 kolom, sehingga:

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 22 \\ 19 \\ 18 \\ 20 \\ 19 \\ 24 \\ 26 \\ 21 \\ 22 \\ 27 \\ 23 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^* \\ \tau_1^* \\ \tau_3^* \\ \beta_1^* \\ \beta_3^* \\ \gamma_{11}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{31}^* \\ \gamma_{33}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{121} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{132} \\ \varepsilon_{133} \\ \varepsilon_{133} \end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^*) = 9$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^*$ saling bebas linier. Nilai penduga $\hat{\underline{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\underline{\beta}}^* = \left(\underline{X}^{*'} \underline{X}^*\right)^{-1} \left(\underline{X}^{*'} \underline{Y}\right) \hat{=} \begin{bmatrix} \hat{\mu}^* \\ \hat{\tau}_1^* \\ \hat{\tau}_3^* \\ \hat{\beta}_1^* \\ \hat{\beta}_3^* \\ \hat{\gamma}_{11}^* \\ \hat{\gamma}_{13}^* \\ \hat{\gamma}_{31}^* \\ \hat{\gamma}_{33}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21{,}9574 \\ -2{,}7752 \\ 4{,}2132 \\ -2{,}9302 \\ -2{,}2326 \\ -1{,}5194 \\ 2{,}3992 \\ -1{,}3566 \\ -0{,}9380 \end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\tau}_2^* = -\hat{\tau}_1^* - \hat{\tau}_3^* = -(-2{,}7752) - (4{,}2132) = -1{,}4380$$
$$\hat{\beta}_2^* = -\hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_3^* = -(-2{,}9302) - (-2{,}2326) = 5{,}1628$$
$$\hat{\gamma}_{12}^* = -\hat{\gamma}_{11}^* - \hat{\gamma}_{13}^* = -(-1{,}5194) - (2{,}3992) = -0{,}8798$$
$$\hat{\gamma}_{32}^* = -\hat{\gamma}_{31}^* - \hat{\gamma}_{33}^* = -(-1{,}3566) - (-0{,}9380) = 2{,}2946$$
$$\hat{\gamma}_{21}^* = -\hat{\gamma}_{11}^* - \hat{\gamma}_{31}^* = -(-1{,}5194) - (-1{,}3566) = 2{,}8760$$
$$\hat{\gamma}_{22}^* = \hat{\gamma}_{11}^* + \hat{\gamma}_{13}^* + \hat{\gamma}_{31}^* + \hat{\gamma}_{33}^*$$
$$= (-1{,}5194) + 2{,}3992 + (-1{,}3566) + (-0{,}9380) = -1{,}4148$$

Prosedur *Sum-to-Zero* (A_3)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\sum_{i=1}^{3}\tau_i = 0, \qquad \sum_{j=1}^{3}\beta_j = 0, \qquad \sum_{i=1}^{3}\gamma_{ij} = \sum_{j=1}^{3}\gamma_{ij} = 0$$

Maka matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^*$ berukuran 9 kolom, sehingga:

$$\begin{bmatrix}15\\13\\22\\19\\18\\20\\19\\24\\26\\21\\22\\27\\23\\23\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&1&0&1&0&1&0&0&0\\1&1&0&1&0&1&0&0&0\\1&1&0&0&1&0&1&0&0\\1&1&0&-1&-1&0&1&0&0\\1&1&0&-1&-1&-1&-1&0&0\\1&1&0&1&0&-1&-1&0&0\\1&0&1&1&0&0&0&1&0\\1&0&1&0&1&0&0&0&1\\1&0&1&0&1&0&0&0&1\\1&-1&-1&-1&-1&-1&0&-1&0\\1&-1&-1&1&0&-1&0&-1&0\\1&-1&-1&1&0&0&-1&0&-1\\1&-1&-1&-1&-1&1&1&1&1\\1&-1&-1&-1&-1&1&1&1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mu^*\\\tau_1^*\\\tau_2^*\\\beta_1^*\\\beta_2^*\\\gamma_{11}^*\\\gamma_{12}^*\\\gamma_{21}^*\\\gamma_{22}^*\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{111}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{112}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{113}\\\varepsilon_{121}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{122}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{131}\\\varepsilon_{132}\\\varepsilon_{133}\\\varepsilon_{133}\end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^*) = 9$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^*$ saling bebas linier. Nilai penduga $\underline{\hat{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\underline{\hat{\beta}}^* = \left(\underline{X}^{*'}\underline{X}^*\right)^{-1}\left(\underline{X}^{*'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix}\hat{\mu}^*\\\hat{\tau}_1^*\\\hat{\tau}_2^*\\\hat{\beta}_1^*\\\hat{\beta}_2^*\\\hat{\gamma}_{11}^*\\\hat{\gamma}_{12}^*\\\hat{\gamma}_{21}^*\\\hat{\gamma}_{22}^*\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}21{,}9574\\-2{,}7752\\-1{,}4380\\-2{,}9302\\5{,}1628\\-1{,}5194\\-0{,}8798\\2{,}8760\\-1{,}4147\end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\tau}_3^* = -\hat{\tau}_1^* - \hat{\tau}_2^* = -(-2{,}7752) - (-1{,}4380) = 4{,}2132$$
$$\hat{\beta}_3^* = -\hat{\beta}_1^* - \hat{\beta}_2^* = -(-2{,}9302) - (5{,}1628) = -2{,}2326$$
$$\hat{\gamma}_{13}^* = -\hat{\gamma}_{11}^* - \hat{\gamma}_{12}^* = -(-1{,}5194) - (-0{,}8798) = 2{,}3992$$
$$\hat{\gamma}_{31}^* = -\hat{\gamma}_{11}^* - \hat{\gamma}_{21}^* = -(-1{,}5194) - (2{,}8760) = -1{,}3566$$
$$\hat{\gamma}_{32}^* = -\hat{\gamma}_{12}^* - \hat{\gamma}_{22}^* = -(-0{,}8798) - (-1{,}4147) = 2{,}2945$$
$$\hat{\gamma}_{33}^* = \hat{\gamma}_{11}^* + \hat{\gamma}_{12}^* + \hat{\gamma}_{21}^* + \hat{\gamma}_{22}^*$$
$$= (-1{,}5194) + (-0{,}8798) + 2{,}8760 + (-1{,}4147) = -0{,}6702$$

➢ **Prosedur *Set-to-Zero***

Prosedur *Set-to-Zero* (A_1)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\tau_i = 0, \qquad \beta_j = 0, \qquad \gamma_{it} = \gamma_{bj} = 0$$

Sehingga matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^+$ berukuran 8 kolom:

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 22 \\ 19 \\ 18 \\ 20 \\ 19 \\ 24 \\ 26 \\ 21 \\ 22 \\ 27 \\ 23 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^+ \\ \tau_2^+ \\ \tau_3^+ \\ \beta_2^+ \\ \beta_3^+ \\ \gamma_{22}^+ \\ \gamma_{32}^+ \\ \gamma_{33}^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{121} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{132} \\ \varepsilon_{133} \\ \varepsilon_{133} \end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^+) = 8$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^+$ saling bebas linier. Nilai penduga $\hat{\underline{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(\underline{X}^{+'}\underline{X}^{+}\right)^{-1}\left(\underline{X}^{+'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix} \hat{\mu}^+ \\ \hat{\tau}_2^+ \\ \hat{\tau}_3^+ \\ \hat{\beta}_2^+ \\ \hat{\beta}_3^+ \\ \hat{\gamma}_{22}^+ \\ \hat{\gamma}_{32}^+ \\ \hat{\gamma}_{33}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16{,}4118 \\ 2{,}5882 \\ 4{,}3529 \\ 5{,}5882 \\ 1{,}4706 \\ 0{,}4118 \\ 6{,}2353 \\ 0{,}7647 \end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ pada prosedur *Set-to-Zero* adalah sebagai berikut:

$\hat{\tau}_1^+ = 0$ $\qquad$ $\hat{\beta}_1^+ = 0$

$\hat{\gamma}_{21}^+ = 0$ $\qquad$ $\hat{\gamma}_{31}^+ = 0$

$\hat{\gamma}_{12}^+ = 0$ $\qquad$ $\hat{\gamma}_{13}^+ = 0$

$\hat{\gamma}_{11}^+ = 0$

Prosedur *Set-to-Zero* (A_2)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\tau_i = 0 \qquad \beta_j = 0 \qquad \gamma_{it} = \gamma_{bj} = 0$$

Sehingga matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^+$ berukuran 9 kolom:

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 22 \\ 19 \\ 18 \\ 20 \\ 19 \\ 24 \\ 26 \\ 21 \\ 22 \\ 27 \\ 23 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^+ \\ \tau_1^+ \\ \tau_3^+ \\ \beta_1^+ \\ \beta_3^+ \\ \gamma_{11}^+ \\ \gamma_{13}^+ \\ \gamma_{31}^+ \\ \gamma_{33}^+ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{121} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{132} \\ \varepsilon_{133} \\ \varepsilon_{133} \end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^+) = 9$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^+$ saling bebas linier. Nilai penduga $\hat{\underline{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(\underline{X}^{+'}\underline{X}^+\right)^{-1}\left(\underline{X}^{+'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix} \hat{\mu}^+ \\ \hat{\tau}_1^+ \\ \hat{\tau}_3^+ \\ \hat{\beta}_1^+ \\ \hat{\beta}_3^+ \\ \hat{\gamma}_{11}^+ \\ \hat{\gamma}_{13}^+ \\ \hat{\gamma}_{31}^+ \\ \hat{\gamma}_{33}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24{,}5000 \\ -1{,}5000 \\ 7{,}0000 \\ -4{,}5000 \\ -5{,}0000 \\ -4{,}5000 \\ 0{,}7500 \\ -5{,}2500 \\ -3{,}5000 \end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ pada prosedur *Set-to-Zero* adalah sebagai berikut:

$$\hat{\tau}_2^+ = 0 \qquad \hat{\beta}_2^+ = 0 \qquad \hat{\gamma}_{12}^+ = 0$$
$$\hat{\gamma}_{32}^+ = 0 \qquad \hat{\gamma}_{21}^+ = 0 \qquad \hat{\gamma}_{22}^+ = 0$$

Prosedur *Set-to-Zero* (A_3)

Agar estimasi vektor parameter $\underline{\beta}$ dapat dihitung, perlu dilakukan reparameterisasi dengan memberikan batasan:

$$\tau_i = 0 \qquad \beta_j = 0 \qquad \gamma_{it} = \gamma_{bj} = 0$$

Sehingga matriks $\underline{X}$ yang berukuran 15 kolom berkurang menjadi matriks $\underline{X}^{+}$ berukuran 9 kolom:

$$\begin{bmatrix} 15 \\ 13 \\ 22 \\ 19 \\ 18 \\ 20 \\ 19 \\ 24 \\ 26 \\ 21 \\ 22 \\ 27 \\ 23 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu^{+} \\ \tau_1^{+} \\ \tau_2^{+} \\ \beta_1^{+} \\ \beta_2^{+} \\ \gamma_{11}^{+} \\ \gamma_{12}^{+} \\ \gamma_{21}^{+} \\ \gamma_{22}^{+} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{111} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{112} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{113} \\ \varepsilon_{121} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{122} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{131} \\ \varepsilon_{132} \\ \varepsilon_{133} \\ \varepsilon_{133} \end{bmatrix}$$

