

Dasar Pengujian Hipotesis

Ringkasan

Pengujian hipotesis merupakan prosedur Statistika Inferensia yang digunakan untuk mengevaluasi dugaan mengenai parameter populasi berdasarkan data sampel. Proses ini melibatkan perumusan hipotesis nol dan alternatif, pemilihan statistik uji yang sesuai, penetapan taraf signifikansi, penentuan daerah kritis atau *p-value*, serta pengambilan keputusan. Pemahaman yang baik mengenai konsep inferensi, statistik uji, nilai kritis, *p-value*, dan perbedaan antara uji satu sisi serta dua sisi menjadi landasan penting sebelum mempelajari metode pengujian hipotesis yang lebih lanjut, seperti uji parametrik, nonparametrik, maupun pengujian berbasis likelihood.

Capaian Pembelajaran

Setelah mempelajari materi ini, mahasiswa mampu:

1. Menjelaskan konsep Statistika Inferensia.
2. Menjelaskan prinsip dasar pengujian hipotesis.
3. Menentukan statistik uji yang sesuai.
4. Menentukan daerah kritis dan nilai kritis.
5. Menafsirkan nilai *p-value*.
6. Menentukan taraf signifikansi.
7. Membedakan uji satu sisi (*one-tailed test*) dan dua sisi (*two-tailed test*).
8. Menarik kesimpulan hasil pengujian secara ilmiah.

Konsep Statistika Inferensia

Definisi

Statistika Inferensia merupakan cabang statistika yang mempelajari metode untuk menarik kesimpulan

mengenai karakteristik suatu populasi berdasarkan informasi dari sampel.

Hypo adalah awalan (prefix) yang berasal dari bahasa Yunani; *hypo* yang berarti **di bawah, kurang dari normal, rendah**, atau **lebih sedikit**. Dalam statistika, kata **hypothesis** berasal dari:

- **hypo** = di bawah/dasar
 - **thesis** = pernyataan atau proposisi
- Sehingga **hypothesis (hipotesis)** secara etimologis berarti:

"suatu pernyataan dasar atau dugaan sementara yang diletakkan sebagai landasan untuk diuji kebenarannya."

Dalam pengujian hipotesis statistika, hipotesis merupakan pernyataan mengenai parameter populasi atau hal lain yang berkaitan dengan statistik populasi yang akan diterima atau ditolak berdasarkan bukti dari data sampel.

Dalam praktik penelitian, mengamati seluruh populasi sering kali tidak memungkinkan karena keterbatasan biaya, waktu, maupun tenaga. Oleh sebab itu, digunakan sampel yang representatif untuk mengestimasi parameter populasi dan menguji hipotesis mengenai parameter tersebut.

Statistika Inferensia terdiri atas dua bagian utama:

1. Estimasi parameter
2. Pengujian hipotesis

Tujuan Inferensi

Inferensi digunakan untuk:

- mengestimasi parameter populasi;
- menguji dugaan ilmiah terhadap parameter;
- memprediksi karakteristik populasi;

- mendukung pengambilan keputusan berdasarkan data.

Populasi dan Sampel

Populasi adalah keseluruhan objek, individu, unit, atau pengamatan yang menjadi sasaran penelitian dan memiliki karakteristik tertentu yang ingin dipelajari. Dalam statistika, populasi merupakan kumpulan lengkap dari semua elemen yang menjadi perhatian peneliti. Sedangkan **sampel** adalah sebagian anggota populasi yang digunakan untuk memperoleh informasi mengenai populasi.

Untuk menotasikan apa yang kita amati, ukur, catat atau rekam digunakan istilah **variabel** yang tentu nilainya dapat bervariasi. Notasi yang digunakan untuk variabel adalah huruf kapital Romawi.

Parameter adalah ukuran numerik yang menggambarkan karakteristik suatu **populasi**. Nilai parameter bersifat tetap (konstan), tetapi umumnya tidak diketahui sehingga perlu diestimasi menggunakan data sampel. Notasi untuk parameter populasi umumnya digunakan huruf Yunani. Huruf kapital Yunani digunakan untuk menotasikan ruang parameter atau himpunan parameter.

