

SILABUS STATISTIKA MULTIVARIAT

Program Studi Sarjana Statistika

Jurusan: Matematika

Fakultas: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Mata Kuliah: Statistika Multivariat

Program: Sarjana Statistika (S1)

Bobot: 3 SKS

Semester: 5

Prasyarat: Statistika Matematika, Statistika Dasar, Teori Peluang

Pendekatan: TPACK

Perangkat lunak: R/Rstudio

Dosen: Sigit Nugroho dan Herlin Fransiska

Referensi utama: Richard A. Johnson & Dean W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*

1. Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah Statistika Multivariat membahas konsep, teori, metode, dan aplikasi statistik untuk menganalisis **data yang memiliki lebih dari satu variabel respon secara simultan**.

Materi mencakup:

- vektor acak dan matriks data;
- statistik deskriptif multivariat;
- matriks kovarians dan korelasi;
- distribusi normal multivariat;
- Hotelling's T^2 ;
- MANOVA;
- analisis komponen utama;
- analisis faktor;
- analisis diskriminan;
- analisis cluster;
- korelasi kanonik;
- serta pengantar metode multivariat modern.

Penekanan diberikan pada **hubungan antara teori matematis, interpretasi statistik, komputasi menggunakan R, visualisasi, dan penyelesaian masalah nyata**.

2. Capaian Pembelajaran Mata Kuliah

Setelah mengikuti mata kuliah ini, mahasiswa diharapkan mampu:

CPMK 1 — Konsep Multivariat

Menjelaskan konsep dasar statistika multivariat, vektor acak, matriks data, kovarians, korelasi, dan jarak multivariat.

CPMK 2 — Distribusi Multivariat

Menjelaskan dan menggunakan konsep distribusi normal multivariat serta distribusi yang berkaitan dengannya.

CPMK 3 — Inferensi Multivariat

Melakukan inferensi terhadap mean vector dan covariance matrix menggunakan metode multivariat.

CPMK 4 — Reduksi Dimensi

Menerapkan **Principal Component Analysis (PCA)** dan **Factor Analysis** untuk mereduksi dimensi dan mengidentifikasi struktur data.

CPMK 5 — Klasifikasi

Menerapkan **Discriminant Analysis** untuk klasifikasi dan prediksi kelompok.

CPMK 6 — Pengelompokan

Menerapkan metode **Cluster Analysis** untuk mengidentifikasi kelompok atau pola homogen dalam data multivariat.

CPMK 7 — Hubungan Multivariat

Menerapkan **Canonical Correlation Analysis** untuk menganalisis hubungan antara dua kelompok variabel.

CPMK 8 — Komputasi

Menggunakan R/RStudio untuk melakukan analisis, visualisasi, diagnostik, dan interpretasi hasil statistika multivariat.

CPMK 9 — Komunikasi Statistik

Menyajikan hasil analisis multivariat secara ilmiah, visual, dan komunikatif berdasarkan kasus penelitian nyata.

3. Pendekatan TPACK

Pendekatan pembelajaran dirancang dengan integrasi:

Komponen	Implementasi
Content Knowledge (CK)	Teori statistika multivariat berdasarkan Johnson & Wichern
Pedagogical Knowledge (PK)	Ceramah interaktif, problem-based learning, case method, diskusi, project-based learning
Technological Knowledge (TK)	R, RStudio, R Markdown, Quarto, visualisasi, simulasi
PCK	Menghubungkan konsep matematis dengan interpretasi statistik
TCK	Menggunakan R untuk mengeksplorasi konsep multivariat
TPK	Simulasi, visualisasi interaktif, pembelajaran berbasis data
TPACK	Mahasiswa menyelesaikan masalah nyata menggunakan teori + metode + teknologi

4. Rencana Pembelajaran 16 Pertemuan

Minggu	Materi Pokok	Submateri	Praktikum R	Pendekatan TPACK
1	Pengantar Statistika Multivariat	Data multivariat, variabel, objek, matriks data, aplikasi data	Import dan eksplorasi data	CK + TK