$r(\underline{X}^{+}) = 9$ karena kolom-kolom matriks $\underline{X}^{+}$ saling bebas linier. Nilai penduga $\hat{\underline{\beta}}$ sebagai berikut:

$$\hat{\underline{\beta}} = \left(\underline{X}^{+'}\underline{X}^{+}\right)^{-1}\left(\underline{X}^{+'}\underline{Y}\right) = \begin{bmatrix} \hat{\mu}^{+} \\ \hat{\tau}_1^{+} \\ \hat{\tau}_2^{+} \\ \hat{\beta}_1^{+} \\ \hat{\beta}_2^{+} \\ \hat{\gamma}_{11}^{+} \\ \hat{\gamma}_{12}^{+} \\ \hat{\gamma}_{21}^{+} \\ \hat{\gamma}_{22}^{+} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15{,}7479 \\ -2{,}1017 \\ 32{,}0000 \\ -1{,}1590 \\ 4{,}6619 \\ -7{,}2692 \\ -3{,}2116 \\ -32{,}0000 \\ -64{,}0000 \end{bmatrix}$$

diperoleh penduga untuk elemen tetap dari $\underline{\beta}$ pada prosedur *Set-to-Zero* adalah sebagai berikut:

$\hat{\tau}_3^{+} = 0$ $\qquad$ $\hat{\beta}_3^{+} = 0$ $\qquad$ $\hat{\gamma}_{13}^{+} = 0$

$\hat{\gamma}_{31}^{+} = 0$ $\qquad$ $\hat{\gamma}_{32}^{+} = 0$ $\qquad$ $\hat{\gamma}_{33}^{+} = 0$

- **Analisis Varian (ANAVA)**

Tabel 3 Analisis Varian

Sumber Varian	Derajat Bebas (db)	Jumlah Kuadrat (JK)	Kuadrat Tengah (KT)	F_{hitung}	F_{Tabel}
Baris	2	96,0810	48,0405	21,8366	5,79
Kolom	2	78,5143	39,2571	17,8441	5,79
Interaksi	4	12,1190	3,02975	1,3772	5,19
Galat	5	11,0000	2,2		
Total	13	197,7143			

KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan mengenai prosedur *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero* serta penerapannya maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Cara menganalisis data yang tidak seimbang dengan kajian prosedur *Sum-to-Zero* dan *Set-to-Zero* yaitu:
   - Menentukan model struktur perlakuan dua arah yang meliputi model rata-rata dan model pengaruh.
   - Agar bentuk matriks invertibel dilakukan dengan cara mengurangi sebanyak kolom yang terpaut linier dengan menggunakan prosedur *Sum-to-Zero* yaitu suatu teknik yang menggunakan asumsi bahwa jumlah pengaruh parameter sama dengan nol. Selain itu teknik lain yang sering digunakan adalah prosedur *Set-to-Zero*.
2. Cara menentukan penduga parameter yaitu dengan estimasi kuadrat terkecil.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Anonim. 2010. *Jenis-jenis Rancangan Percobaan*. http://exponensial.wordpress.com/2010/02/27/jenis-jenis-rancangan-percobaan/

[2]. Anton, H. 2004. *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi*. Erlangga. Jakarta

[3]. Graybill, F.A. 1976. *Theory and Application of Linear Model*. Wadsworth & Brooks/Cole Advanced Books & Sofware. Pasific Grove

[4]. Hanafiah, K. 2003. *Rancangan Percobaan Teori dan Aplikasi*. Grafindo Persada. Jakarta

[5]. Herawati, N. 2010. *Rancangan Percobaan*. http://lemlit.unila.ac.id/file/data%20lama/makalah%20pdf/BAHANMETODOL.DOSEN.pdf

[6]. Lentner, M. and T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*. Valey Book Company. Blacksburg

[7]. Miliken, G.A and D.E. Johnson. 2009. *Analysis Of Messy Data Volume 1 Designed Experiments*. CRC Press. New York

[8]. Montgomery, D.C. 1991. *Experimental Design.* John Wiley and Sons. New York

[9]. Nugroho, S. 2008. *Dasar-Dasar Rancangan Percobaan*. Unib Press. Bengkulu

[10]. Ruminta. 2009. *Matriks Persamaan Linier dan Pemrograman Linier*. Rekayasa Sains. Bandung

[11]. Steel, R.G.D. dan Torrie, J.H. 1995. *Prinsip dan Prosedur Statistika: Suatu Pendekatan Biometrik*. Gramedia. Jakarta

TRANSFORMASI BOX COX DALAM ANALISIS REGRESI LINIER SEDERHANA

Welly Fransiska[1], Sigit Nugroho[2], dan fachri Faisal[2]
[1]Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
[2]Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mempelajari bagaimana mencari parameter λ dengan menggunakan Metode Kemungkinan Maksimum, mengkaji Transformasi Box Cox dalam peubah respon Y, serta untuk mengetahui apakah model yang diperoleh setelah transformasi memenuhi asumsi normalitas pada model regresi. Metode penelitian yang digunakan adalah studi literatur dan teladan penerapan. Transformasi Box Cox adalah transformasi pangkat pada respon Y. Box Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu lamda yang dipangkatkan pada variabel respon Y. Penelitian ini menggunakan teladan penerapan yang diperoleh dari buku Neter (1994) dan juga situs internet. Pengolahan data dalam penelitian ini menggunakan bantuan SPSS dan Excel. Berdasarkan teladan penerapan yang digunakan diperoleh hasil bahwa, untuk teladan 1 dan 2 asumsi kenormalan terpenuhi setelah transformasi dilakukan, transformasi yang digunakan pada teladan 1 adalah $\sqrt{Y}$, koefisien determinasi mengalami peningkatan dari 75,17% menjadi 86,4%. Sedangkan transformasi yang digunakan pada teladan 2 adalah $Ln\, Y$, serta koefisien determinasi mengalami peningkatan dari 50% menjadi 85%.

Kata kunci : *Transformasi Box Cox, Metode Kemungkinan Maksimum, Asumsi Normalitas, Koefisien determinasi.*

PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan salah satu cabang statistika yang paling banyak dipelajari oleh ilmuwan, baik ilmuwan bidang sosial maupun eksakta. Melalui analisis regresi, model hubungan antar variabel dapat diketahui. Secara umum, model merupakan penyederhanaan dan abstraksi dari keadaan yang sebenarnya. Model juga menolong peneliti dalam menentukan hubungan kausal (sebab akibat) antara dua atau lebih variabel bebas. Variabel dalam analisis regresi dikenal dengan nama variabel terikat (Y) dan variabel penjelas (X), atau juga lebih dikenal dengan variabel bebas (X) dan satu variabel tak bebas (Y) (Sembiring, 2003).

Dalam melakukan analisis regresi ada beberapa asumsi yang harus dipenuhi yaitu model regresi linier, galat menyebar normal dengan rataan nol dan memiliki varian tertentu, homoskedastisitas, artinya varian galat sama untuk setiap periode (homo = sama, skedastisitas = sebaran), tidak ada autokorelasi antar galat (antara μ_i dan μ_j tidak ada korelasinya), tidak terjadi multikolinieritas antar variabel bebas, jumlah observasi *n* harus lebih besar daripada jumlah variabel bebas (Naftali, 2007). Pada beberapa kasus, mentransformasi data akan membuat kecocokan model terhadap asumsi menjadi lebih baik. Transformasi data merupakan salah satu usaha untuk memperbaiki asumsi normalitas, linieritas dan homoskedastisitas. Analisis dengan data hasil transformasi masih tetap sah (Kutner *et. al*., 2005). Transformasi yang ideal harus memenuhi beberapa kriteria antara lain : ragam dari variabel yang baru tidak dipengaruhi oleh perubahan rata-rata, variabel yang baru hendaknya menyebar normal, skala pengukuran variabel yang baru hendaknya sedemikian sehingga pengaruh sesungguhnya bersifat linier dan aditif dan skala pengukuran variabel yang baru hendaknya sedemikian sehingga nilai tengah perhitungan dari contoh merupakan penduga yang efisien terhadap nilai tengah yang sesungguhnya (Draper dan Smith, 1999). Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mengatasi asumsi kehomogenan ragam, linieritas dan kenormalan adalah dengan menggunakan Transformasi Box Cox. Transformasi Box Cox yaitu transformasi pangkat berparameter tunggal, katakanlah parameter λ terhadap Y sehingga menjadi Y^{λ}. Pada transformasi ini untuk pendugaan parameter λ akan menggunakan Metode Kemungkinan Maksimum (*Maximum Likelihood Method*).

REGRESI LINIER SEDERHANA

Istilah regresi pertama kali dikemukakan oleh seorang antropolog dan ahli meteorologi terkenal dari Inggris yang bernama Sir Francis Galton pada tahun 1855. Istilah regresi muncul dalam pidatonya di depan *Section H of The British Association* di Aberdeen, 1855, yang dimuat di majalah *Nature* September 1885 dan dalam sebuah makalah *"Regression Towards Mediocrity in Hereditary Stature"*, yang dimuat dalam *Journal of The Anthropological Institute* (Draper dan Smith, 1998). Analisis regresi pada dasarnya adalah studi mengenai ketergantungan satu variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas, tujuannya adalah untuk mengestimasi dan atau memprediksi rata-rata populasi atau nilai rata-rata variabel tak bebas berdasarkan nilai variabel bebas yang diketahui (Gujarati, 2003).