Misalkan

$$X_1, X_2, \dots, X_n$$

merupakan sampel acak dari populasi

$$X \sim f(x; \theta)$$

dengan

- X_i : pengamatan ke- i
- θ : parameter populasi

Parameter dapat berupa

- rata-rata (μ)
- proporsi (p)

- varians (σ^2)
- parameter regresi (β)
- parameter distribusi lainnya.

Pengujian Hipotesis

Definisi

Pengujian hipotesis adalah prosedur statistika untuk menentukan apakah bukti yang diperoleh dari sampel cukup kuat untuk menolak suatu dugaan mengenai parameter populasi.

Hipotesis yang diuji dapat berupa parameter suatu distribusi, parameter regresi yang tidak lain secara umum menyatakan besarnya pengaruh satu variabel prediktor terhadap variabel respon, kebebasan antar variabel, keeratan hubungan antar variabel, bentuk distribusi suatu variabel, keteracakan munculnya suatu peristiwa, dan kemungkinan hal lain yang dapat diekspresikan secara stokastik atau probabilistik.

Hipotesis merupakan pernyataan matematis mengenai parameter populasi.

Secara umum dituliskan

$$H_0: \theta = \theta_0$$

melawan

$$H_1: \theta \neq \theta_0$$

atau

$$H_1: \theta > \theta_0$$

atau

$$H_1: \theta < \theta_0$$

Hipotesis Nol (H_0)

Hipotesis nol merupakan hipotesis yang diasumsikan benar sebelum dilakukan pengujian.

Contoh:

$$H_0: \mu = 70$$

Artinya rata-rata populasi adalah 70.

Hipotesis Alternatif (H_1)

Hipotesis alternatif menyatakan adanya perubahan, perbedaan, atau pengaruh terhadap parameter.

Contoh:

$$H_1: \mu \neq 70$$

atau

$$H_1: \mu > 70$$

atau

$$H_1: \mu < 70$$

Langkah-langkah Pengujian Hipotesis

1. Menentukan hipotesis.
2. Menentukan taraf signifikansi (α).
3. Memilih statistik uji.
4. Menentukan distribusi statistik uji.
5. Menentukan daerah kritis.
6. Menghitung nilai statistik uji.
7. Menghitung p -value.
8. Menarik kesimpulan.

Statistik Uji

Statistik uji adalah fungsi dari data sampel yang digunakan untuk memutuskan menerima atau menolak hipotesis nol.

Secara umum

$$T = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

dengan

- T statistik uji
- $g(\cdot)$ fungsi dari data sampel.

Statistik uji harus memiliki distribusi yang diketahui ketika H_0 benar.

Setiap pengujian hipotesis memiliki statistik uji yang khas. Pengujian parameter populasi atau yang tergolong dalam permasalahan statistik parametrik, umumnya memiliki statistik uji dengan menggunakan pembanding Z , χ^2 , t atau

F. Sedangkan statistika parametrik dengan sampel kecil, memiliki tabel kuantil sendiri, sedangkan untuk sampel berukuran besar digunakan tabel distribusi asimtotiknya.

Beberapa statistik uji

Parameter	Statistik Uji
Mean (σ diketahui)	Z
Mean (σ tidak diketahui)	t
Varians	χ^2
Perbandingan varians	F
Regresi	t dan F
Proporsi	Z

Nilai Kritis (*Critical Value*)

Nilai kritis adalah nilai batas yang memisahkan daerah penolakan dan daerah penerimaan hipotesis nol berdasarkan distribusi statistik uji.

Keputusan dilakukan dengan membandingkan nilai statistik uji dengan nilai kritis.

Sebagai contoh, untuk uji dua sisi dengan distribusi normal baku dan $\alpha=0,05$, nilai kritis adalah sekitar $\pm 1,96$.

Daerah Kritis

Daerah kritis merupakan daerah tempat hipotesis nol ditolak.

Misalnya,

$$|Z| > 1.96$$

Maka kesimpulannya

Tolak H_0 .