Minggu	Materi Pokok	Submateri	Praktikum R	Pendekatan TPACK
2	Aljabar Matriks untuk Multivariat	Vektor, matriks, transpose, inverse, eigenvalue, eigenvector	Operasi matriks R	CK + TCK
3	Statistik Deskriptif Multivariat	Mean vector, covariance matrix, correlation matrix	mean(), cov(), cor()	CK + TK
4	Geometri dan Jarak Multivariat	Mahalanobis distance, ellipsoid, standardized distance	Visualisasi dan Mahalanobis distance	TCK + PK
5	Distribusi Normal Multivariat	Multivariate normal, mean vector, covariance matrix, contour	Simulasi MVN	CK + TCK
6	Inferensi Mean Vector	One-sample inference, Hotelling's (T^2)	Hotelling's (T^2)	CK + TK
7	Two-Sample Multivariate Inference	Dua mean vector, Hotelling's (T^2), confidence region	Simulasi dan analisis	PBL + TPACK
8	UTS	Evaluasi teori dan analisis kasus	—	—
9	MANOVA	One-way MANOVA, Wilks' Lambda, Pillai, Hotelling-Lawley	manova()	CK + TK
10	Principal Component Analysis	Eigenvalue, eigenvector, loading, score, variance explained	prcomp()	TCK + TPACK
11	Factor Analysis	Common factor model, communalities, rotation	factanal()	PBL + TK
12	Discriminant Analysis	Linear discriminant function, classification, Mahalanobis distance	LDA/QDA	TPACK
13	Cluster Analysis	Hierarchical clustering, K-means, distance	hclust(), kmeans()	PBL + TK
14	Canonical Correlation	Canonical variates, canonical correlation	Analisis CCA	CK + TCK
15	Multivariate Data Mining & Project	Integrasi PCA, clustering, classification	Project R	Project-Based Learning
16	Presentasi dan UAS/Final Project	Presentasi analisis data multivariat	R Markdown/Quarto	TPACK

5. Rincian Materi

MODUL 1 — Pengantar Statistika Multivariat

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan pengertian dan ruang lingkup statistika multivariat;
2. membedakan analisis univariat, bivariat, dan multivariat;
3. memahami struktur data multivariat;
4. merepresentasikan data dalam bentuk matriks;
5. membedakan variabel respon dan prediktor dalam konteks multivariat;
6. mengidentifikasi permasalahan penelitian yang sesuai untuk analisis multivariat;
7. melakukan eksplorasi awal data multivariat menggunakan **R/RStudio**.

Materi

- Pengertian statistika multivariat
- Univariate vs bivariate vs multivariate
- Struktur data multivariat
- Matriks data
- Variabel respon dan prediktor
- Aplikasi multivariat

Praktikum

```
data(iris)
head(iris)
str(iris)
summary(iris)
```

Aktivitas TPACK

Mahasiswa mengeksplorasi dataset nyata dan mengidentifikasi:

observasi – variabel – kelompok – struktur multivariat

MODUL 2 — Aljabar Matriks

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep vektor dan matriks;
2. melakukan operasi dasar matriks;
3. menghitung transpose dan determinan matriks;
4. memahami konsep invers dan rank matriks;
5. menjelaskan eigenvalue dan eigenvector;
6. memahami quadratic form;
7. menghubungkan aljabar matriks dengan konsep statistika multivariat;
8. menggunakan R/RStudio untuk melakukan operasi matriks.

Materi

- Vektor
- Matriks

- Transpose
- Determinan
- Invers
- Rank
- Eigenvalue
- Eigenvector
- Quadratic form

Praktikum

```
A <- matrix(c(4, 2, 2, 3), 2, 2)
t(A)
det(A)
solve(A)
eigen(A)
```

Materi ini menjadi fondasi untuk:

PCA → Factor Analysis → Discriminant Analysis → MANOVA.

MODUL 3 — Statistik Deskriptif Multivariat

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep **mean vector**;
2. menghitung dan menginterpretasikan **covariance matrix**;
3. menghitung dan menginterpretasikan **correlation matrix**;
4. memahami struktur varians-kovarians antarvariabel;
5. menjelaskan konsep **scatter matrix**;
6. memahami representasi geometris data multivariat melalui **ellipsoid**;
7. menggunakan R/RStudio untuk melakukan statistik deskriptif multivariat;
8. menghubungkan statistik deskriptif dengan analisis multivariat lanjutan.