Menurut Draper dan Smith (1998) analisis regresi merupakan metode analisis yang dapat digunakan untuk menganalisis data dan mengambil kesimpulan yang bermakna tentang hubungan ketergantungan variabel terhadap variabel lainnya.Regresi sebagai suatu teknik analisis telah dipergunakan secara luas, tidak hanya terbatas dalam bidang statistik namun juga di bidang-bidang lain seperti ekonomi, pertanian, sosial, tehnik riset dan bidang-bidang lainnya. Dalam perkembangannya terdapat dua jenis regresi yang sangat terkenal, yaitu regresi linier sederhana dan regresi linier berganda. Regresi linier sederhana digunakan untuk menggambarkan hubungan antara satu variabel bebas *(X)* dengan satu variabel tak bebas *(Y)*, sedangkan jika terdapat lebih dari satu variabel bebas dan variabel bebasnya berpangkat satu maka persamaan regresinya disebut regresi linier berganda. Hubungan antara variabel bebas *(X)* dan variabel tak bebas *(Y)* yang bersifat linier dan sederhana dapat dituliskan sebagai berikut :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i \qquad i = 1,2,3,...,n \qquad (1)$$

Parameter β_0 dan β_1 merupakan parameter yang nilainya belum diketahui. Parameter β_0 biasanya dikenal dengan intersep, yaitu jarak dari titik asal (titik 0) ke titik perpotongan antara garis regresi dengan sumbu *Y*. Interprestasi dari β_0 adalah nilai rata-rata dari penduga *Y* jika nilai *X* sama dengan nol. Parameter β_1 merupakan koefisien arah *(slope)* atau koefisien regresi. Parameter β_0 dan β_1 pada persamaan regresi linier diduga dengan $\hat{\beta}_0$ dan $\hat{\beta}_1$. Penduga parameter-parameter tersebut dapat diperoleh dengan menggunakan Metode *Maximum Likelihood.*

2.1 Asumsi-Asumsi dalam Regresi Linier

Setelah didapatkan model regresi, lakukan interpretasi terhadap hasil yang diperoleh. Hal ini disebabkan karena model regresi harus diuji terlebih dahulu apakah sudah memenuhi asumsi klasik. Gauss Markov telah membuktikan penduga dalam regresi mempunyai sifat *BLUE (Best Linier Unbiased).*

Beberapa asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis regresi adalah:

a. Model regresi linier, artinya linier dalam parameter.
b. Galat menyebar normal dengan rataan nol dan memiliki suatu varian tertentu.
c. Homoskedastisitas, artinya varian kesalahan sama untuk setiap periode (homo = sama, skedastisitas = sebaran) dalam bentuk matematis: $Var\ (\mu/Xi) = 0$
d. Tidak ada autokorelasi antar kesalahan (antara μ_i dan $\mu_j$tidak ada korelasinya).
e. Tidak terjadi multikolinieritas.
f. Jumlah observasi *n* harus lebih besar daripada jumlah parameter yang diestimasi (jumlah variabel bebas)

Apabila ada satu syarat saja yang tidak terpenuhi, maka hasil analisis regresi tidak dapat dikatakan bersifat *BLUE* (Naftali, 2007).

Metode *Maximum Likelihood*

Penaksiran *Maximum Likelihood* merupakan salah satu pendekatan terpenting pada penaksiran dalam semua statistik inferensia yang diperkenalkan pertama kali oleh Ronald Fisher pada tahun 1920 (Wannacott, 1990). Bila diketahui pengamatan bebas $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ dari fungsi kepekatan peluang (kasus kontinu) dan fungsi masa peluang (kasus diskrit) $f(X, \theta)$, maka penaksir *Maximum Likelihood* $\hat{\theta}$ ialah yang memaksimumkan fungsi Kemungkinan *Maximum Likelihood* yaitu:

$$L(X_1, X_2, \ldots, X_n; \theta) = f(X_1; \theta) \cdot f(X_2; \theta) \cdot \cdots \cdot f(X_n; \theta) \qquad (2)$$

(Walpole and Myers.1995).

Dalam regresi linier sederhana, fungsi kemungkinan maksimum dapat dituliskan :

$$L(Y_i, x_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\}$$

$$= (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\}$$

untuk menentukan dugaan dari β_0 dan β_1 dan σ^2 , yaitu b_0 , b_1 dan $\hat{\sigma}^2$, maka persamaan (2.12) ekuivalen :

$$Ln(Y_i, X_i, \beta_0, \beta_1, \sigma^2) = -(\frac{n}{2})\ln 2\pi - (\frac{n}{2})\ln\sigma^2 - (\frac{1}{2\sigma^2})\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_0} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i) = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)X_i = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\hat{\sigma}^2} + \frac{1}{2\hat{\sigma}^4}\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2 = 0 \qquad (5)$$

penyelesaian persamaan (3) , (4) dan (5) didapat penduga dari β_0, β_1 dan σ berturut-turut adalah b_0, b_1 dan $\hat{\sigma}^2$:

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \qquad (6)$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \qquad (7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_o - b_1 X)^2}{n} \qquad (8)$$

b_0 dan b_1 adalah intersep dan slope, $\hat{\sigma}$ adalah standar galat dari regresi.

TRANSFORMASI BOX-COX

a. Pengertian Transformasi Box-Cox

Transformasi Box-Cox adalah transformasi pangkat pada respon. Transformasi Box-Cox dibahas oleh Box-Cox dalam makalah mereka pada tahun 1964. Box-Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu λ yang dipangkatkan pada variabel respon *Y*, sehingga transformasinya menjadi Y^{λ} , λ adalah parameter yang perlu diduga. Tabel dibawah adalah beberapa nilai λ dengan transformasinya .

Tabel 1 Nilai λ dan Transformasinya.

λ	*Transformasi*
2	Y^2
1,0	Y^1
0,5	$\sqrt{Y}$
0	ln Y
-0,5	$1/\sqrt{Y}$
-1,0	1 / Y

Menurut Drapers dan Smith (1992) transformasi Box-Cox didefinisikan :

$$W = \begin{cases} (Y^{\lambda} - 1)/\lambda, & \lambda \neq 0 \\ \ln Y, & \lambda = 0 \end{cases} \tag{9}$$

Transformasi yang kontinu ini bergantung pada satu parameter yaitu λ.

b. Metode kemungkinan maksimum Likelihood dalam Transformasi Box Cox

Salah satu cara untuk menduga parameter λ pada persamaan (1) adalah dengan menggunakan *Maximum Likelihood Method* dengan asumsi $\varepsilon \sim$ N(0, σ^2) untuk pilihan λ yang sesuai. Fungsi Kepekatan Peluang W didefinsikan sebagai berikut :

$$f(w|\beta,\sigma^2) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(W_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right\} \tag{10}$$

Oleh karena itu fungsi kepekatan peluang Y menjadi:

$$f(y|\beta,\sigma^2,\lambda) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(W - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\right\} \prod_{i=1}^{n} y_i^{\lambda-1} \tag{11}$$

dimana

$$J(\lambda, Y) = \prod_{1}^{n} \frac{\partial W_i}{\partial Y} = \prod_{1}^{n} Y_i^{\lambda-1} \quad \text{untuk semua } \lambda \tag{12}$$

Berdasarkan model W= X$\beta + \varepsilon$ dan persamaan (10) diperoleh fungsi kemungkinan maksimumnya yaitu:

$$(\ln(L(\beta,\sigma^2,\lambda|y)) = \ln[(2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp\{-\frac{1}{2\sigma^2}(W_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\}\prod_{i=1}^{n} y_i^{\lambda-1}]$$

$$= -(\frac{n}{2})\ln 2\pi - (\frac{n}{2})\ln\sigma^2 - (\frac{1}{2\sigma^2})\sum_{i=1}^{n} (W_i - \beta_0 - \beta_1 X_i)^2\} + (\lambda - 1)\sum_{i=1}^{n} \ln y_i \tag{13}$$

Persamaan (13) menyatakan fungsi maksimum log-likelihood secara parsial yang hanya tergantung pada λ, untuk σ^2 diduga dengan $\hat{\sigma}^2(\lambda)$ sehingga diperoleh :

$$\text{L maks}(\lambda) = -\frac{n}{2}\ln\hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_{i=1}^{n}\ln Y_i \tag{14}$$

dengan :

n = banyak amatan

$\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i(\lambda) - \bar{y}(\lambda))^2$

$\bar{y}(\lambda) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i(\lambda) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_i^{\lambda}-1}{\lambda}\right)$

Dengan kata lain, memaksimalkan nilai λ yang ditetapkan adalah sama dengan meminimalkan $\hat{\sigma}^2$,yaitu meminimalkan Jumlah kuadrat Galat (SSE).

c. Metode Kemungkinan Maksimum Likelihood untuk pendugaan λ

Adapun Langkah-langkah untuk menentukan λ. Langkah-langkah tersebut adalah sebagai berikut :

a) Pilih λ dari kisaran yang ditetapkan (biasanya diambil λ dari kisaran (-2,2) atau bahkan (-1,1) pada mulanya, dan kemudian memperlebar kisaran bila diperlukan).

b) Transformasikan variabel Y menggunakan persamaan (1) dan hitung $\hat{\sigma}^2$. Untuk λ yang terpilih hitunglah :

$$L_{\text{maks}}(\lambda) = -\frac{n}{2}\ln\hat{\sigma}^2(\lambda) + (\lambda - 1)\sum_{i=1}^{n}\ln Y_i$$

c) Setelah menghitung $L_{\text{maks}}(\lambda)$ untuk beberapa nilai λ dalam kisaran yang ditentukan, pasangkan $L_{\text{maks}}(\lambda)$ terhadap λ yang memaksimumkan $L_{\text{maks}}(\lambda)$. Inilah penduga kemungkinan maksimum $\hat{\lambda}$ *(maximum likelihood estimator)* bagi parameter λ.

Biasanya, nilai λ ini tidak dipergunakan dalam perhitungan selanjutnya, namun menggunakan salah satu nilai dalam barisan …,-2, $-1\frac{1}{2}$, -1, 0, $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$,2,…yang paling dekat dengan nilai dugaan kemungkinan maksimum tersebut, tentu saja setelah memeriksa apakah nilai ini berada dalam kisaran yang ditentukan. Misal jika $\hat{\lambda}$ = 0.11, mungkin akan digunakan λ= 0, jika $\hat{\lambda}$ = 0.94 mungkin akan digunakan λ = 1 (namun pemilihan λ bisa menggunakan $\hat{\lambda}$ atau membulatkan sampai nilai perempatan terdekat).

d. Selang Kepercayaan bagi λ

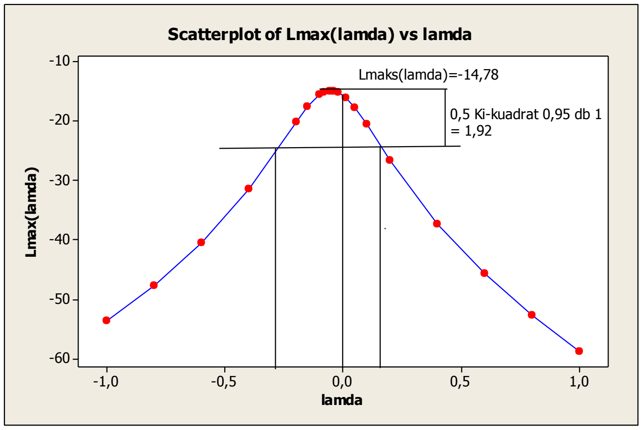
Suatu selang kepercayaan untuk λ merupakan himpunan nilai-nilai λ yang memenuhi pertidaksamaan :

$$L_{maks}(\hat{\lambda}) - L_{maks}(\lambda) \le 0{,}5\,\chi^2_{1,1-\alpha}$$

Dimana $\chi^2_{1;(1-\alpha)}$ adalah titik persentase sebaran Khi-Kuadrat dengan satu derajat bebas yang luas wilayah disebelah kananya sebesar α. Pertidaksamaan diatas dapat digambarkan dengan menarik garis mendatar setinggi

$$L_{maks}(\hat{\lambda}) - \frac{1}{2}\chi^2_{1;(1-\alpha)}$$

Berikut visualisasi dari pertidaksamaan diatas:



gambar 1 menyatakan posisi selang kepercayaan 95% untuk λ pada tebaran L_{maks} dengan λ. Garis ini memotong kurva pada 2 nilai λ yang merupakan titik-titik ujung selang kepercayaan λ.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Teladan yang diambil berdistribusi tidak normal, hal ini dilakukan untuk melihat apakah setelah data ditransformasi, asumsi kenormalan data yang merupakan salah satu alasan dilakukannya transformasi terpenuhi atau tidak. Model yang dibentuk adalah model regresi linier sederhana yang terdiri dari variabel bebas *(X)* dan variabel tak bebas *(Y)*. Data yang dijadikan teladan akan dianalisis kenormalannya, selanjutnya data ditranformasi dengan menggunakan transformasi Box Cox.