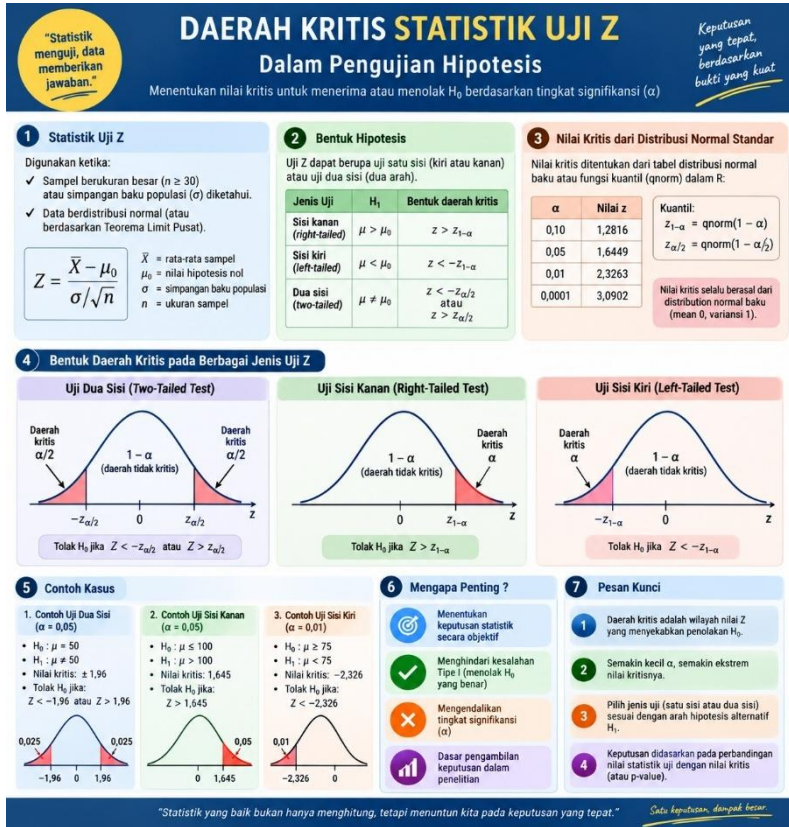
Sebaliknya, jika

$$|Z| \leq 1.96$$

Maka kesimpulannya

Gagal menolak H_0 .

Daerah kritis jika statistik uji Z yang digunakan



Gambar 1 Daerah Kritis Statistik Uji Z

Uji dua sisi

Hipotesis:

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Daerah kritis:

$$Z < -1,96 \text{ atau } Z > 1,96$$

karena

$$\alpha = 0,05,$$

maka masing-masing ekor mempunyai luas

$$\alpha/2 = 0,025.$$

Aturan Keputusan:

Jika $|Z_{hitung}| > 1,96 \Rightarrow \text{Tolak } H_0.$

Uji satu sisi kanan

Hipotesis:

$$H_0: \mu \leq \mu_0 \text{ vs } H_1: \mu > \mu_0$$

Daerah kritis:

$$Z > 1,645$$

Aturan Keputusan:

Jika $Z_{hitung} > 1,645 \Rightarrow \text{Tolak } H_0.$

Uji satu sisi kiri

Hipotesis:

$$H_0: \mu \geq \mu_0 \text{ vs } H_1: \mu < \mu_0$$

Daerah kritis:

$$Z < -1,645$$

Keputusan:

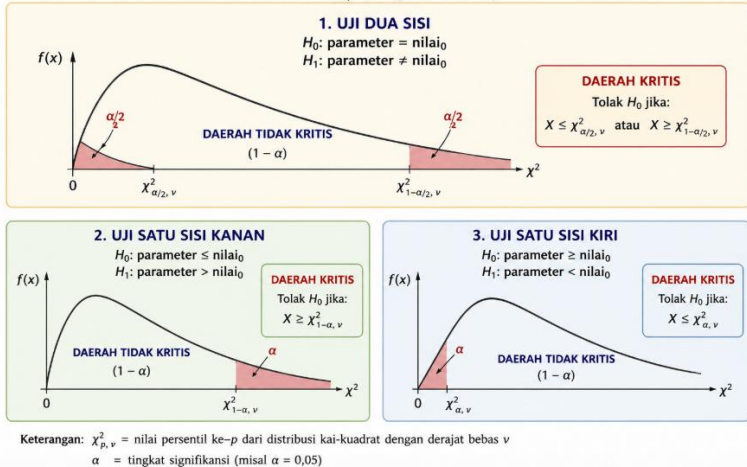
Jika $Z_{hitung} < -1,645 \Rightarrow \text{Tolak } H_0.$

Secara konseptual, **daerah kritis adalah bagian ekor distribusi normal baku yang luas totalnya sebesar α** . Semakin ekstrem Z_{hitung} masuk ke daerah tersebut, semakin kuat bukti untuk menolak H_0 .

Berikut diberikan juga daerah kritis untuk statistik pengujian yang menggunakan distribusi kai-kuadrat, t dan F.

DAERAH KRITIS STATISTIK UJI KAI-KUADRAT (χ^2)

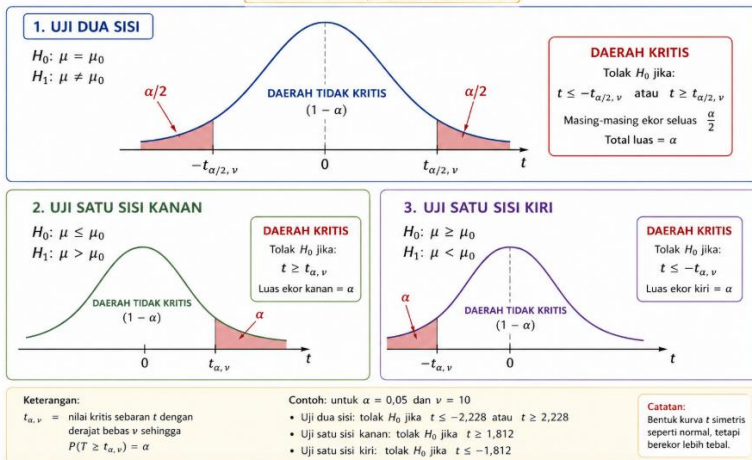
Misal $X \sim \chi^2_v$ (derajat bebas = v)



Gambar 2 Daerah Kritis Statistik Uji Kai-Kuadrat

DAERAH KRITIS STATISTIK UJI t -STUDENT

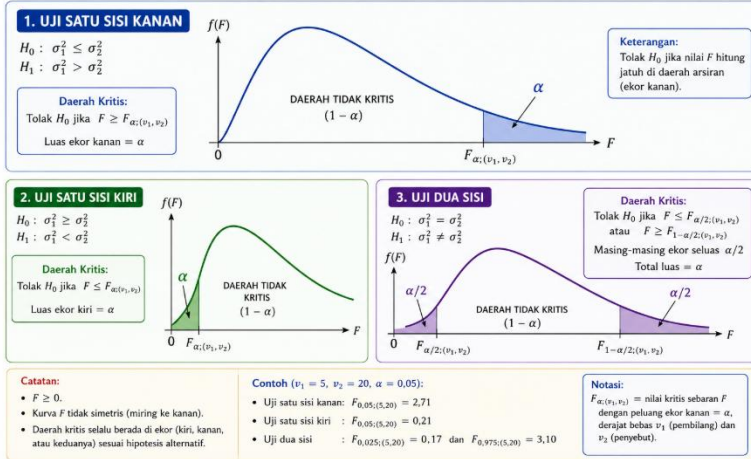
Misalkan $T \sim t_v$ (derajat bebas = v)



Gambar 3 Daerah Kritis Statistik Uji t -Student

DAERAH KRITIS STATISTIK UJI F

Misalkan $F \sim F_{(v_1, v_2)}$ (derajat bebas pembilang = v_1 , penyebut = v_2)