Materi:

- Mean vector

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{pmatrix}$$

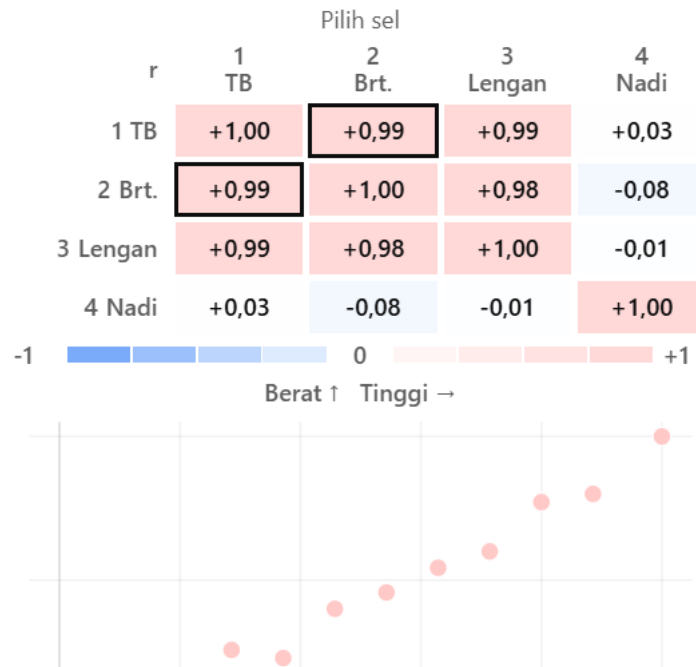
- Covariance matrix

$$\mathbf{S} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})'$$

- Correlation matrix
- Variance-covariance structure
- Scatter matrix
- Ellipsoid multivariat

Praktikum

```
X <- iris[,1:4]
colMeans(X)
cov(X)
cor(X)
```



Tinggi dan Berat: korelasi positif kuat +0,99

Pasangan ☐ 1-2 ☐ 1-3 ☐ 1-4 ☐ 2-3 ☐ 2-4 ☐ 3-4

Contoh ☐ Tubuh ☐ Kendaraan ☐ Survei

MODUL 4 — Jarak Multivariat

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep jarak dalam ruang multivariat;
2. menghitung dan membandingkan **Euclidean distance**, **Standardized Euclidean distance**, dan **Mahalanobis distance**;
3. menjelaskan pengaruh skala dan korelasi antarvariabel terhadap ukuran jarak;
4. menghitung Mahalanobis distance menggunakan R;
5. mengidentifikasi **outlier multivariat**;
6. memahami hubungan Mahalanobis distance dengan **elipsoid kepercayaan**;
7. menginterpretasikan hasil analisis jarak multivariat dalam konteks penelitian.

Mahalanobis Distance

$$D_i^2 = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})$$

Materi:

- Euclidean distance
- Standardized Euclidean distance
- Mahalanobis distance
- Outlier multivariat
- Elipsoid kepercayaan

Praktikum

```
library(MASS)
X <- iris[,1:4]
mahalanobis(X,
             colMeans(X),
             cov(X))
```

MODUL 5 — Distribusi Normal Multivariat

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep distribusi normal multivariat;
2. memahami peran **mean vector** dan **covariance matrix** dalam menentukan distribusi multivariat;
3. menjelaskan fungsi densitas normal multivariat;
4. memahami hubungan antara distribusi normal multivariat dan Mahalanobis distance;
5. menjelaskan konsep **marginal distribution**;
6. menjelaskan konsep **conditional distribution**;
7. menginterpretasikan contour plot distribusi normal multivariat;
8. membangkitkan data berdistribusi normal multivariat menggunakan R;
9. mengevaluasi pengaruh covariance terhadap bentuk distribusi;
10. menghubungkan distribusi normal multivariat dengan analisis multivariat berikutnya.