Teladan 1

Suatu penelitian dilakukan untuk menentukan model hubungan antara umur *(X)* dan tingkat plasma pada Polyamine *(Y)*, dengan data sebagai berikut :

Tabel 2 Hubungan antara umur *(X)* dan tingkat plasma pada Polyamine *(Y)*

X	*Y*	*X*	*Y*
0,00	13,44	2,00	7,85
0,00	12,84	2,00	8,88
0,00	11,91	3,00	7,94
0,00	20,09	3,00	6,01
0,00	15,60	3,00	5,14
1,00	10,11	3,00	6,90
1,00	11,38	3,00	6,77
1,00	10,28	4,00	4,86
1,00	8,86	4,00	5,10
1,00	8,59	4,00	5,67
2,00	9,83	4,00	5,75
2,00	9,00	4,00	6,23
2,00	8,65		

Sumber data : Kutner, 2005

Data diambil pada anak balita yang sehat, sejumlah 25 anak yang berumur 0 (baru lahir) , 1 th , 2 th , 3 th dan 4 th., masing –masing diambil 5 anak. Dari data tersebut diatas dapat didefinisikan bahwa sebagai peubah respon adalah tingkat plasma pada Polyamine *(Y)* dan sebagai peubah penjelas adalah umur *(X)*, banyaknya data adalah 25, dengan Metode kemungkinan maksimum Likelihood diperoleh :

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i (X_i - \overline{X})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2} = \frac{-109}{50} = -2{,}18$$

$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$ = 9,1072-(-2,18).(2) =13,467

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - b_0 - b_1 X_i)^2}{n}$$

$$= \frac{(13{,}14 - 13{,}467 - ((-2{,}18).(0)))^2 + (12{,}84 - 13{,}467 - ((-2{,}18).(0)))^2 \ldots (6{,}23 - 13{,}467 - ((-2{,}18).(4)))^2}{25}$$

$$= \frac{78{,}45}{25} = 3{,}13$$

Sehingga model regresi yang didapatkan adalah: $Y_i = 13{,}647 - 2{,}180\, X_i$. Selanjutnya akan dihitung koefisien determinasi : $R^2 = 0{,}7517$. Artinya sebesar 75,17% dari seluruh variasi total *Y* diterangkan oleh *X,* dan 24,83% diterangkan oleh faktor lainnya. Dengan demikian model regresi sudah cukup baik karena variabel *X* dapat menerangkan variabel cukup baik karena makin dekat R^2 dengan 1 makin baik kecocokan data dengan model.

Pengujian Asumsi kenormalan

Berdasarkan model tersebut, dilakukan pengecekan asumsi kenormalannya dengan bantuan SPSS. Ketentuan analisisnya adalah jika variabel (bebas dan terikat) memiliki Z hitung < Z tabel maka data tersebut berdistribusi normal, dalam hal ini digunakan Z tabel yaitu 1,96, pada alpha 5% didapat Z tabel 1,96. Dibandingkan dengan $Z\alpha 3$ ($Skewness$) dan $Z\alpha 4$ ($Kurtosis$) dari variabel X dan Y disimpulkan bahwa data pada teladan 1 tidak berdistribusi normal karena Z hitung < Z tabel dikatakan bahwa asumsi kenormalan tidak dipenuhi.

Transformasi Box Cox

Oleh karena asumsi kenormalan tidak terpenuhi maka dilakukan transformasi terhadap variabel respon *Y* dengan menggunakan transformasi Box Cox. Setelah melakukan langkah-langkah transformasi Box Cox didapatkan L*maks* untuk λ pada kisaran (-2,2) untuk teladan 1 adalah sebagai berikut :

Tabel 3 Lmaks untuk λ pada kisaran (-2,2)

λ	-2	-1,75	-1,5	-1,25	-1	-0,75	-0,5	-0,25
L_{maks}	-31,19	-30,2	-29,34	-28,65	-28,13	-27,79	-27,65	-27,72

λ	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
L_{maks}	-28,02	-28,57	-29,36	-30,4	-31,71	-33,27	-35,09	-37,16	-39,46

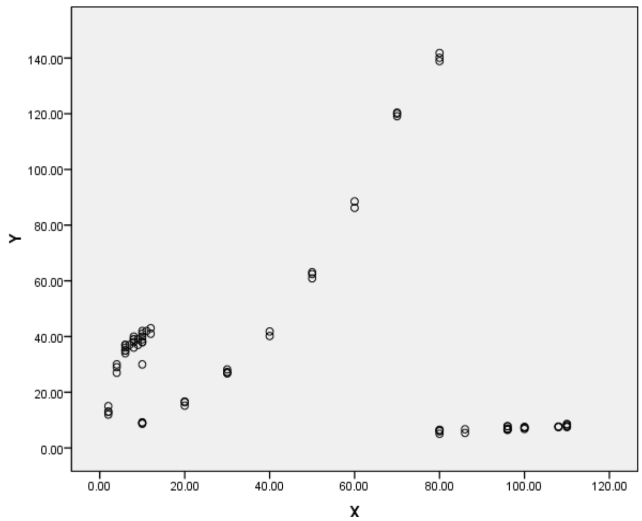
Dari nilai–nilai λ diatas, dapat dilihat bahwa λ = -0.5 menghasilkan nilai l_{maks} paling maksimum pada kisaran (2,-2) yaitu sebesar -27,65 sehingga tranformasi yang digunakan adalah $Y^{-0.5}$, artinya data awal *Y* dipangkatkan dengan -0.5 yang diberi simbol dengan *Y2*, sehingga didapat data baru setelah transformasi yaitu :

Tabel 4 Hubungan antara variabel *X* dan variabel *Y*

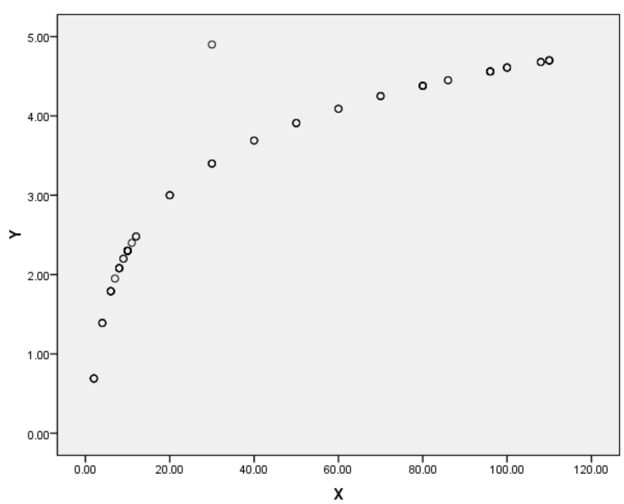
X	*Y2*
0,00	0,272772
0,00	0,279073
0,00	0,289764
0,00	0,223105
0,00	0,253185
1,00	0,314503
1,00	0,296435
1,00	0,311891
1,00	0,335957
1,00	0,341196
2,00	0,31895
2,00	0,333333
2,00	0,34001

X	*Y2*
2,00	0,356915
2,00	0,335578
3,00	0,354887
3,00	0,407909
3,00	0,441081
3,00	0,380693
3,00	0,384331
4,00	0,453609
4,00	0,442807
4,00	0,419961
4,00	0,417029
4,00	0,400642

Setelah didapatkan data baru maka akan dilakukan perhitungan untuk menduga model yaitu dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum likelihood, didapatkan: $Y_i = 0{,}268 + 0{,}04X_i$. Sehingga diperoleh nilai $R^2 = 0{,}864 = 86{,}4\%$, dengan SPSS dapat di katakan bahwa asumsi kenormalan terpenuhi karena nilai Skewness dan Kurtosis setelah data ditransformasi adalah kurang dari Z tabel (dengan alpha 5% didapat Z tabel 1,96). Berdasarkan model yang didapat, untuk menentukan bila X =5, maka $\hat{Y}'$ = 0.468, selain itu untuk nilai determinasinya juga mengalami peningkatan yaitu dari 75,17% setelah ditransformasi menjadi 86,4% yang artinya model baru yang didapatkan lebih baik karena dapat menerangkan 86,4% dari variabel Y serta data yang semula tidak memenuhi asumsi kenormalan setelah ditransformasi juga memenuhi asumsi kenormalan, artinya transformasi yang dilakukan dapat memperbaiki model yang ada. Gambar berikut adalah scatter plot data sebelum dan sesudah transformasi data dilakukan.



Gambar 2 Scatterrplot antara variabel *X* dan *Y* sebelum transformasi



Gambar 3 Scatter plot antara variabel X dan Y setelah transformasi

Teladan 2

Teladan ini terdiri dari 79 data yang berasal dari sebuah penelitian, di mana data terdiri atas 2 variabel yaitu varianbel bebas *X* dan variabel terikat Y

Tabel 5 Hubungan antara variabel *X* dan *Y*

X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
2	15	80	6	110	7,9	70	119,1
2	12	86	5,4	10	9,2	70	120,4
2	13	86	6,7	10	8,7	80	141,8
2	13	96	6,5	10	9	80	140,1
4	27	96	7	10	8,9	80	138,9
4	29	96	6,7	20	16,4	9	37
4	30	96	7,8	20	15,2	12	41
6	37	96	6,6	20	16,7	6	34
6	37	96	7,8	30	27,3	10	39
6	36	100	7,2	30	28,2	9	39
6	35	100	7,5	30	26,8	10	40
8	38	100	6,8	30	27	7	37
8	36	100	7,5	40	41,8	8	39
8	39	108	7,7	40	40,2	11	42
10	30	108	7,6	50	62,4	6	35
10	38	108	7,5	50	63,1	10	41
10	42	110	7,7	50	60,9	8	40
80	5,1	110	8,6	60	88,5	12	43
80	6,5	110	7,5	60	86,2	10	38
80	6,4	110	8,4	70	120		

(Anonim, 2004)

dengan Metode kemungkinan maksimum Likelihood akan dicari model untuk teladan 2, dan dengan cara yang sama pada teladan 1 didapatkan :

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i (X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2} = \frac{-8185{,}05}{127141{,}22} = -0{,}06$$

$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$ = 33,4-(0,06).(45,41) =36,33

sehingga model regresi yang didapatkan adalah: $Y_i = 36{,}33 + 0{,}06\, X_i$. Selanjutnya akan dihitung koefisien determinasi : $R^2 = \frac{32280{,}45}{67915{,}} = 0{,}5$

artinya hanya sebesar 50% dari seluruh varians total Y diterangkan oleh X. Makin dekat R^2 dengan 1 makin baik kecocokan data dengan model, untuk mengatasi hal ini akan dilakukan transformasi.