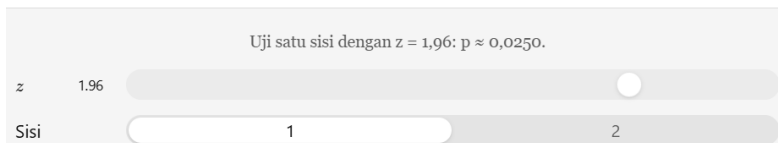
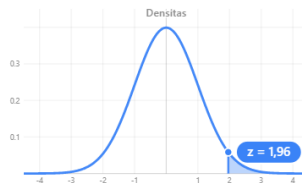


Gambar 4 Daerah Kritis Statistik Uji F

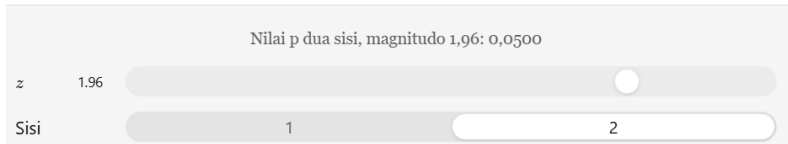
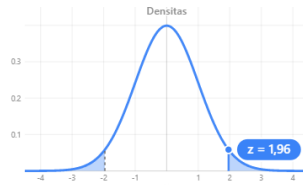
p-value

Definisi

p -value adalah probabilitas memperoleh nilai statistik uji yang sama ekstrem atau lebih ekstrem daripada hasil pengamatan apabila hipotesis nol benar.



Gambar 5 Simulasi Menghitung nilai- p uji satu arah



Gambar 6 Simulasi Menghitung nilai-p Dua Arah

Secara matematis,
untuk uji dua sisi

$$p=2P(Z>|Z_{obs}|)$$

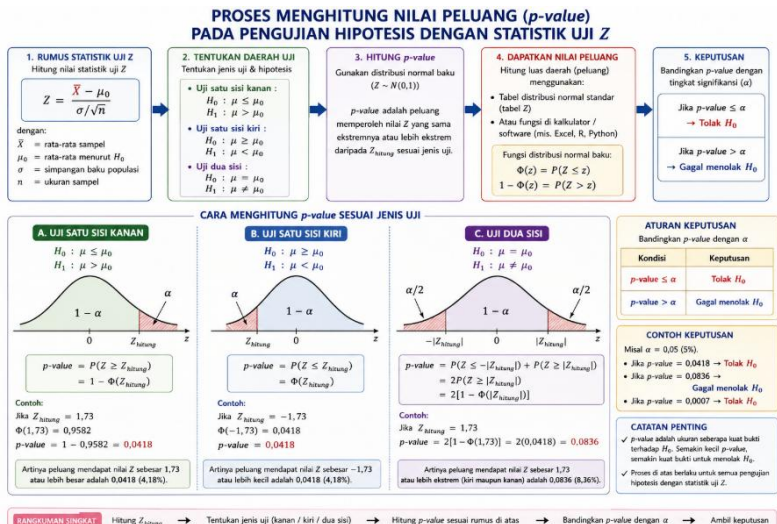
sedangkan untuk uji satu sisi

$$p=P(Z>Z_{obs})$$

atau

$$p=P(Z<Z_{obs})$$

tergantung bentuk hipotesis alternatif.



A. UJI SATU SISI KANAN

$H_0 : \mu \leq \mu_0$
 $H_1 : \mu > \mu_0$

$p\text{-value} = P(Z \geq Z_{hitung}) = 1 - \Phi(Z_{hitung})$

Contoh:
 Jika $Z_{hitung} = 1,73$
 $\Phi(1,73) = 0,9582$
 $p\text{-value} = 1 - 0,9582 = 0,0418$

Artinya peluang mendapat nilai Z sebesar 1,73 atau lebih besar adalah 0,0418 (4,18%).