Materi

$$\mathbf{X} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$$

Pembahasan:

- Multivariate normal distribution
- Mean vector
- Covariance matrix
- Marginal distribution
- Conditional distribution
- Contour plot
- Simulasi data multivariat

Praktikum

```
library(MASS)
mu <- c(0,0)
Sigma <- matrix(c(1, .7, .7, 1), 2, 2)
X <- mvrnorm(500, mu, Sigma)
```

plot(X)

MODUL 6 — Inferensi Mean Vector

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep inferensi terhadap mean vector;
2. merumuskan hipotesis tentang mean vector populasi;
3. menjelaskan dan menghitung statistik **Hotelling's T²**;
4. melakukan pengujian hipotesis satu sampel terhadap mean vector;
5. membangun **confidence region** untuk mean vector;
6. menjelaskan hubungan Hotelling's T² dengan distribusi F;
7. melakukan pengujian Hotelling's T² menggunakan R;
8. menginterpretasikan hasil pengujian dalam konteks penelitian.

Hotelling's T²

Untuk satu sampel:

$$T^2 = n(\bar{\mathbf{X}} - \boldsymbol{\mu}_0)' S^{-1} (\bar{\mathbf{X}} - \boldsymbol{\mu}_0)$$

Materi:

- Hipotesis terhadap mean vector
- Confidence region
- Hotelling's T²
- Hubungan T² dengan F distribution

MODUL 7 — Two-Sample Multivariate Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep perbandingan dua mean vector;
2. membedakan **independent samples** dan paired samples;
3. merumuskan hipotesis dua mean vector;
4. menjelaskan asumsi Two-Sample Hotelling's T²;
5. menghitung **pooled covariance matrix**;
6. menghitung statistik Hotelling's two-sample T²;
7. menghubungkan T² dengan distribusi F;
8. membangun dan menginterpretasikan confidence region;
9. melakukan analisis Two-Sample Hotelling's T² menggunakan R;
10. menginterpretasikan perbedaan dua kelompok secara simultan.

Materi:

- Dua mean vector
- Independent samples
- Pooled covariance
- Hotelling's two-sample T²
- Confidence region

- Interpretasi perbedaan kelompok secara simultan

Studi kasus

Contoh:

Apakah profil kesehatan dua kelompok wilayah berbeda berdasarkan beberapa indikator kesehatan secara simultan?

MODUL 8 — UTS

Bentuk evaluasi:

- Teori
- Perhitungan manual
- Interpretasi output R
- Analisis kasus sederhana

MODUL 9 — MANOVA

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan konsep dasar MANOVA;
2. membedakan ANOVA dan MANOVA;
3. merumuskan hipotesis multivariat;
4. menjelaskan konsep variasi **within-group** dan **between-group** dalam MANOVA;
5. memahami matriks SSCP dan matriks kovarians;
6. menjelaskan prinsip **Wilks' Lambda**;
7. menjelaskan **Pillai's Trace**;
8. menjelaskan **Hotelling-Lawley Trace**;
9. menjelaskan **Roy's Largest Root**;
10. melakukan one-way MANOVA menggunakan R;
11. melakukan follow-up univariate ANOVA;
12. menginterpretasikan perbedaan kelompok secara simultan.

Materi

Multivariate Analysis of Variance

- Konsep MANOVA
- One-way MANOVA
- Multivariate hypothesis
- Wilks' Lambda
- Pillai's Trace
- Hotelling-Lawley Trace
- Roy's Largest Root
- Follow-up univariate ANOVA