Pengujian Asumsi kenormalan

Berdasarkan model tersebut, dilakukan pengecekan asumsi kenormalan dengan bantuan SPSS, dari program SPSS Didapatkan pada taraf nyata 5% didapat Z tabel 1,96. Dibandingkan dengan $Z\alpha3(\ Skewness)$ dan $Z\alpha4(Kurtosis)$ dari variabel X dan Y disimpulkan bahwa data pada teladan 2 tidak berdistribusi normal, dikatakan bahwa asumsi kenormalan tidak dipenuhi.

Transformasi Box Cox

Setelah melakukan langkah-langkah transformasi Box Cox didapatkan Lmaks untuk λ pada kisaran (-2,2) sebagai berikut :

Tabel 6. Lmaks untuk λ pada kisaran (-2,2)

λ	-2	-1,75	-1,5	-1,25	-1	-0,75	-0,5	-0,25
L_{maks}	-306,7	-292,1	-306,7	-267	-256,7	-248,3	-242,1	-238,6

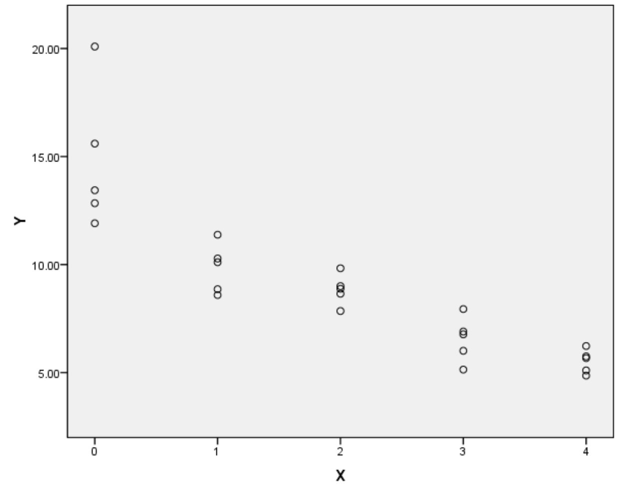
λ	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2
L_{maks}	-25	-241,7	-249,2	-261,1	-276,9	-296,1	-317,8	-341,8	-367,3

Dari nilai–nilai λ tersebut diatas, dapat dilihat bahwa λ = 0 menghasilkan nilai l_{maks} sebesar -25 sehingga tranformasi yang digunakan adalah *Ln Y*, artinya data awal *Y* di *Ln*, sehingga didapat data setelah transformasi yaitu :

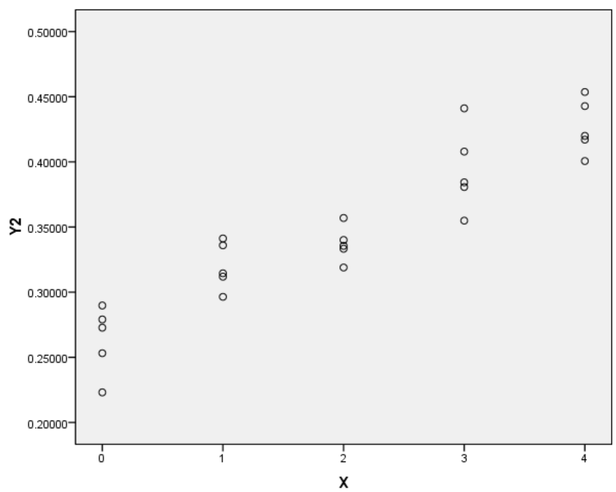
Tabel 7 Hubungan variabel X dan Y2

X	Y2	X	Y2	X	Y2	X	Y2
2	2,71	80	1,79	110	2,07	70	4,78
2	2,48	86	1,69	10	2,22	70	4,79
2	2,56	86	1,90	10	2,16	80	4,95
2	2,56	96	1,87	10	2,20	80	4,94
4	3,30	96	1,95	10	2,19	80	4,93
4	3,37	96	1,90	20	2,80	9	3,61
4	3,40	96	2,05	20	2,72	12	3,71
6	3,61	96	1,89	20	2,82	6	3,53
6	3,61	96	2,05	30	3,31	10	3,66
6	3,58	100	1,97	30	3,34	9	3,66
6	3,56	100	2,01	30	3,29	10	3,69
8	3,64	100	1,92	30	3,30	7	3,61
8	3,58	100	2,01	40	3,73	8	3,66
8	3,66	108	2,04	40	3,69	11	3,74
10	3,40	108	2,03	50	4,13	6	3,56
10	3,64	108	2,01	50	4,14	10	3,71
10	3,74	110	2,04	50	4,11	8	3,69
80	1,63	110	2,15	60	4,48	12	3,76
80	1,87	110	2,01	60	4,46	10	3,64
80	1,86	110	2,13	70	4,79		

Gambar Berikut adalah perbandingan antara data sebelum transformasi dan sesudah transformasi dilakukan.



Gambar 4 Scatter plot antara variabel X dan Y sebelum transformasi data



Gambar 5 Scatter plot antara variabel X dan Y sesudah transformasi data

Setelah didapatkan data baru maka akan dilakukan perhitungan untuk menduga model yaitu dengan menggunakan metode kemungkinan maksimum likelihood, didapatkan: $Y_i = 1{,}87 + 0{,}3\ X_i$, serta didapatkan nilai $R^2 = 0{,}85 = 85\%$.

Berdasarkan model yang didapat, untuk menentukan bila X =10, maka $\hat{Y}'$ = 4,87 karena transformasi yang cocok adalah $Ln\,Y$ maka $\hat{Y} = 1{,}58$, selain itu untuk nilai determinasinya juga mengalami peningkatan yaitu dari 50% setelah ditransformasi menjadi 85% yang artinya model baru yang didapatkan lebih baik karena dapat menerangkan 85% dari variabel Y serta data yang semula tidak memenuhi asumsi kenormalan setelah ditransformasi juga memenuhi asumsi kenormalan, ini menunjukkan bahwa transformasi pada data teladan 2 memang perlu dilakukan.

KESIMPULAN DAN SARAN

a. Kesimpulan

- Transformasi Box Cox adalah teransformasi pangkat pada respon. Box Cox mempertimbangkan kelas transformasi berparameter tunggal, yaitu lamda yang dipangkatkan pada variabel respon Y.
- Pada teladan asumsi normalitas pada model regresi yang semula tidak terpenuhi, setelah ditransformasi Box Cox asumsi tersebut terpenuhi.
- Berdasarkan teladan penerapan yang digunakan diperoleh hasil bahwa, untuk teladan 1 dan 2 asumsi kenormalan terpenuhi setelah transformasi dilakukan, transformasi yang digunakan pada teladan 1 adalah $\sqrt{Y}$, koefisien determinasi mengalami peningkatan dari 75,17% menjadi 86,4%. Sedangkan transformasi yang digunakan pada teladan 2 adalah $Ln\,Y$, koefisien determinasi mengalami peningkatan dari 50% menjadi 85%.

b. Saran

Transformasi Box Cox dapat digunakan dalam analisis regresi linier sederhana, analisis regresi linier berganda, dan multivarat. Dengan demikian, penelitian ini dapat dilanjutkan dengan membahas Transformasi Box Cox dalam analisis regresi berganda dan Multivariat.

DAFTAR PUSTAKA

Anonim. 2004. *Bab C Linieritas Homoskedastisitas*.www.Dali.staff.gunadarma.ac.ai. 1 Agustus 2010

Draper, NR and H. Smith, S. 1998. *Analisis Regresi Terapan*. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta

Gujarati, D. N. 2003. *Econometric*. Erlangga. Jakarta

Kutner, M. H, C. J. Nachtsheim, J. Neter and W. Li. 2005. *Applied Linier Statistical* McGraw-Hill. New York

Naftali, Y. 2007. *Regresi*. Http://yohanli.wordpress.com. 2 Mei 2010

Nugroho, S. 2008. *Pengantar Statistika Matematika*, edisi 1.Unib Press. Bengkulu

Santoso, S. 2002. *Buku Latihan SPSS Statistik Multivariat*. PT Elex Media Komputindo, Jakarta.

Sembiring, R. K. 2003. *Analisis Regresi*. ITB. Bandung

Walpole, R. E dan Myers, R. H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistik untuk Insinyur dan Ilmuwan*, Terjemahan RK Sembiring, Edisi ke-4. ITB. Bandung

Wannacott, T. H & Wonnacott, R. J. 1990. *Introduction to Statistics.* John Willey & Sons. New York

Wei, W.W.S. 1990. *Time Analysis Univariate and Multivariate Method*. Addison Wesley Publishing Company. Inc

Uji Friedman dan Uji Anderson pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar Nonparametrik

Rose Mawati[1], Sigit Nugroho[2], dan Jose Rizal[2]
[1]Alumni Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu
[2]Staf Pengajar Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Bengkulu

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji perbandingan metode pengujian dengan metode parametrik dan metode nonparametrik, serta mempelajari prosedur pengujian dari kedua metode. Metode parametrik yang digunakan adalah Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), dan untuk metode nonparametrik digunakan uji Friedman, dan uji Anderson. Metode nonparametrik digunakan sebagai alternative apabila metode parametrik tidak dipenuhi. Metode penelitian pada penulisan ini adalah studi literature. Sebagai pembanding antara kedua metode ini, maka digunakanlah simulasi data, dimana simulasi ini dilakukan dengan menggunakan data bangkitan dari dua sebaran, yaitu: sebaran seragam, dan sebaran normal. Sebaran normal yang digunakan dikombinasikan dengan tiga kombinasi rata-rata perlakuan yang berbeda-beda. Hasil simulasi dengan sebaran seragam menunjukkan bahwa metode parametrik lebih baik dari pada metode nonparametrik, sedangkan hasil dari simulasi dengan sebaran normal diperoleh kombinasi hasil yang berbeda-beda, untuk simulasi dengan sebaran normal dengan tiga rata-rata sama diperoleh bahwa uji parametrik lebih baik, untuk simulasi sebaran normal dengan dua rata-rata sama, satu berbeda diperoleh bahwa uji nonparametrik lebih baik, dan untuk simulasi dengan sebaran normal untuk tiga rata-rata berbeda, metode parametrik sama baiknya dengan metode nonparametrik.

Kata Kunci : RAKLD, Uji Friedman, Uji Anderson

1. Latar Belakang

Setiap melakukan percobaan diperlukan rancangan percobaan agar mendapatkan hasil yang diinginkan. Salah satu aspek utama rancangan percobaan adalah mengenai efisiensi. Terdapat beberapa rancangan percobaan yang dapat diterapkan dalam sebuah percobaan, sehingga ketepatan pemilihan rancangan akan membawa pada analisa obyektif demi tercapainya tujuan percobaan.

Salah satu metode rancangan percobaan adalah rancangan acak kelompok lengkap. Untuk rancangan ini tiap satuan percobaan dalam satu blok harus bersifat homogen dan antar blok bersifat heterogen. Rancangan acak kelompok lengkap merupakan suatu rancangan percobaan dimana dalam suatu kelompok (blok) satuan percobaan terdapat t perlakuan yang muncul dalam jumlah yang sama dan sejumlah t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak pada tiap blok.