B. UJI SATU SISI KIRI

$H_0 : \mu \geq \mu_0$
 $H_1 : \mu < \mu_0$

$p\text{-value} = P(Z \leq Z_{hitung}) = \Phi(Z_{hitung})$

Contoh:
 Jika $Z_{hitung} = -1,73$
 $\Phi(-1,73) = 0,0418$
 $p\text{-value} = 0,0418$

Artinya peluang mendapat nilai Z sebesar -1,73 atau lebih kecil adalah 0,0418 (4,18%).

C. UJI DUA SISI

$H_0 : \mu = \mu_0$
 $H_1 : \mu \neq \mu_0$

$p\text{-value} = P(Z \leq -|Z_{hitung}|) + P(Z \geq |Z_{hitung}|) = 2P(Z \geq |Z_{hitung}|) = 2[1 - \Phi(|Z_{hitung}|)]$

Contoh:
 Jika $Z_{hitung} = 1,73$
 $p\text{-value} = 2[1 - \Phi(1,73)] = 2(0,0418) = 0,0836$

Artinya peluang mendapat nilai Z sebesar 1,73 atau lebih ekstrem (kiri maupun kanan) adalah 0,0836 (8,36%).

ATURAN KEPUTUSAN
Bandingkan p-value dengan α

Kondisi	Keputusan
p-value $\leq \alpha$	Tolak H_0
p-value $> \alpha$	Gagal menolak H_0

CONTOH KEPUTUSAN
Misal $\alpha = 0,05$ (5%).

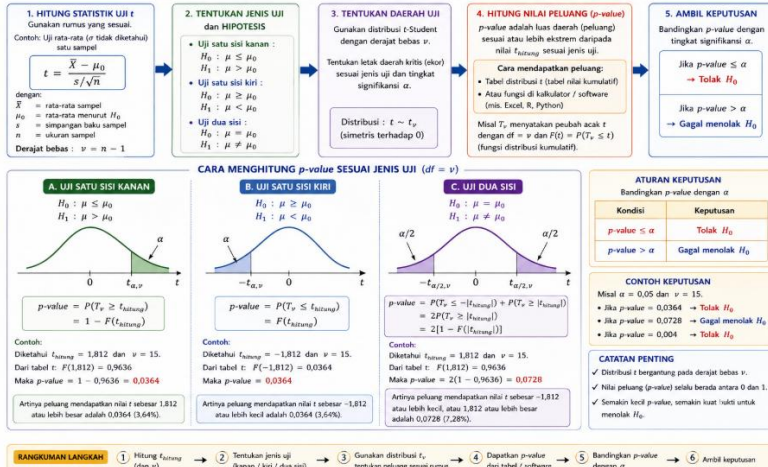
- Jika p-value = 0,0418 → Tolak H_0
- Jika p-value = 0,0836 → Gagal menolak H_0
- Jika p-value = 0,0007 → Tolak H_0

CATATAN PENTING:
 ✓ p-value adalah ukuran seberapa kuat bukti terhadap H_0 . Semakin kecil p-value, semakin kuat bukti untuk menolak H_0 .
 ✓ Proses di atas berlaku untuk semua pengujian hipotesis dengan statistik uji Z.

RANGKUMAN SINGKAT
 Hitung Z_{hitung} → Tentukan jenis uji (kanan / kiri / dua sisi) → Hitung p-value sesuai rumus di atas → Bandingkan p-value dengan α → Ambil keputusan

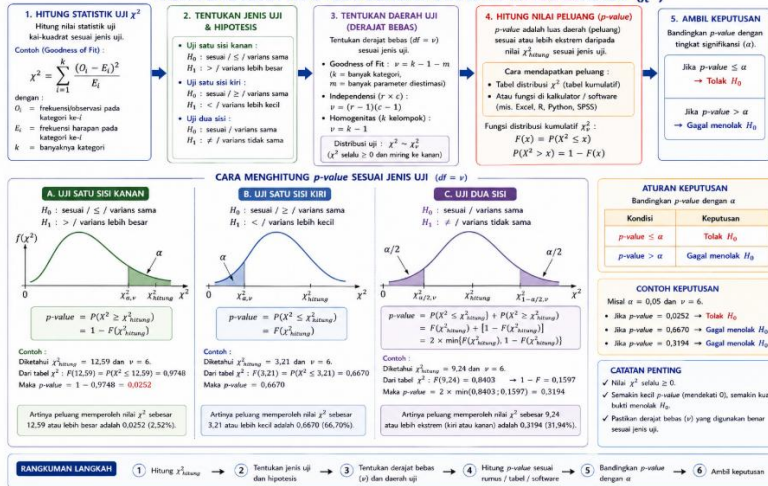
Gambar 7 Cara Menghitung Nilai Peluang Statistik Uji Z