Praktikum

```
fit <- manova(
  cbind(Sepal.Length,
    Sepal.Width,
    Petal.Length,
```

```
Petal.Width) ~ Species,
data = iris
)
summary(fit, test = "Wilks")
```

$$F = \frac{\text{variasi antar grup}}{\text{variasi dalam grup}}$$

Ada bukti perbedaan

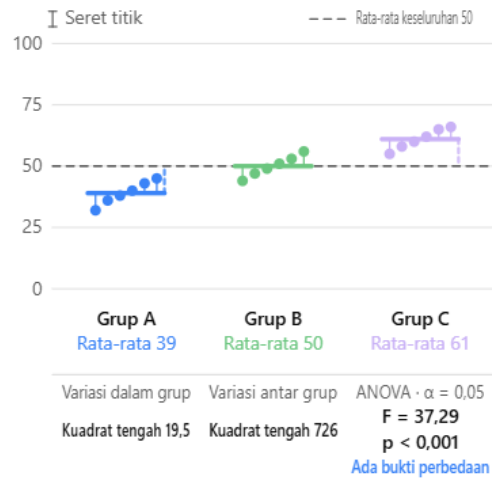
Jarak rata-rata
grup

11,0

Sebaran dalam
grup

1,00

Buat data



MODUL 10 — Principal Component Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan tujuan PCA;
2. menjelaskan konsep reduksi dimensi;
3. menentukan kapan standardisasi diperlukan;
4. membedakan PCA berbasis covariance matrix dan correlation matrix;
5. menjelaskan hubungan eigenvalue dan eigenvector dengan PCA;
6. menghitung principal components;
7. menginterpretasikan **loading** dan **score**;
8. menentukan jumlah komponen yang dipertahankan;
9. menghitung proporsi keragaman yang dijelaskan;
10. membuat dan menginterpretasikan **scree plot**;
11. membuat dan menginterpretasikan **biplot**;
12. melakukan PCA menggunakan R;
13. menggunakan PCA untuk eksplorasi struktur data multivariat.

Ini menjadi salah satu modul inti.

Materi

- Tujuan PCA
- Standardisasi
- Covariance vs correlation matrix
- Eigenvalue
- Eigenvector

- Principal component
- Loading
- Score
- Proportion of variance
- Scree plot
- Biplot
- Interpretasi komponen

Secara konseptual:

$$Z_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1p}X_p$$

Praktikum

```
pca <- prcomp(
  iris[,1:4],
  scale. = TRUE
)
summary(pca)
pca$rotation
pca$x
```

TPACK

Mahasiswa tidak hanya menghitung eigenvalue secara manual, tetapi:
matematika → algoritma → R → visualisasi → interpretasi.

MODUL 11 — Factor Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan tujuan Factor Analysis;
2. membedakan PCA dan Factor Analysis;
3. menjelaskan konsep **common factor** dan **specific factor**;
4. menjelaskan model faktor;
5. menginterpretasikan factor loading;
6. menghitung dan menjelaskan communality;
7. menjelaskan uniqueness;
8. menentukan jumlah faktor;
9. memahami rotasi faktor;
10. menjelaskan prinsip **Varimax rotation**;
11. menginterpretasikan faktor secara substantif;
12. melakukan Factor Analysis menggunakan R.

Materi

Model faktor:

$$X = \mu + LF + \epsilon$$

Pembahasan:

- Common factor

- Specific factor
- Factor loading
- Communality
- Uniqueness
- Number of factors
- Rotation
- Varimax
- Interpretasi faktor

Praktikum

```
fit <- factanal(
  iris[,1:4],
  factors = 2,
  rotation = "varimax"
)
print(fit)
```

MODUL 12 — Discriminant Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan tujuan Discriminant Analysis;
2. menjelaskan konsep klasifikasi multivariat;
3. memahami hubungan Discriminant Analysis dengan distribusi normal multivariat;
4. menjelaskan **Linear Discriminant Analysis (LDA)**;
5. menjelaskan **Quadratic Discriminant Analysis (QDA)**;
6. membentuk discriminant function;
7. menjelaskan classification rule;
8. melakukan klasifikasi menggunakan R;
9. membangun confusion matrix;
10. menghitung misclassification rate;
11. mengevaluasi kinerja model klasifikasi;
12. membandingkan karakteristik LDA dan QDA.