Tujuan rancangan percobaan secara khusus adalah untuk mengukur pengaruh perlakuan. Pada rancangan acak kelompok lengkap juga dilakukan pengaruh perlakuan. Pengaruh perlakuan ini terbagi dua yaitu pengaruh perlakuan tetap dan pengaruh perlakuan acak. Pengaruh perlakuan tetap artinya sampel perlakuan lapangan tidak digunakan untuk generalisasi populasi perlakuan sedangkan pengaruh perlakuan acak adalah sampel perlakuan digunakan untuk generalisasi populasi perlakuan.

Pengaruh perlakuan pada rancangan acak kelompok lengkap ini menguji kesamaan pengaruh perlakuan tetap dari beberapa populasi. Pada pengujian hipotesis didasarkan pada asumsi mengenai pengambilan sampel dari setiap populasi. Suatu distribusi populasi tidak dapat diasumsikan normal apabila pada kondisi data berskala nominal dan ordinal (Daniel, 1989).

Pada statistika nonparametrik terdapat beberapa pengembangan pengujian untuk pengaruh tetap perlakuan, salah satu ujinya dalam rancangan acak kelompok lengkap yang umum digunakan adalah uji Friedman yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 1937. Uji yang hampir sama yaitu uji Anderson pertama kali diperkenalkan pada tahun 1959. Uji ini juga didasarkan pada pemeringkatan data namun berbeda rumusan dengan uji Friedman.

Uji Friedman sering digunakan karena prosedurnya tidak terlalu rumit sedangkan uji Anderson jarang digunakan karena prosedurnya yang sulit dan tabel peluang pasti dari uji Anderson ini sulit diperoleh.

Melalui studi literatur, penelitian ini akan membahas tentang pengaruh perlakuan tetap dengan menggunakan uji Friedman dan uji Anderson, selain itu penelitian ini akan mengkaji lebih dalam mengenai prosedur uji Friedman dan uji Anderson serta memperoleh tabel peluang pastinya.

2. Statistika Inferensia dan Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Statistika Inferensia atau statistika induktif adalah statistika yang menggunakan data dari suatu sampel, untuk menarik kesimpulan mengenai populasi dari mana sampel tersebut diambil. Pengambilan kesimpulan mengenai keseluruhan populasi berdasarkan data yang ada dari sampel, kesimpulan ini membutuhkan asumsi dimana terdapat beberapa persyaratan atau kondisi-kondisi tertentu yang harus dipenuhi. Dalam statistik inferensia ini, asumsi yang harus dipenuhi yaitu bentuk distribusinya diketahui, misalnya saja populasi tersebut berdistribusi normal.

Komponen-komponen penting dalam statistika inferensia, yaitu membuat dugaan tentang parameter populasi dan menguji hipotesis tentang karakteristik populasi. Terdapat dua macam teknik statistika inferensia yang dapat digunakan untuk menguji hipotesis penelitian, yaitu statistika parametrik dan statistika nonparametrik. Kedua jenis statistik ini bekerja menggunakan data sampel, dan pengambilan sampelnya harus dilakukan secara acak. Perbedaan dalam kedua statistik ini yaitu pada pemenuhan suatu persyaratan atau asumsi, persyaratan atau kondisi terpenuhi maka digunakan statistika parametrik. Sebaliknya apabila asumsi tidak dipenuhi maka digunakan statistika nonparametrik.

2.1 Statistika Parametrik

Statistika parametrik adalah suatu metode pengujian statistika yang modelnya menetapkan adanya syarat-syarat tertentu tentang parameter populasi yang merupakan sumber sampel penelitian. Sesuai dengan namanya yaitu statistika parametrik maka parameter merupakan komponen penting dalam pengujiannya, dimana parameter adalah suatu indikator dari suatu distribusi hasil pengukuran. Indikator dari distribusi pengukuran berdasarkan statistika parametrik digunakan untuk menjadi parameter bagi distribusi normal. Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam penerapan statistika parametrik sebagai berikut:

1. Distribusi dari suatu sampel yang dijadikan objek pengukuran berasal dari distribusi populasi yang diasumsikan berdistribusi normal.
2. Sampel diperoleh secara acak, dengan jumlah yang dianggap dapat mewakili populasi.
3. Skala pengukuran harus berbentuk rasio atau interval (kontinu) atau skala nominal yang terlebih dahulu diubah menjadi proporsi (diolah menggunakan distribusi kai-kuadrat).

Apabila semua syarat-syarat ini semua terpenuhi, maka baru diterapkan metode statistik parametrik.

2.2 Statistika Nonparametrik

Statistika nonparametrik adalah kebalikan dari statistika parametrik. Metode statistik nonparametrik tidak menetapkan syarat-syarat tertentu tentang bentuk distribusi parameter populasinya. Menurut Nugroho (2008), statistika dapat dikatakan nonparametrik apabila memenuhi paling sedikit satu kriteria sebagai berikut:

1. Metode ini digunakan untuk data pengamatan dengan skala nominal.
2. Metode ini digunakan untuk data pengamatan dengan skala ordinal.
3. Metode ini dapat digunakan pada data dengan skala pengukuran interval atau rasio, dimana fungsi sebaran peubah acak yang menghasilkan data tak diketahui atau diketahui kecuali untuk sebanyak tak hingga parametrik yang tak diketahui.

2.2 Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar merupakan salah satu metode dari rancangan percobaan. Rancangan ini terjadi apabila kelompok dari satuan percobaan terdapat t perlakuan, yang muncul dalam jumlah yang sama dan sejumlah t perlakuan tersebut ditempatkan secara acak pada tiap blok. Syarat satuan percobaan pada rancangan acak kelompok lengkap adalah dalam satu blok harus bersifat homogen dan antar blok bersifat heterogen. Apabila dalam setiap percobaan terdapat perbedaan, maka dalam percobaan tersebut ada faktor lain yang berpengaruh pada besarnya respon. Pengaruh tersebut dapat ditentukan dan digunakan dalam formasi blok-blok tersebut.

2.3.1 Kelebihan dan Kekurangan Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Menurut Nugroho (2008) beberapa kelebihan dan kekurangan dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar adalah sebagai berikut:

1. Analisis dapat dilakukan dengan mudah dan langsung.
2. Hasil lebih akurat apabila pemblokkan dilakukan secara benar.

3. Sensifitas yang tinggi (naik).
4. Fleksibel dan luwes. Tidak ada batasan jumlah perlakuan dan atau blok.

Bagaimanapun baiknya suatu metode maupun prosedur pasti memiliki beberapa kekurangan, berikut ini terdapat beberapa kekurangan atau kerugian dari Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar antara lain:

1. Bila jumlah perlakuan yang banyak, blok-blok yang homogen mungkin sukar didapatkan. Semakin banyak satuan percobaan tiap blok, semakin besar kemungkinan satuan percobaan, satuan percobaan yang homogen.
2. Jika blok dan perlakuan berinteraksi, rancangan acak kelompok tidak tepat bila digunakan.

2.3.2 Syarat Pengelompokan dan Penempatan Perlakuan

Syarat pengelompokkan yaitu keragaman (variasi) dalam kelompok lebih kecil dibandingkan keragaman antar kelompok. Apabila pengelompokan tidak baik, maka sama saja melakukan percobaan dengan Rancangan Acak Lengkap.

2.3.3 Model Linier Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Model adalah sesuatu yang dibuat untuk menirukan keadaan yang sesungguhnya dalam kehidupan. Model terbagi dua yaitu model matematis dan model statistik. Model RAKLD ini termasuk model statistik, dan merupakan pengembangan sederhana dari rancangan acak lengkap, dengan komponen tambahan yaitu pemblokkan. Total variasi pada RAKLD, dibagi menjadi tiga yaitu variasi pemblokan, variasi perlakuan, dan variasi galat.

Model pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar dikatakan linier karena pangkat parameternya satu. Model linier RAKLD dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}; \quad i = 1, 2, ., t \quad j = 1, 2, \dots, r \tag{2.1}$$

Dimana :

Y_{ij}	=	nilai pengamatan perlakuan ke-i dan ulangan atau blok ke-*j*
μ	=	rata-rata umum
β_j	=	pengaruh kelompok atau blok ke-*j*
τ_i	=	pengaruh perlakuan ke-*i*
ε_{ij}	=	komponen acak (galat)

Asumsi-asumsi yang harus dipenuhi agar inferensia *valid*, untuk model pengaruh tetap adalah:

1. ε_{ij} menyebar bebas identik menurut sebaran Normal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ untuk tiap *i* dan *j*.
2. selain itu harus terpenuhinya asumsi bahwa $\sum_i \tau_i = 0$ dan $\sum_j \beta_j = 0$.

Dari model linier pada persamaan (2.1), dapat dicari penduga sampel bagi masing-masing parameter dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, sehingga diperoleh penduga parameter dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat galat.

$$\varepsilon_{ij} = Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j \tag{2.2}$$

Sehingga, diperoleh

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} {\varepsilon_{ij}}^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right)^2 \tag{2.3}$$

Misalkan

$$Q = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} {\varepsilon_{ij}}^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right)^2 \tag{2.4}$$

- **Untuk mencari penduga μ, Q diturunkan terhadap μ, sehingga diperoleh:**

$$\frac{\partial Q}{\partial \mu} = -2\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right) \tag{2.5}$$

Sehingga, diperoleh penduga bagi μ yakni

$$\hat{\mu} = \frac{1}{rt}\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij}$$

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{..} \tag{2.6}$$

- **Untuk mencari penduga τ_i, Q diturunkan terhadap τ_i, sehingga diperoleh persamaan:**

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau_i} = -2\sum_{j=1}^{r} \left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right) \tag{2.7}$$

(2.8)

$$\hat{\tau}_i = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} Y_{ij} - \frac{r}{r}\hat{\mu}$$

$$\hat{\tau}_i = \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$$

- **Untuk mencari penduga β_j, Q diturunkan terhadap β_j, sehingga diperoleh:**

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta_j} = -2\sum_{i=1}^{t}\left(Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j\right) \quad (2.9)$$

$$\hat{\beta}_j = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} Y_{ij} - \hat{\mu} \quad (2.10)$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$$

Sisanya adalah

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..} - (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) - \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) \\ &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{i.} + \bar{Y}_{..} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \\ &= \bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..} \quad (2.11)\end{aligned}$$

Selanjutnya, model diganti dengan penduganya

$$\bar{Y}_{ij} = \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)$$

$$\left(\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..}\right) = (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + \left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right) + \left(\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right) \quad (2.12)$$

karena nilai A, B, dan C adalah 0, sehingga diperoleh persamaan:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2 &= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} + \bar{Y}_{..}\right)^2 \\ &= r\sum_{i=1}^{t}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + t\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}\right)^2 \quad (2.14)\end{aligned}$$

$$+\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{Y}_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..}\right)^2$$

Sehingga diperoleh suatu hubungan persamaan:

$$JK[Total] = JK[Perlakuan] + JK[Blok] + JK[Galat] \quad (2.15)$$

2.3.4 Tabel ANAVA dan Perhitungan Jumlah Kuadrat Pada RAKLD

Tabel 2.3 ANAVA untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar

Sumber Keragaman	Derajat Bebas	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	NHKT Model Tetap
Blok	$r-1$	JKB	KTB	$\sigma_{\varepsilon}^2 + t\phi_{\rho}^2$
Perlakuan	$t-1$	JKP	KTP	$\sigma_{\varepsilon}^2 + t\phi_{\rho}^2$
Galat	$(r-1)\,(t-1)$	JKG	KTG	σ_{ε}^2
Total	$rt-1$	JKT		

Sumber : Lentner & Bishop, 1986.