PROSES MENGHITUNG NILAI PELUANG (p-value) PADA PENGUJIAN HIPOTESIS DENGAN STATISTIK UJI t-STUDENT



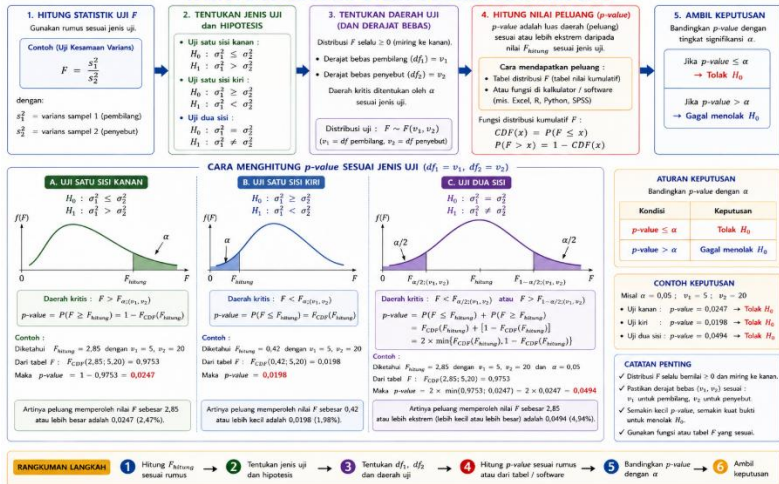
Gambar 8 Cara Menghitung Peluang Statistik Uji t-Student

PROSES MENGHITUNG NILAI PELUANG (p-value) PADA PENGUJIAN HIPOTESIS DENGAN STATISTIK UJI KAI-KUADRAT (χ^2)



Gambar 9 Cara Menghitung Peluang Statistik Uji Kai-kuadrat

PROSES MENGHITUNG NILAI PELUANG (p -value) PADA PENGUJIAN HIPOTESIS DENGAN STATISTIK UJI F



Gambar 10 Cara Menghitung Peluang Statistik Uji F

Interpretasi

- $p < \alpha$: terdapat bukti yang cukup untuk menolak H_0
- $P \geq \alpha$: bukti belum cukup untuk menolak H_0 .

Perlu ditekankan bahwa *gagal menolak H_0* tidak berarti H_0 terbukti benar, melainkan data yang tersedia belum memberikan bukti yang memadai untuk menolaknya.

Taraf Signifikansi (α)

Taraf signifikansi adalah probabilitas maksimum melakukan **kesalahan Tipe I**, yaitu menolak hipotesis nol yang sebenarnya benar.

Nilai yang umum digunakan adalah:

- $\alpha=0,10$
- $\alpha=0,05$
- $\alpha=0,01$

Semakin kecil nilai α , semakin kuat bukti yang diperlukan untuk menolak H_0 .

Uji Satu Sisi (*One-Tailed Test*)

Uji satu sisi digunakan ketika arah hipotesis telah ditentukan sebelumnya.

Uji sisi kanan

Hipotesis

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu > \mu_0$$

Daerah penolakan berada di sisi **kanan** distribusi.

Uji sisi kiri

Hipotesis

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu < \mu_0$$

Daerah penolakan berada di sisi **kiri** distribusi.

Uji Dua Sisi (*Two-Tailed Test*)

Uji dua sisi digunakan apabila peneliti hanya ingin mengetahui apakah terdapat perbedaan tanpa menentukan arahnya.

Hipotesis

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

Daerah penolakan berada pada **kedua ekor** distribusi.