Materi

- Tujuan discriminant analysis
- Classification
- Linear Discriminant Analysis
- Quadratic Discriminant Analysis
- Discriminant function
- Classification rule
- Confusion matrix
- Misclassification rate

Praktikum

```
library(MASS)
lda.fit <- lda(
```

```

Species ~ .,
data = iris
)
pred <- predict(lda.fit)
table(
  Actual = iris$Species,
  Predicted = pred$class
)

```

MODUL 13 — Cluster Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan tujuan Cluster Analysis;
2. membedakan **supervised** dan **unsupervised classification**;
3. memahami konsep similarity dan dissimilarity;
4. menghitung distance matrix;
5. menjelaskan hierarchical clustering;
6. menjelaskan agglomerative clustering;
7. membedakan berbagai metode linkage;
8. membuat dan menginterpretasikan dendrogram;
9. menjelaskan metode Ward;
10. melakukan K-means clustering;
11. menentukan jumlah cluster;
12. menggunakan silhouette untuk evaluasi cluster;
13. menginterpretasikan karakteristik masing-masing cluster;
14. melakukan Cluster Analysis menggunakan R.

Materi

Hierarchical Clustering

- Agglomerative clustering
- Distance matrix
- Linkage
- Single linkage
- Complete linkage
- Average linkage
- Ward's method
- Dendrogram

Non-Hierarchical

- K-means
- Pemilihan jumlah cluster
- Silhouette
- Interpretasi cluster

Praktikum

```
X <- scale(iris[,1:4])
```

```
d <- dist(X)
hc <- hclust(d, method = "ward.D2")
plot(hc)
km <- kmeans(X, centers = 3)
km$cluster
```

MODUL 14 — Canonical Correlation Analysis

Setelah menyelesaikan modul ini, mahasiswa mampu:

1. menjelaskan tujuan Canonical Correlation Analysis;
2. membedakan CCA dengan korelasi sederhana dan regresi multivariat;
3. membentuk dua kelompok variabel;
4. menjelaskan konsep **canonical variates**;
5. menjelaskan **canonical correlation**;
6. menjelaskan canonical weights;
7. menjelaskan canonical loadings;
8. menghitung dan menginterpretasikan canonical correlations;
9. menguji signifikansi hubungan canonical;
10. menginterpretasikan hubungan antara dua kelompok variabel;
11. melakukan CCA menggunakan R;
12. menyajikan hasil CCA secara substantif.

Materi

- Dua kelompok variabel
- Canonical variates
- Canonical correlation
- Canonical weights
- Canonical loadings
- Interpretasi hubungan dua set variabel

Contoh:

Kelompok X

- pendidikan
- pendapatan
- pekerjaan

vs.

Kelompok Y

- kesehatan
- kesejahteraan
- kualitas hidup

MODUL 15 — Integrasi Metode Multivariat

Mahasiswa diberikan satu dataset nyata.

Contoh alur:

Data



Eksplorasi multivariat



Correlation Matrix



PCA



Cluster Analysis



Discriminant Analysis



Interpretasi



Laporan penelitian

Mahasiswa menggunakan:

- R
- RStudio
- R Markdown/Quarto
- visualisasi
- tabel
- grafik
- laporan ilmiah

MODUL 16 — Project / UAS

Mahasiswa mempresentasikan proyek analisis multivariat.

Contoh tema:

1. Analisis indikator pembangunan provinsi Indonesia.
2. Analisis indikator kesehatan kabupaten/kota.
3. Analisis karakteristik kemiskinan.
4. Analisis indeks ketahanan pangan.
5. Analisis indikator pendidikan.
6. Profil ekonomi wilayah.
7. Klasifikasi provinsi berdasarkan indikator sosial-ekonomi.

6. Metode Pembelajaran

Pendekatan pembelajaran:

1. Interactive Lecture

Penjelasan konsep dan teori Johnson & Wichern.

2. Problem-Based Learning

Mahasiswa diberikan permasalahan nyata sebelum mempelajari metode.

3. Case Method

Analisis dataset nyata.

4. Simulation-Based Learning

Mahasiswa mensimulasikan:

- covariance;
- correlation;
- multivariate normal;
- Hotelling's T²;
- PCA;
- clustering.

5. Project-Based Learning

Mahasiswa menyelesaikan proyek analisis multivariat secara utuh.

6. Collaborative Learning

Mahasiswa bekerja dalam kelompok untuk membandingkan metode.