Apabila asumsi model tetap ini terpenuhi maka tahapan dilanjutkan dengan pengujian hipotesis, pembuatan selang kepercayaan, serta pembandingan. Untuk model tetap digunakan hipotesis

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \ ... = \tau_t$

H_1: sedikitnya ada sepasang $\tau_i \neq \tau_j$, dengan $i \neq j$.

Setelah menentukan hipotesis, selanjutnya dilakukan pengujian pada taraf uji α, uji yang digunakan adalah uji F dimana pengujian ini berasal dari rasio atau hasil pembagian antara:

$$KTP = \frac{JKP}{t-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}{t-1} \qquad (2.20)$$

$$KTG = \frac{JKG}{(t-1)(r-1)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2}{(t-1)(r-1)} \qquad (2.21)$$

Berdasarkan rumusan diatas dapat dilihat bahwa Kuadrat Tengah Perlakuan (KTP) berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas $(t-1)$ dan untuk Kuadrat Tengah Galat (KTG) juga berdistribusi kai-kuadrat dengan derajat bebas $(t-1)(r-1)$. Hasil pembagian atau rasio dari KTP dan KTG ini menjadi berdistribusi F. Sehingga diperoleh statistik uji untuk Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar, dengan rumusan sebagai berikut:

$$F = \frac{KTP}{KTG} \qquad (2.22)$$

Setelah diperoleh nilai F, selanjutnya nilai tersebut dibandingkan dengan nilai F tabel dengan derajat bebas $(t-1), (t-1)(r-1)$.

3. Uji Friedman

Uji Friedman pertama kali diperkenalkan oleh Friedman pada tahun 1937. Metode ini dianalisis minimal menggunakan data yang diukur dalam skala ordinal. Bila data yang terkumpul berbentuk interval atau rasio, maka data tersebut harus diubah ke dalam data ordinal. Metode uji Friedman ini digunakan untuk menguji kesamaan pengaruh perlakuan tetap dari dua atau lebih populasi.

3.1 Asumsi-Asumsi pada Uji Friedman

Terdapat beberapa asumsi yang perlu diperhatikan dalam uji Friedman, asumsi-asumsi ini ada yang perlu dipenuhi dan ada pula asumsi yang tidak perlu dipenuhi, asumsi yang perlu dipenuhi antara lain:

1. Data diukur paling sedikit dalam skala ordinal.
2. Data terdiri atas *r* buah sampel (blok) berukuran *t* yang saling bebas. Nilai pengamatan ke-*i* dalam sampel atau blok ke-*j* kita sebut $X_{ij.}$
3. Variabel yang diambil harus kontinu.
4. Tidak ada interaksi antara blok-blok dan perlakuan-perlakuan.
5. Nilai-nilai pengamatan dalam masing-masing blok boleh diperingkat menurut besarnya.

6. Sampel-sampel yang mendapat perlakuan tidak saling bebas terdapat pada dua keadaan, yaitu sebuah sampel mengalami beberapa t kali pengukuran, atau beberapa sampel mengalami pencocokan (Murti, 1996).

3.2 Kriteria Pengujian Friedman

Sebelum melakukan pengujian dengan uji Friedman, terdapat beberapa langkah-langkah atau prosedur yang harus dipenuhi. Langkah pertama pada pengujian ini terlebih dahulu berikanlah peringkat terhadap nilai-nilai pengamatan dalam masing-masing blok, mulai dari 1 untuk nilai pengamatan terkecil sampai t untuk nilai pengamatan terbesar, hal ini juga berlaku sebaliknya yaitu pemberian peringkat mulai dari 1 untuk nilai pengamatan terkecil sampai t untuk nilai pengamatan terkecil. Bila terdapat beberapa angka sama dalam blok, angka-angka sama diberi peringkat rata-rata, menurut posisi peringkat jika tidak terdapat angka sama. Langkah selanjutnya adalah menjumlahkan peringkat pada masing-masing perlakuan. Hasil penjumlahan ini dinotasikan dengan R_i, dimana $i = 1, 2, 3, \dots, t$. Pada keadaan H_1 diterima, jumlah peringkat pada masing-masing tingkat perlakuan itu haruslah sama.

Tabel 3.1 *Layout* Data untuk Uji Friedman

Perlakuan		1	2	3	$\cdots$	t
Blok	1	X_{11}	X_{12}	X_{13}	$\cdots$	X_{1t}
	2	X_{21}	X_{22}	X_{23}	$\cdots$	X_{2t}
	3	X_{31}	X_{32}	X_{33}	$\cdots$	X_{3t}
	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
	r	X_{r1}	X_{r2}	X_{r3}	$\cdots$	X_{rt}

Menentukan hipotesis yang akan digunakan pada pengujian statistika nonparametrik merupakan hal yang sangat penting. Dalam pengujian nonparametrik ini hipotesis yang digunakan adalah hipotesis nol dan hipotesis tandingan (alternatif). Hipotesis nol, ditulis sebagai H_0, yang lazimnya merupakan hipotesis yang dicoba untuk ditolak. Sedangkan hipotesis tandingan, ditulis dengan H_1, lazimnya merupakan hipotesis yang dicoba untuk diterima.

Hipotesis pada uji Friedman ini adalah

H_0	=	setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1	=	sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

Selanjutnya menetapkan taraf nyata pengujian (α). Taraf nyata yang sering digunakan adalah 0,01 atau 0,05. Taraf nyata ini memiliki arti bahwa dalam 100 kali percobaan, kesalahan paling banyak terjadi 1 atau 5 kali.

Berdasarkan *Layout* data uji Friedman pada Tabel 3.1, memperlihatkan bahwa dengan uji Friedman, terdapat satuan percobaan yang dikelompokkan menurut perbedaan perlakuan, dan juga dikelompokkan menurut perbedaan subjek menjadi sejumlah blok.

Kesimpulan yang diperoleh dari uji Friedman yaitu apakah sejumlah k kelompok perlakuan berasal dari populasi yang sama. Misalkan bahwa R_i menotasikan jumlah peringkat (rank) pada perlakuan ke- i, dapat dituliskan nilai harapan R_i:

$$R_i = \frac{r(t+1)}{2} \tag{3.1}$$

Dimana:

r = banyaknya blok.

t = banyaknya perlakuan.

Peringkat pada uji Friedman pada setiap blok dijumlahkan dan dirumuskan sebagai berikut:

$$S = \sum_{i=1}^{t} \left[R_i - \frac{r(t+1)}{2}\right]^2 \tag{3.2}$$

Dengan:

R_i = jumlah peringkat teramati pada perlakuan ke- i, dan $i = 1, 2, 3, \ldots, t$.

Sehingga statistik uji Friedman merupakan perbandingan antara jumlah peringkat teramati dengan jumlah peringkat harapan dan dinotasikan sebagai berikut:

$$T = \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^{t} \left[{R_i}^2 - \frac{r(t+1)}{2}\right]^2 \tag{3.3}$$

Alternatif rumus dari statistik uji T adalah

$$T = \frac{12}{rt(t+1)} \sum_{i=1}^{t} {R_i}^2 - 3r(t+1) \tag{3.4}$$

4. Uji Anderson

Pada tahun 1959, Anderson mengusulkan suatu uji nonparametrik untuk menganalisa data pada blok teracak. Uji ini merupakan metode nonparametrik yang digunakan untuk melakukan analisa varian dua arah pada rancangan acak kelompok lengkap.

Uji Anderson merupakan variasi dari uji Friedman dalam menganalisa pengaruh perlakuan tetap pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap. Uji ini hanya terdapat satu pengamatan untuk setiap perlakuan di dalam setiap blok, uji ini digunakan pada saat tidak diperhitungkan asumsi kenormalan dari distribusi sampel.

Data hasil pengamatan pada uji ini berupa peringkat, sehingga data ini tergolong pada tipe data ordinal.

4.1 Asumsi dan Hipotesis

Asumsi-asumsi yang digunakan untuk uji Anderson adalah sebagai berikut:

1. Data terdiri dari n blok yang berisi s satuan percobaan yang saling bebas (hasil dalam setiap blok tidak berpengaruh dengan hasil akhir dalam blok-blok lainnya).
2. Dalam masing-masing blok pengamatan diperingkat mengikuti kriteria-kriteria tertentu, pemeringkatan dimulai dari nilai pengamatan terkecil hingga yang terbesar pada setiap blok.

4.2 Kriteria Pengujian Anderson

Sebelum melakukan uji Anderson, terdapat beberapa langkah-langkah yang harus diperhatikan, langkah pertama adalah data hasil pengamatan pada setiap blok diperingkatkan dari yang terkecil sampai data terbesar, kemudian peringkat-peringkat pada setiap blok dijumlahkan yang dinotasikan dengan D_{kj} yaitu banyaknya blok pada perlakuan j yang memperoleh peringkat k.

Dimana pada kondisi biasa merupakan distribusi Kai-kuadrat atau biasa ditulis dengan χ^2 statistik untuk kehomogenan atau kebebasan.

Prosedur pengujian Anderson adalah:

1. Hipotesis yang digunakan pada pengujian ini

H_0	=	setiap perlakuan mempunyai pengaruh yang sama.
H_1	=	sedikitnya ada sepasang perlakuan mempunyai pengaruh yang tidak sama.

2. Statistik anderson untuk s berukuran kecil digunakan perhitungan dengan rumus:

$$A = \frac{s}{n}\sum_{k=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\left(D_{kj} - \frac{n}{s}\right)^2 \quad (4.1)$$

Dimana:
n = jumlah blok
s = jumlah perlakuan

Sedangkan untuk statistik uji Anderson ukuran perlakuan (s) besar, maka digunakan distibusi χ^2 dihitung dengan

$$\frac{s-1}{s}A \quad (4.2)$$

Kriteria penolakan hipotesis nol yang digunakan adalah: Tolak hipotesis nol pada taraf α jika nilai $p < \alpha$, dimana nilai p diperoleh dari Lampiran 11, berdasarkan nilai statistik uji yang diperoleh.

Pada ukuran sampel besar untuk uji Friedman dan uji Anderson memiliki distribusi χ^2, dengan derajat bebas $(t-1)$ untuk Friedman dan $(s-1)^2$ untuk Anderson. Semakin besar ukuran perlakuan, maka perhitungan memerlukan waktu yang lama untuk menyelesaikannya, sehingga diperlukan pendekatan tabel kai-kuadrat untuk memperoleh keputusan pengujiannya.