7. Integrasi Teknologi

Teknologi yang digunakan:

Teknologi	Fungsi
R	Komputasi statistik
RStudio	Integrated development environment
R Markdown	Laporan reproducible
Quarto	Laporan dan presentasi
ggplot2	Visualisasi
MASS	Metode multivariat
psych	Factor analysis
cluster	Cluster analysis
factoextra	Visualisasi PCA/cluster
GGally	Visualisasi hubungan multivariat

8. Bentuk Evaluasi

Komponen	Bobot
Kehadiran dan partisipasi	5%
Tugas individu	10%
Praktikum R	15%
Quiz	10%
UTS	20%
Project multivariat	20%
Presentasi project	10%
UAS	10%

Komponen	Bobot
Total	100%

9. Strategi Assessment Berbasis TPACK

Penilaian tidak hanya berdasarkan kemampuan menghitung.

Mahasiswa dinilai berdasarkan:

Content

Apakah mahasiswa memahami teori?

Technology

Apakah mahasiswa mampu menggunakan R?

Pedagogy/Problem Solving

Apakah mahasiswa mampu memilih metode yang tepat?

Interpretation

Apakah mahasiswa mampu menerjemahkan output statistik menjadi kesimpulan substantif?

Communication

Apakah hasil dapat dikomunikasikan melalui tabel, grafik, dan laporan?

10. Matriks CPMK–Materi–TPACK

CPMK	Materi	Teknologi	Pedagogi	Assessment
CPMK 1	Konsep multivariat	R	Lecture + discussion	Quiz
CPMK 2	MVN	R simulation	Simulation	Assignment
CPMK 3	Hotelling (T^2)	R	Case method	Assignment
CPMK 4	PCA	R + visualization	Inquiry	Project
CPMK 4	Factor Analysis	R	PBL	Project
CPMK 5	Discriminant	R	Case method	Assignment
CPMK 6	Cluster	R	PBL	Project
CPMK 7	Canonical Correlation	R	Case study	Assignment
CPMK 8	Computational Statistics	R/RStudio	Hands-on	Practicum
CPMK 9	Multivariate Project	R + Quarto	Project-based	Final project

11. Struktur Buku/Modul yang Disarankan

Untuk mahasiswa S1, materi dapat dibagi menjadi **3 tingkat**:

Tingkat I — Fundamental

1. Introduction to Multivariate Analysis
2. Matrix Algebra
3. Multivariate Data
4. Descriptive Statistics
5. Multivariate Normal Distribution
6. Mahalanobis Distance

Tingkat II — Inferensial

7. Hotelling's T²
8. Two-Sample Multivariate Inference
9. MANOVA
10. Multivariate Regression

Tingkat III — Multivariate Methods

11. Principal Component Analysis
12. Factor Analysis
13. Discriminant Analysis
14. Cluster Analysis
15. Canonical Correlation

12. Referensi Utama

Johnson, R. A. & Wichern, D. W.

Applied Multivariate Statistical Analysis.

Referensi pendukung yang baik untuk mahasiswa S1:

- Anderson — *An Introduction to Multivariate Statistical Analysis*
- Rencher & Christensen — *Methods of Multivariate Analysis*
- Everitt & Hothorn — *An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R*
- Härdle & Simar — *Applied Multivariate Statistical Analysis*

Catatan kurikulum

Untuk **S1 Statistika**, saya menyarankan agar Johnson & Wichern digunakan sebagai **referensi teori utama**, tetapi pembelajaran tidak dibuat terlalu teoritis. Setiap konsep sebaiknya mengikuti siklus:

Konsep → Derivasi sederhana → Simulasi → R → Visualisasi → Kasus nyata → Interpretasi

TUJUAN MATA KULIAH

- Memahami konsep dasar multivariat
- Menguasai metode inferensi dan eksplorasi data multivariat
- Mampu menerapkan metode multivariat menggunakan R untuk menyelesaikan masalah nyata
- Mengkomunikasikan hasil analisis secara ilmiah

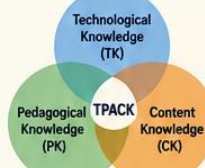


PETA KONSEP STATISTIKA MULTIVARIAT

Program Sarjana Statistika

"Statistika Multivariat adalah cabang statistika yang mempelajari metode analisis data yang melibatkan lebih dari satu variabel respon secara simultan untuk memahami struktur, perbedaan, hubungan, pengelompokan, dan prediksi."

PENDEKATAN TPACK



Integrasi teori statistika, strategi pembelajaran, dan teknologi (R) untuk analisis data multivariat yang bermakna.

PRASYARAT

- Statistika Dasar/ Inferensial
- Aljabar Matriks
- Kalkulus
- Probabilitas

STATISTIKA MULTIVARIAT

OUTPUT AKHIR

- Analisis multivariat yang tepat
- Interpretasi substantif
- Visualisasi informatif
- Laporan ilmiah (R Markdown/Quarto)
- Pengambilan keputusan berbasis data



1. DASAR & DESKRIPTIF

- Data Multivariat (struktur, variabel, matriks data)
- Aljabar Matriks (transpose, inverse, determinan, eigen)
 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$
- Statistik Deskriptif Multivariat (mean vector, covariance matrix, correlation matrix)
- Geometri & Jarak Multivariat (Mahalanobis distance, ellipsoid, outlier)
- Distribusi Normal Multivariat (MVN, mean vector, covariance matrix)

2. INFERENSI MULTIVARIAT

- Inferensi Mean Vector (One-sample)
Hotelling's T^2
Confidence Region
- Two-Sample Inference (dua mean vector)
Hotelling's T^2
Perbandingan kelompok
- MANOVA (Multivariate Analysis of Variance)
Wilks' Lambda, Pillai, Hotelling-Lawley, Roy

Statistik	Hotelling	Pillai	Lawley	Roy
W	0.5	0.3	0.2	0.1
L	0.2	0.1	0.1	0.1
- Multivariate Regression (pengantar)
Model, estimasi, dan inferensi

3. REDUKSI DIMENSI

- Principal Component Analysis (PCA)
Eigenvalue, eigenvector, loading, score, variance explained
- Factor Analysis (Common factor model, loading, communality, rotation: varimax)
- Tujuan: Mereduksi dimensi dan menemukan struktur laten dalam data

4. KLASIFIKASI & PENGELOMPOKAN

- Discriminant Analysis (LDA, QDA)
Discriminant function, klasifikasi, confusion matrix
- Cluster Analysis (Hierarchical: dendrogram, K-means)
Distance, linkage, jumlah cluster
- Tujuan: Mengklasifikasikan dan mengelompokkan objek yang homogen

5. HUBUNGAN ANTAR KELOMPOK VARIABEL

- Canonical Correlation Analysis (CCA)
Canonical variates, canonical correlation, interpretasi hubungan
- Tujuan: Menganalisis hubungan antara dua set variabel secara simultan

ALUR ANALISIS MULTIVARIAT



KETERAMPILAN UTAMA

- Berpikir statistik multivariat
- Membaca struktur data kompleks
- Memilih metode yang tepat
- Melakukan analisis menggunakan R
- Menginterpretasi hasil secara substantif
- Mengkomunikasikan hasil analisis

TEKNOLOGI YANG DIGUNAKAN

- Paket R utama: MASS, psych, factoextra, cluster, GGally, car, FactoMineR, etc.
- Output: Visualisasi (ggplot2), Tabel, Grafik, R Markdown / Quarto

CAPAIAN PEMBELAJARAN

- ✓ Memahami konsep dan teori multivariat berdasarkan Johnson & Wichern
- ✓ Mampu melakukan analisis multivariat dengan R
- ✓ Mampu memilih dan mengintegrasikan metode multivariat untuk memecahkan masalah nyata
- ✓ Mampu menyajikan hasil analisis secara ilmiah dan komunikatif



REFERENSI UTAMA:

Johnson, R. A. & Wichern, D. W. Applied Multivariate Statistical Analysis.



"Data multivariat bukan hanya tentang banyak variabel, tetapi tentang memahami struktur dan hubungan di antaranya."