Tabel 4.1 *Layout* Data untuk Uji Anderson

Peringkat		1	2	3	$\cdots$	s	Total
Perlakuan	1	D_{11}	D_{12}	D_{13}	$\cdots$	D_{1s}	n
	2	D_{21}	D_{22}	D_{23}	$\cdots$	D_{2s}	n
	3	D_{31}	D_{32}	D_{33}	$\cdots$	D_{3s}	n
	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	
	s	D_{s1}	D_{s2}	D_{s3}	$\cdots$	D_{ss}	n
Total		n	n	n	$\cdots$	n	ns

5. Simulasi

Simulasi data untuk uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik) ini akan dibandingkan dengan uji serupa, dengan mengunakan analisis varian untuk metode parametrik pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar. Simulasi ini dilakukan menggunakan data bangkitan yang berasal dari distribusi seragam, dan distribusi normal.

5.1 Simulasi untuk Distribusi Seragam

Pada teladan simulasi ini menggunakan data bangkitan yang berdistribusi seragam dengan jumlah blok sebanyak 4, dan jumlah perlakuan sebanyak 3. Simulasi dan pengujian yang akan dilakukan ini menggunakan Microsoft Excel.

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan sama seperti perhitungan yang dilakukan dalam teladan penerapan pada bab sebelumnya. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat menggunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang pada tabel distribusi pasti, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, atau tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada RAKLD (metode parametrik), perhitungan dilakukan untuk memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 3). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.1 Perbandingan Hasil Pada Distribusi Seragam

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	942	964	948
Signifikan	58	36	52

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran seragam, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 58 yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 36 nilai yang signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 52 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah nilai signifikan pada kedua metode tersebut diketahui bahwa RAKLD memiliki nilai signifikansi yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran seragam ini, RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik).

5.2 Simulasi untuk Distribusi Normal

Pada teladan simulasi ini menggunakan data bangkitan yang berdistribusi normal dengan jumlah blok sebanyak 4, dan jumlah perlakuan sebanyak 3. Simulasi ini akan dikelompokkan menjadi tiga bagian dengan membedakan rata-rata yang digunakan, sebagai berikut:

1. Simulasi pertama menggunakan data bangkitan dengan tiga rata-rata yang sama.
2. Simulasi kedua menggunakan data bangkitan dengan dua rata-rata sama, dan satu rata-rata berbeda.
3. Simulasi dengan ketiga rata-rata yang berbeda.

Ketiga bagian pengelompokkan ini menggunakan nilai standar deviasi yang sama. Simulasi dan pengujian yang akan dilakukan ini dilakukan menggunakan Microsoft Excel.

5.2.1 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Rata-Rata Sama

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi berdistribusi seragam, yang membedakan hanyalah data dibangkitkan dengan distribusi normal untuk nilai ketiga rata-rata yang sama pada ketiga perlakuan. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat mengunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang pada tabel distribusi pasti, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, ataupun tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada Rancangan Acak Kelompok Lengkap Dasar (RAKLD), perhitungan dilakukan untuk memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 5). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.2 Perbandingan Hasil Pada Distribusi Normal Rata-Rata Sama

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	932	953	937
Signifikan	68	47	63

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 68 yang bernilai signifikan, untuk uji Friedman terdapat 47 yang bernilai signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 63 bernilai signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa RAKLD memiliki nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal ini, RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik).

5.2.2 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Dua Rata-Rata Sama dan Satu Berbeda

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi pada subbab 5.2.1, yang membedakan hanyalah data dibangkitkan berdistribusi normal dengan dua nilai rata-rata yang sama, dan satu rata-rata berbeda untuk ketiga perlakuan.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 7). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.3 Perbandingan Hasil dengan Dua Rata-Rata Sama, Satu Berbeda

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	946	957	940
Signifikan	54	43	60

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal dengan dua rata-rata berbeda, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat sejumlah 54 nilai yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 43 nilai yang signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 60 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa uji Anderson memiliki nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan uji Friedman, dan RAKLD, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal dengan dua rata-rata berbeda ini, uji Anderson (metode nonparametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan RAKLD (metode parametrik).

5.2.3 Simulasi untuk Distribusi Normal dengan Ketiga Rata-Rata Berbeda

Perhitungan-perhitungan dengan simulasi data ini dilakukan hampir sama seperti perhitungan yang dilakukan untuk simulasi pada subbab 5.2.2 yang membedakan hanyalah data dibangkitkan dengan nilai ketiga rata-rata yang berbeda untuk ketiga perlakuan. Untuk metode nonparametrik perhitungan dilakukan dengan menggunakan statistik uji dari masing-masing uji, kemudian menentukan nilai peluang yang dapat dilihat mengggunakan tabel distribusi peluang, untuk uji Friedman, dan uji Anderson. Setelah didapatkan nilai peluang yang tepat, maka tentukan signifikansi, apakah nilai peluang ini signifikan pada taraf 0,01, signifikan pada taraf 0,05, ataupun tidak signifikan. Hal yang sama juga dilakukan pada rancangan acak kelompok dasar (metode parametrik), perhitungan dilakukan untuk memperoleh nilai F hitung, kemudian menentukan nilai peluang yang akan digunakan untuk menentukan signifikansi.

Setelah diperoleh nilai pada statistik uji, nilai peluang, dan signifikansi pada kedua metode maka tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi dengan 1000 kali simulasi (Lampiran 9). Berdasarkan simulasi tersebut, diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 5.4 Perbandingan Hasil dengan Ketiga rata-Rata Berbeda

Signifikansi	Metode Parametrik	Metode Nonparametrik	
	RAKLD	Uji Friedman	Uji Anderson
Tidak Signifikan	942	954	942
Signifikan	58	46	58

Berdasarkan 1000 simulasi pada data yang memiliki sebaran normal, menghasilkan bahwa untuk metode parametrik (RAKLD) terdapat 58 nilai yang signifikan, untuk uji Friedman terdapat 46 bernilai signifikan, dan untuk uji Anderson terdapat 58 nilai yang signifikan. Berdasarkan jumlah signifikansi pada kedua metode terlihat bahwa RAKLD memiliki nilai yang sama dengan uji Anderson yaitu berjumlah 58, nilai ini lebih besar dibandingkan uji Friedman, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa untuk simulasi menggunakan sebaran normal ini baik RAKLD (metode parametrik) dan uji Anderson lebih baik dibandingkan uji Friedman.

6. Penutup

6.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada bab-bab sebelumnya dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

- Tabel distribusi pasti untuk uji Friedman dan uji Anderson digunakan untuk pengujian dengan ukuran sampel kecil, sedangkan untuk ukuran sampel yang besar digunakan distribusi asimptotik.
- Uji Friedman dan uji Anderson adalah alternatif yang digunakan apabila rancangan acak kelompok dasar tidak dipenuhi.
- Berdasarkan hasil simulasi dengan sebaran seragam untuk ukuran jumlah perlakuan 3, dan blok 4, diperoleh bahwa RAKLD (metode parametrik) lebih baik dibandingkan uji Friedman, dan uji Anderson (metode nonparametrik). Hal ini karena metode parametrik menghasilkan nilai signifikan yang lebih besar dibandingkan pada metode nonparametrik.
- Hasil simulasi menggunakan sebaran normal untuk ukuran jumlah perlakuan 3, dan blok 4 dengan tiga kombinasi rata-rata, diperoleh hasil yang berbeda-beda, untuk simulasi dengan ketiga rata-rata yang sama, RAKLD lebih baik dibandingkan dengan metode nonparametrik. Untuk simulasi dengan dua rata-rata sama, dan satu rata-rata berbeda diperoleh hasil bahwa uji Anderson lebih baik karena menghasilkan nilai yang lebih signifikan dibandingkan dengan uji Friedman, dan RAKLD, dan untuk simulasi dengan ketiga rata-rata yang berbeda, uji Anderson, dan RAKLD lebih baik dibandingkan uji Friedman.

6.2 Saran

Penulisan pada skripsi ini terbatas menggunakan data bangkitan dengan sebaran normal dengan kombinasi banyaknya perlakuan yang digunakan mempengaruhi kombinasi rata-rata, selain itu ukuran simulasi juga terbatas pada 1000 simulasi. Untuk itu diharapkan agar pengembangan dari penulisan ini dapat berkelanjutan dengan menggunakan simulasi dengan distribusi selain normal, ukuran simulasi yang digunakan lebih bervariasi, serta ukuran kombinasi perlakuan yang berbeda, sehingga diharapkan dapat menghasilkan kesimpulan yang lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Anonim. 2010. *Anova*. http://statistikkelasakelompok9anova.blogspot.com/2009/12/anova.html

[2] Conover, W.J. 1971. *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley and Sons. New York

[3] Daniel, W.W. 1989. *Statistik Nonparametrik Terapan*. PT Gramedia. Jakarta

[4] Djarwanto PS. 2001. *Mengenal Beberapa Uji Statistik Nonparametrik Terapan*.

PT Gramedia. Jakarta

[5] Gibbons, J. D. dan S. Chakraborti. 2003. *Nonparametric Statistical Inference (Fourth Edition)*. Marcel Dekker, Inc. United States of America

[6] Hinkelmann, K. dan O. Kempthorne. 2008. *Design and Analysis of Experiments (Second Edition)*. John Wiley and Sons. Canada

[7] Kurtz, N. R. 1983. *Introduction to Social Statistics*. McGraw Hill International.

Book Company. Japan

[8] Lentner, M. dan T. Bishop. 1986. *Experimental Design and Analysis*.

Valley Book Company. Blackburg

[9] Levin, J. dan J. A. Fox. 1991. *Elementary Statistics in Social Research (5th Edition)*. Harper Collins Publishers. United States of America

[10] McClave, J. T. dan F. H. Dietrich. 1979. *Statistics*. Dellen Publishing Company.

San Francisco, California

[11] Murti, B. 1996. *Penerapan Metode Statistik Nonparametrik dalam Ilmu-Ilmu Kesehatan*. PT Gramedia. Jakarta

[12] Nugroho, S. 2008. *Rancangan Percobaan*. UNIB Press. Bengkulu

[13] ______________. *Statistika Nonparametrik*. UNIB Press. Bengkulu

[14] _________. 2009. *Simulasi*. http://sutanto.staff.uns.ac.id/files/2009/03/ikhwan.pdf.. 8 Agustus 2010

[15] Rayner, J. C. W dan D. J. Best. *Nonparametric Test for Data in Randomised Blocks with Ordered Alternatives*. Journal of Applied Mathematics & Decision Sciences, Vol 3, No.2. 1999, pp. 143-153.http://www.emis.de/journals/HOA/JAMDS/Volume3_2/153.pdf

[16] Rayner, J. C. W dan D. J. Best. 2001. *Contingency Table Approach to Nonparametric Testing*. Chapman & Hall. United Stated of America

[17] Siegel, S. 1992. *Statistik Nonparametrik Untuk Ilmu-Ilmu Sosial*. PT Gramedia. Jakarta

[18] Sprent, P. dan N. C. Smeeton. 2001. *Applied Nonparametric Statistical Methods*.

CRC Press LLC. United Stated of America

[19] Steel, R. G. D. dan J. H. Torre. 1981. *Principles and Procedures of Statistics a Biometrical Approach (Second Edition)*. McGraw Hill International Editions Book Company. Singapore

[20] Sugiyono. 2007. *Statistik Nonparametris*. CV Alfabeta. Bandung